

ISSN 1390-6208  
e-ISSN 1390-7867  
Número 2 - 2011  
julio - diciembre

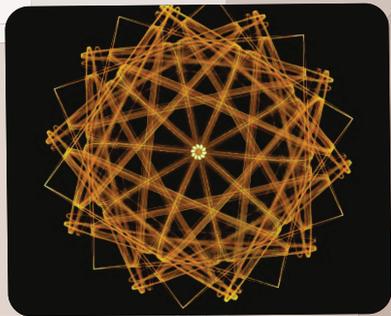
# Analítica

volumen

Revista de Análisis Estadístico  
Journal of Statistical Analysis



instituto nacional de estadística y censos



“Desarrollo”

Avance transformador en el que todos estamos involucrados.

# Analítica

## volumen 2

Revista de Análisis Estadístico  
Journal of Statistical Analysis

ISSN 1390-6208

e-ISSN 1390-7867

**Analítica** ★ **Volumen 2** ★ **Número 2** ★ **julio - diciembre 2011** ★ **Año 1** ★ **Quito - Ecuador**. Revista semestral de análisis estadístico del Instituto Nacional de Estadística y Censos, Ecuador. Publicación internacional bilingüe dedicada a estudios relacionados con ciencias sociales, económicas, análisis estadístico y de datos. Las ideas y opiniones expresadas en las colaboraciones, son de exclusividad de las autoras y los autores.

## DIRECTORIO REVISTA

*Livino Armijos*

**DIRECTOR DE ESTUDIOS ANALÍTICOS  
ESTADÍSTICOS**

*Paúl Medina Ph.D.*

**EDITOR - DIRECTOR CIENTÍFICO DE LA REVISTA**

*Adriana Uquillas Ph.D.*

Banco Itau - Unibanco - Brazil

*Silviu Glavan Ph.D.*

Universidad Navarra - España

*Diego Chamorro Ph.D.*

Université d'Evry Val d'Essonne - Francia

*Ana Molina*

Instituto Universitario de Investigación José Ortega y Gasset - España

**COMITÉ EDITORIAL INTERNACIONAL**

*Borys Alvarez Ph.D.*

Universidad Central del Ecuador

*Juan Mayorga Ph.D.*

Escuela Politécnica del Ejército

*Sergio Castillo M.Sc.*

Escuela Politécnica del Ejército

*Juan Carlos García M.Sc.*

Universidad de Las Américas

**COMITÉ EDITORIAL NACIONAL - ECUADOR**

*Giovanny Quimbiulco*

*Andrés Merino* (Edición en  $\text{\LaTeX}$ )

**APOYO EDITORIAL**

*Byron Sosa*

**DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN PORTADA Y SEPARATAS**

**Indización y Registro.** Analítica está indizada y/o registrada en los catálogos: Latindex.

**Copyright.** Analítica. Se permite la reproducción total o parcial de esta revista citando la fuente.

**Edición.** Presentamos una re-edición de la revista Analítica volumen 2. Septiembre 2013.

El sistema tipográfico utilizado para componer esta revista fue  $\text{\LaTeX}$ , el cual es un sistema de composición orientado especialmente a la creación de libros y documentos científicos de alta calidad sobre software libre.

## PRESENTACIÓN

Estimados lectores,

Es para nosotros un placer presentar este segundo número de la revista *Analítka*, una publicación semestral del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC).

La investigación científica es una actividad humana de carácter social mediante la cual los individuos descubren la existencia de fenómenos nuevos, conocen sus distintas propiedades, determinan sus relaciones con otros atributos, fijan su composición y los vínculos entre sus elementos componentes, comprueban las conclusiones previstas o averiguan la necesidad de modificar dichas conclusiones y, lo que es más importante, encuentran las formas de intervenir en el desarrollo de los procesos naturales y sociales, para cambiar consecuentemente sus efectos.

Bajo la premisa expuesta, la revista *Analítka* nació con el objetivo de difundir los resultados de investigadores nacionales y extranjeros en las áreas de análisis estadístico, económico, financiero y sociológico. Además, se marcó el objetivo de llegar a ser una revista indexada, pues la indexación en bases de datos acreditadas significa el reconocimiento como una publicación científica, actualizada, confiable, original, competitiva y de contexto universal y, al mismo tiempo, hace más visibles sus contenidos, dando mayor prestigio al trabajo de sus autores.

Hoy en nuestro segundo número ya contamos con ese reconocimiento y *Analítka* ya se encuentra indexada en tiempo record en la base de datos LATINDEX, sistema de información sobre revistas científicas de los países de América Latina, el Caribe, España y Portugal. Nuestro objetivo, en adelante es no desmayar en la tarea impuesta así como buscar a pasos firmes la indexación en otras bases de prestigio.

Los diferentes artículos que se incluyen en el segundo número de la revista *Analítka* son: Cálculo y análisis de indicadores sectoriales de comercio exterior para el caso ecuatoriano; Portafolio de consumo: problema de Merton; Potencia Operativa de los Negocios en función de la estructura de inversiones y financiación: caso ecuatoriano y Evolución de la población inmigrante en Ecuador.

Deseamos que su contenido sea de interés para todos los lectores y; aun más, que produzca nuevas preguntas e investigaciones entre nuestra comunidad científica.

**Byron Villacís**  
**Director Ejecutivo**



## CONTENIDO

<b>Presentación</b> .....	1
<b>Cálculo y análisis de indicadores sectoriales de comercio exterior para el caso ecuatoriano</b> ...	7
Analysis and computation of trading indexes in Ecuador <i>Margarita Velín y Paúl Medina</i>	
<b>Portafolio de consumo: problema de Merton</b> .....	37
Consumption portfolio: Merton problema <i>Eduardo Cepeda</i>	
<b>Potencia Operativa de los Negocios en función de la estructura de inversiones y financiación: caso ecuatoriano</b> .....	55
Business Operations Power as a function of the investment and financing structure: the Ecuadorian case <i>Andrés Galvis</i>	
<b>Evolución de la población inmigrante en Ecuador</b> .....	69
Evolution of the immigrant population of Ecuador <i>Patricia Cortez y Paúl Medina</i>	
<b>Normas para la presentación de trabajos</b> .....	91
<b>Norms for submission of papers</b> .....	94
<b>Código de ética</b> .....	97

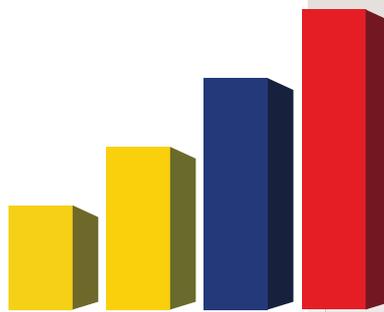


# Analítica

Cálculo y análisis de indicadores sectoriales de comercio exterior para el caso ecuatoriano

Analysis and computation of trading indexes in Ecuador

Margarita Velín y Paúl Medina



[www.inec.gob.ec](http://www.inec.gob.ec) | [www.ecuadorencifras.com](http://www.ecuadorencifras.com)



# Cálculo y análisis de indicadores sectoriales de comercio exterior para el caso ecuatoriano

## Analysis and computation of trading indexes in Ecuador

Margarita Velín<sup>†</sup> y Paúl Medina<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>Dirección de Estudios Analíticos Estadísticos, Instituto Nacional de Estadística y Censos, Quito, Ecuador

<sup>‡</sup> Departamento de Ciencias Exactas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador

<sup>‡</sup> Instituto Gregorio Millán, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España

<sup>†</sup>margarita\_velin@inec.gob.ec, <sup>†</sup>mavelinfarez@gmail.com, <sup>‡</sup>plmedina@espe.edu.ec

**Recibido:** 15 de septiembre de 2011

**Aceptado:** 1 de diciembre de 2011

### Resumen

Este trabajo calcula y analiza el comportamiento de indicadores sectoriales de comercio exterior para el caso ecuatoriano, en el período 2002-2010. El análisis está centrado en ramas de actividades correspondientes al sector económico primario y al sector secundario que considerando la industria manufacturera. El cálculo y análisis se lo realiza también a nivel agregado y, a nivel de productos con relevancia en términos de productos alimenticios básicos y con mayor generación de empleo. Basándose en la información publicada por el Banco Central del Ecuador (BCE), particularmente: tablas de oferta y utilización, tanto a precios corrientes como a precios constantes considerando como año base el 2000, se calculan los siguientes indicadores: Coeficiente de Exportación, Tasa de Cobertura, Coeficiente de Penetración de Importaciones, Indicador de Transabilidad, Tasa de Exposición a la Competencia Internacional, Grado de Apertura y, Tasa de Balanza Comercial, los mismos que permiten medir la competitividad a nivel agregado y sectorial del país y, por lo tanto, tomar decisiones orientadas a mejorarla, pues se puede conocer adecuadamente el comportamiento del mercado interno y externo. Finalmente, cabe señalar que las clasificaciones del BCE, las cuales se utilizan para el cálculo y análisis de los indicadores están basadas en la Clasificación Industrial Internacional Uniforme, Revisión 3 (CIIU, Rev.3) y, en la Clasificación de Productos de Cuentas Nacionales (CPCN).

**Palabras clave:** Indicadores de comercio exterior, exportaciones, importaciones, producción.

### Abstract

In this paper it's computed and analyzed the behaviour of external trade indexes for Ecuadorian economic sectors considering the period 2002 - 2010. The study is focused in branches of activities corresponding to the primary and secondary sectors which include the manufacturing industry. The task is also performed at an aggregated level and at the level of products related with employment increase and basic alimentary items. Based on information provided by the Banco Central del Ecuador (BCE) concerning offer and utilization both at current prices as well as at constant ones (referenced to 2000). We are computed the Export Ratio, Coverage Rate, Import Penetration Ratio, Tradability Index, International Competition Exposition Rate, Openness Level and Trading Balance Rate. These indexes let us measure the country's competitiveness both at global and sectorial level and therefore help the decisions making for improving Ecuador's situation. The classification by branch of activity and main product of external trade is that used by the Banco Central del Ecuador, which corresponds to the International Standard Industrial Classification of Economic Activities (CIIU, Rev. 3) and Products Classification of National Accounts (CPCN).

**Keywords:** External trade indexes, International Standard Industrial Classification of All Economic Activities (ISIC).

**Código JEL:** F14, L66, L67, L71, O13, O14.

## 1 Introducción

A partir de la década de 1980 nació en Ecuador un especial interés en el tema del comercio exterior. Diferentes sectores industriales así como el Gobierno emprendieron la búsqueda de mejores oportunidades y ventajas comparativas y competitivas para acceder a los mercados de comercio internacional. La búsqueda e interés generado por los sectores público y privado dio como resultado que el país pase a ser miembro de la Comunidad Andina (CAN) [20]; de la Asociación Latinoamericana de Integración (ALADI) [11]; de la Organización Mundial del Comercio (OMC); de la Alternativa Bolivariana para los pueblos de Nuestra América (ALBA) [1] y de la Unión de Naciones Suramericanas (UNASUR). También se establecieron acuerdos bilaterales con Chile, México y Cuba; y Acuerdos de Complementación Económica con el Mercosur. Cabe mencionar que la CAN se creó en 1969, con el propósito de mejorar el nivel de vida de sus habitantes mediante la integración y la cooperación económica y social, sin embargo, los países andinos eliminaron entre sí los aranceles y formaron una zona de libre comercio en 1993, donde las mercaderías circulaban libremente. Además, en la década de los noventa, empezó a fortalecerse el comercio externo no solo en el país sino en el mundo, debido al derrumbe del bloque soviético, que puso fin a la polarización entre sistemas políticos económicos que se expresaron en la Guerra Fría, eliminando las últimas barreras para la reconfiguración de bloques económicos de países capitalistas a escala mundial. Se aceleró así, el avance en la internacionalización de los procesos de producción y de reproducción del capital, y en la renovación del patrón internacional de especialización. Se dio el inicio de la época neoliberal con procesos de integración económica y comercial, donde, se sumó la revolución en la informática y las comunicaciones que impulsaron nuevas tecnologías, juntamente con la globalización, proceso que integró a las diversas sociedades, con una aspiración de mayor inclusión territorial. La consecuencia fue una apertura comercial del país que creció desde el 35 %, en 1985, hasta 79.3 %, en el 2000 [3].

Por otro lado, junto al proceso de integración económica y comercial, está el conocer la producción de un país, que es primordial en términos de evaluar si ésta le permite satisfacer el consumo de su población. En este sentido, es importante analizar la interrelación existente entre exportaciones, importaciones y producción y así contar con estadísticas de comercio exterior por ramas de actividades y productos con el objetivo de evaluar la competitividad de estos sectores del país y cuáles podrían ser potenciales compradores de nuestros productos. Así, el objetivo de este estudio es analizar y divulgar resultados relativos del comportamiento de las exportaciones e importaciones a nivel agregado del sector primario<sup>1</sup> y de la Industria Manufac-

turera, así como de los principales productos de comercio exterior, que incluyen bienes tradicionales de exportación, con mayor generación de empleo y con relevancia en términos de productos alimenticios básicos.

Los indicadores construidos fueron: Coeficiente de Exportación [10], Tasa de Cobertura [9], Coeficiente de Penetración de Importaciones [10], Indicador de Transabilidad [18], Tasa de Exposición a la Competencia Internacional [8], Grado de Apertura [18] y, Tasa de Balanza Comercial [5]. El cálculo se realizó considerando un período de 9 años (2002-2010), así como también los principales productos y ramas de actividades. La selección de los productos se lo realizó de acuerdo a la Clasificación de Productos de Cuentas Nacionales (CPCN), que publica el Banco Central y la selección de las ramas de actividades se la hizo de acuerdo a la Clasificación Industrial Internacional Uniforme (CIIU, Rev.3) 1, y son las siguientes: Agricultura; Ganadería; Caza y Silvicultura; Pesca; Explotación de Minas y Canteras; Industria Manufacturera (excluye Refinación de Petróleo); y, Fabricación de Productos de la Refinación de Petróleo.

Estos indicadores se calcularon a precios corrientes y a precios constantes, a fin de eliminar los potenciales efectos distorsivos de las variaciones de los precios externos e internos. Para el caso de los precios constantes se considera como año base el 2000, pues es la información que publica el Banco Central del Ecuador, dado que todavía no se dispone de la correspondiente, que efectúa el cambio de año base a 2007. Cabe mencionar que el BCE, dentro del periodo considerado para el análisis, para los años 2002 a 2007, presenta datos, a nivel desagregado que incluyen 60 productos; mientras que del año 2008 al año 2010 presenta datos a nivel desagregado, que incluyen 34 productos, donde no todos los productos que se han considerado para el presente estudio constan, razón por la cual el análisis a nivel de producto será del año 2002 al año 2007 (a excepción del banano, café, cacao y petróleo crudo y gas natural, que son la única información que se dispone).

Por otro lado, es necesario hacer una aclaración en cuanto a los datos publicados por el Banco Central del Ecuador y, es que, a partir de la publicación No. 23 de Cuentas Nacionales, los cálculos incorporan el nuevo tratamiento metodológico de las actividades económicas de Extracción de Petróleo Crudo y Refinados de Petróleo. Además, los datos para los años 2005 y 2006 son semidefinitivos y, para el 2007 son provisionales.

Finalmente, se aplicó una técnica multivariante: el Análisis en Componentes Principales (ACP), utilizando los indicadores calculados, tanto para el caso de ramas de actividad como para productos a precios corrientes y constantes.

El documento se estructura de la siguiente manera. La sección 2 trata sobre el marco teórico, en la sección 3 se de-

<sup>1</sup>El sector primario comprende las actividades de extracción directa de bienes de la naturaleza, sin transformaciones. Dentro de este sector están las ramas de actividad: Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura, Pesca y Explotación de Minas y Canteras.

talla el cálculo y análisis de los diferentes indicadores aplicados a las ramas de actividades consideradas, en la sección 4 se aplica el Análisis en Componentes Principales y, finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## 2 Marco teórico

Para el desarrollo del presente trabajo es necesario utilizar las nomenclaturas de las clasificaciones de las actividades económicas productivas. La Clasificación Industrial Internacional Uniforme de todas las Actividades Económicas Rev.3, (CIIU, Rev.3) es un ejemplo de esas nomenclaturas, al establecer la clasificación según la principal industria de origen de los productos [6]. Cada clasificación tiene un propósito definido y mientras que algunas facilitan el estudio del comercio exterior con diferentes grados de cobertura y detalle, otras apuntan al análisis de la estructura de la producción o el origen de los bienes y su uso final. En este contexto, las clasificaciones que se utilizan con más frecuencia en la actualidad son: el Sistema Armonizado de Designación y Codificación de Mercancías (SA), la Clasificación Uniforme para el Comercio Internacional (CUCI), la Clasificación Industrial Internacional Uniforme (CIIU), la Clasificación por Grandes Categorías Económicas (CGCE) y la Clasificación Central de Productos (CCP) [15].

A continuación, se presentan las principales definiciones utilizadas en el estudio.

**DEFINICIÓN 1** (Clasificación Industrial Internacional Uniforme de todas las actividades económicas, CIIU). *La CIIU es la clasificación sistemática de todas las actividades económicas productivas en categorías* [15].

*Observaciones:*

- i. La CIIU, Rev. 3, está estructurada en 17 secciones, 60 divisiones, 159 grupos y 292 clases. Las categorías de tabulación a un dígito se denominan "secciones", las de dos dígitos, "divisiones", las de tres dígitos, "grupos", y las de cuatro dígitos, "clases" [15].
- ii. Desde la fecha de su aprobación, la CIIU ha sido revisada por la Comisión de Estadística de las Naciones Unidas en cuatro oportunidades. El propósito de estas revisiones a la CIIU ha sido no solo incorporar los cambios en la organización de las actividades económicas, sino también reflejar la importancia adquirida por algunas actividades nuevas y mantener sus relaciones de correspondencia con otras clasificaciones estadísticas internacionales [6].

**DEFINICIÓN 2** (Clasificación Central de Productos (CCP)). *La CCP es un sistema de categorías exhaustivo y a la vez mutuamente excluyente. Esto significa que, si un producto no encaja en una categoría de la CCP, tiene que encajar automáticamente en otra. Se promueve al máximo la homogeneidad dentro de las categorías* [7].

*Observaciones:*

- i. La CCP sigue, en general, la definición de los productos contenida en el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) [7].
- ii. La CCP clasifica productos en categorías sobre la base de las propiedades físicas y la naturaleza intrínseca de los productos, así como el principio del origen industrial. Su objetivo es servir como norma internacional para acumular y tabular datos de todo tipo que requieran información detallada sobre un producto, incluida la producción industrial, las cuentas nacionales, el comercio interno y externo de productos básicos, etc. [7].

**DEFINICIÓN 3** (Producción (P)). *"La producción es el valor de los bienes y servicios que son producidos por un establecimiento en la economía y pueden utilizarse fuera de ese establecimiento. Se valoran a precios de mercado o a precios equivalentes de mercado"* [5].

*Observación:*

- i. "La producción se valora normalmente desde la perspectiva de los productores, es decir, teniendo en cuenta el ingreso que éstos perciben. Ese valor, denominado producción a precios básicos, no incluye los impuestos sobre los productos que se recaudan en nombre del Estado, pero si incluyen las subvenciones que éste otorga" [5].

**DEFINICIÓN 4** (Consumo Interno Aparente (CA)). *El consumo interno aparente es la medida de la demanda nacional aparente de un país, es decir, es la producción más las importaciones menos las exportaciones* [19].

*Observación:*

- i. El CA se puede calcular por productos.

**DEFINICIÓN 5** (Free on board (FOB)). *El término FOB (franco a bordo), es un término internacional de comercio que trata sobre normas acerca de las condiciones de entrega de las mercancías. Así, éste corresponde a que la obligación del vendedor de entregar queda cumplida cuando las mercancías han pasado sobre la barandilla del buque en el puerto de expedición convenido. Esto significa que el comprador tiene que hacerse cargo de todos los gastos y riesgos de pérdida o daño de las mercancías a partir de ese punto* [6].

*Observaciones:*

- i. Esta condición sólo puede utilizarse para transporte por vía marítima o por aguas interiores.
- ii. Con el objeto de promover la comparabilidad de las estadísticas del comercio internacional de mercancías; y teniendo en cuenta las prácticas comerciales y de información de datos de la mayoría de los países, se recomienda que el valor de los bienes exportados sea un valor del tipo FOB [6].

**DEFINICIÓN 6 (Cost, insurance and freight (CIF)).** El término CIF (Costo, Seguro y Flete), es un término internacional de comercio que trata sobre normas acerca de las condiciones de entrega de las mercancías. La valoración del tipo CIF incluye el valor de transacción de los bienes, el valor de los servicios suministrados para entregarlos en la frontera del país exportador y el valor de los servicios prestados para la entrega de los bienes desde la frontera del país exportador hasta la frontera del país importador [6].

Observación:

- i. Las importaciones son valoradas como CIF por las autoridades de aduanas en la frontera aduanera nacional.

A continuación se detallan cada una de las definiciones correspondientes para el cálculo de los indicadores de comercio exterior, expresados en porcentaje (%). Sin embargo, cabe mencionar que todas las variables que intervienen en el cálculo de los indicadores tienen un superíndice y un subíndice. El superíndice  $i$ , representa a las distintas actividades o productos y, el subíndice  $t$ , corresponde al período de tiempo considerado<sup>2</sup>.

Antes de presentar las definiciones correspondientes de los indicadores es necesario mencionar lo siguiente:

- i. A nivel agregado, el valor de la producción (VP) que se menciona en las definiciones de los indicadores, corresponde al valor del PIB.
- ii. Las variables consideradas para el cálculo de los indicadores que son: exportaciones, importaciones y producción están expresadas en valor (dólares americanos).
- iii. Las exportaciones están valoradas a precios FOB y, las importaciones a precios CIF.
- iv. Todos los indicadores se calcularán a precios corrientes y a precios constantes.

**DEFINICIÓN 7 (Coeficiente de Exportación (CX)).** Es la relación que se establece entre el valor de las exportaciones ( $X$ ) y el valor de la producción (VP) durante un período de tiempo. En otras palabras, mide el porcentaje de la producción que se exporta [10]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$CX_t^i = \frac{X_t^i}{VP_t^i} \times 100. \quad (1)$$

**DEFINICIÓN 8 (Tasa de Cobertura (TC)).** Es la relación que se establece entre el valor de las exportaciones ( $X$ ) y el valor de las importaciones ( $M$ ). Mide el porcentaje de importaciones que pueden pagarse con las exportaciones [19]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$TC_t^i = \frac{X_t^i}{M_t^i} \times 100. \quad (2)$$

**DEFINICIÓN 9 (Coeficiente de Penetración de Importaciones (CPM)).** Es la relación entre el valor de las importaciones ( $M$ ) y el valor del consumo interno aparente (CA) durante un mismo período de tiempo [10]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$CPM_t^i = \frac{M_t^i}{CA_t^i} \times 100 = \frac{M_t^i}{VP_t^i + M_t^i - X_t^i} \times 100. \quad (3)$$

Observación:

- i. Este indicador expresado como porcentaje señala la medida de la competencia internacional por la demanda interna. Mientras mayor es el coeficiente mayor será la dependencia del consumo interno de las importaciones y, mientras más bajo sea éste implicará que el país tiene más capacidad de abastecer su demanda interna con la producción nacional.

**DEFINICIÓN 10 (Indicador de Transabilidad (IT)).** Es la relación entre el valor de la balanza comercial y el valor del consumo aparente. En otras palabras, mide la capacidad de generar excedentes netos exportables en relación al consumo interno [8]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$IT_t^i = \frac{X_t^i - M_t^i}{VP_t^i + M_t^i - X_t^i} \times 100. \quad (4)$$

Observación:

- i. Bajo el supuesto que el consumo aparente es mayor a cero,  $VP + M - X > 0$ , se puede decir lo siguiente:
  - i.i. Si el indicador es mayor que cero el sector se considera exportador, dado que existe un exceso de oferta ( $X - M > 0$ ). Por ejemplo si se considera un sólo producto, este indicador señala que el producto es competitivo en el mercado interno.
  - i.ii. Si el indicador es menor que cero, es un producto importable y en consecuencia, se presume que no es competitivo en el mercado interno, dado que existe un exceso de demanda ( $X - M < 0$ ).

**DEFINICIÓN 11 (Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (TECI)).** Es la relación entre el coeficiente de exportación y la producción nacional destinada al consumo interno que está sujeta a la competencia externa, es decir, al grado de penetración de las importaciones [8]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$TECI_t^i = [CX + (1 - CX) \times CPM] \times 100. \quad (5)$$

Observación:

- i. Este indicador representa el porcentaje en que la producción nacional está expuesta a la competencia externa.

<sup>2</sup>En el presente estudio se trabajó con años

**DEFINICIÓN 12 (Grado de Apertura (GA)).** Es la relación entre el valor de las exportaciones e importaciones y el valor de la producción [5]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$IT_t^i = \frac{X_t^i + M_t^i}{VP_t^i} \times 100. \quad (6)$$

Observaciones:

- i. Se trata de un indicador cuyo uso permite evaluar la apertura de un país hacia el exterior.
- ii. Mide el peso que tiene el resto del mundo en un sector de la economía de un país.

**DEFINICIÓN 13 (Tasa de Balanza Comercial (TBC)).** Es la relación entre el valor de la diferencia de las exportaciones e importaciones y, el valor de la producción [5]. Algebraicamente, la relación se expresa como

$$GA_t^i = \frac{X_t^i - M_t^i}{VP_t^i} \times 100. \quad (7)$$

### 3 Cálculo y análisis de los indicadores por ramas de actividad: una aplicación al caso ecuatoriano

En esta sección se presentan los resultados del cálculo y análisis de cada uno de los indicadores a nivel agregado y, por ramas de actividades y productos. A nivel desagregado se presentan a precios constantes. Sin embargo, en el Anexo A se presentan tablas con resultados a precios corrientes, tanto para las ramas de actividades como para los productos y también resultados a precios constantes para el caso de ramas de actividades.

#### 3.1 Coeficiente de Exportación (CX)

##### 3.1.1 Resultados a nivel agregado

La participación del total de exportaciones en el valor total de la producción ecuatoriana medida a precios constantes, llegó a un pico en 2007 (39,73%), para caer hasta el año 2010 (35,43%). La reducción del coeficiente de exportación podría explicarse, principalmente, por la crisis mundial que se vivió en 2008, que supuso una drástica caída de precios del petróleo y de los commodities. La Figura 1 ilustra la trayectoria de este coeficiente a nivel agregado, marcada por un aumento continuo entre el año 2002 y el 2007, pasando del 32,93% al 39,73% y, un decrecimiento lento desde el año 2007.

Cuando es medido en precios corrientes, el coeficiente de exportación llega a su pico en 2008 (37,9%), para declinar 8,3 puntos porcentuales en el año 2009 (29,54%). La diferencia en su comportamiento en relación al coeficiente a precios constantes podría explicarse por el efecto de las variaciones en el precio del dólar en los últimos años.

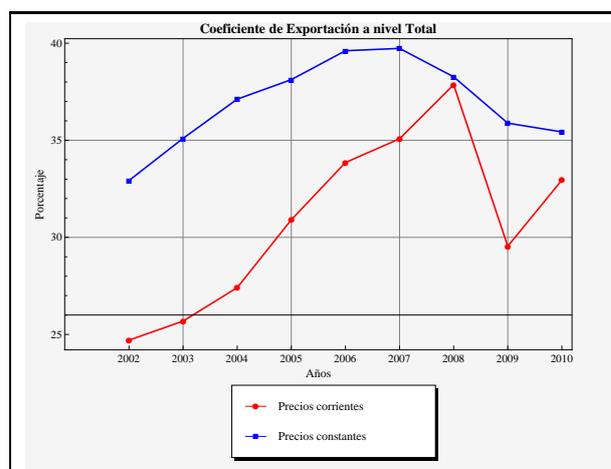


Figura 1. Coeficiente de exportación (%) a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

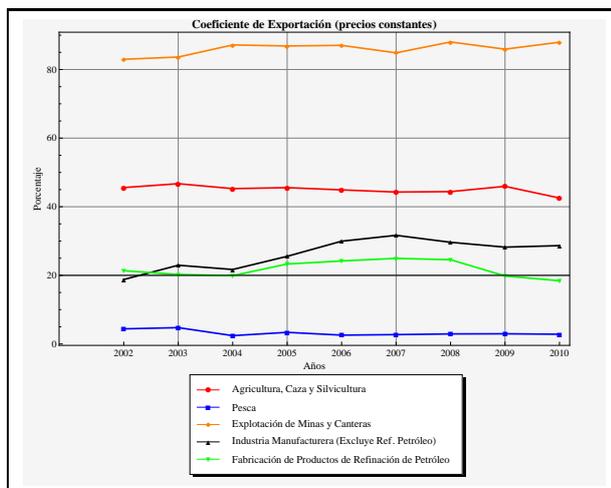
Es importante analizar este coeficiente a nivel desagregado, así, en términos de ramas de actividad, la Figura 2 muestra la evolución del coeficiente de exportación considerando precios de 2000 (precios constantes). El comportamiento de todas las ramas analizadas a excepción de la Industria Manufacturera (excluye Refinación de petróleo) y Fabricación de productos de la Refinación de Petróleo, ha sido relativamente estable, sin muchos cambios bruscos, donde, la rama de Explotación de Minas y Canteras tuvo mayor contribución, 82,98% en el año 2002 y en el año 2010 con 87,96%. El comportamiento del coeficiente correspondiente a la Industria Manufacturera (excluye Refinación de petróleo), tuvo un repunte en 2007 (31,67%), para caer en 2008 y 2009 y reducirse a 28,66% en 2010.

En términos corrientes, dentro de las tres ramas que tienen coeficientes más elevados, todos por encima de 30% en 2010, la que más se destaca es Explotación de Minas y Canteras (88,65%) (ver Tabla 8 en Anexo A).

Dentro de las ramas que tienen coeficientes de exportación medios, entre 15% y 30% en 2010 está la rama Industria Manufacturera (excluye refinación de petróleo), que tuvo un importante crecimiento en este período de análisis de 7,55 puntos porcentuales. Se destacan los productos: camarón, café y cacao elaborado; chocolate y productos de confitería y aceites crudos, refinados y grasas. Mientras que dentro de las ramas que poseen coeficientes bajos, inferiores a 15% en 2010 está la pesca, que ha tenido un comportamiento constante desde el 2006 al 2010.

##### 3.1.2 Resultados por productos

Dentro de la rama de Explotación de Minas y Canteras, el petróleo crudo y gas natural tiene un gran aporte para el coeficiente, siendo de 96,18% en 2008. Por otro lado, es im-



**Figura 2.** Coeficiente de exportación (%) por ramas de actividades a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

portante diferenciar los productos que están dentro de la rama de Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura, no solamente por las grandes diferencias estructurales que existen entre ellas, sino también por el hecho de que Ecuador es

un gran exportador de banano, café, cacao y flores, lo que se refleja en un coeficiente de exportación bastante elevado de 108,42 % (banano, café y cacao) y de 68,6 % (flores) en 2007, cuando es medido a precios constantes. El coeficiente de exportación de cereales a su vez llegó a 1,85 % (a precios constantes) en 2007, con una caída de 1,01 puntos porcentuales en relación a 2006.

Por otro lado, la Tabla 1 presenta los coeficientes de exportación a precios constantes, calculados para cada una de las cinco ramas de actividades.

En la parte superior se presentan los productos que tienen coeficientes más elevados todos por encima de 30 % en 2007. Los productos que más se destacan banano, café, cacao, camarón elaborado y petróleo. La parte intermedia de la tabla destaca a los productos que tienen coeficientes de exportación medios entre 15 % y 30 % en 2007. El producto con mayor coeficiente fue aceites refinados de petróleo. Finalmente, la parte inferior de la tabla muestra los productos que poseen coeficientes bajos, inferiores a 15 % en 2007. Aquí se destacan los hilos e hilados, tejidos y confecciones, bebidas alcohólicas y azúcar y panela donde éste último tuvo una caída drástica de 11 puntos porcentuales del año 2004 (15,47 %) al 2007 (4,10 %).

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Banano, café, cacao	114,26	113,40	111,57	111,63	110,60	108,42	107,92	108,37	107,76
Camarón elaborado	90,97	92,64	93,93	96,02	96,26	95,90	N/D	N/D	N/D
Petróleo crudo y gas natural	91,51	92,01	93,99	94,13	94,64	93,80	96,18	94,01	96,35
Flores	67,01	66,85	68,08	69,79	69,29	68,60	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	37,24	54,21	55,71	59,96	60,05	63,76	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	57,15	69,70	64,43	71,25	27,18	38,38	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	37,26	30,87	36,25	36,63	57,14	36,77	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	10,57	15,61	17,35	22,25	20,60	33,98	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	21,58	20,47	20,14	23,37	24,27	25,02	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	12,84	12,89	15,19	16,19	18,67	20,58	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	10,51	9,08	10,48	11,88	13,01	16,39	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	7,35	8,75	9,73	8,85	8,45	9,66	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	4,44	4,92	5,46	5,18	5,97	6,40	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	4,24	14,64	15,47	13,74	11,07	4,10	N/D	N/D	N/D
Cereales	3,62	4,40	2,75	2,39	2,86	1,85	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	1,15	2,05	1,13	1,20	1,48	1,49	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	0,08	0,03	0,04	0,06	0,04	0,43	N/D	N/D	N/D

**Nota:** N/D = No disponible.

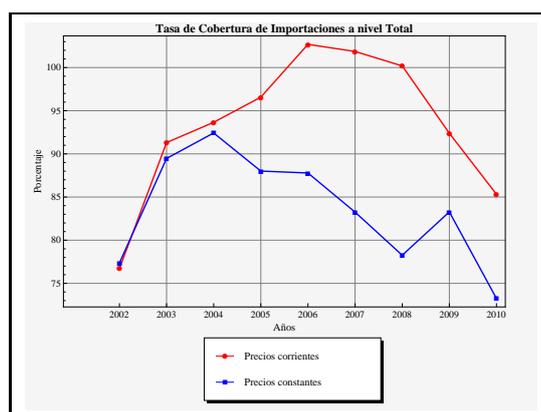
**Tabla 1.** Coeficientes de exportación (%) de Ecuador por productos a precios constantes. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

## 3.2 Tasa de Cobertura (TC)

### 3.2.1 Resultados a nivel agregado

La participación del total de las exportaciones en el valor total de las importaciones, medida a precios constantes, llegó a un pico en el 2004 (92,42 %), para caer continuamente hasta el año 2008 (78,26 %), una caída de 14,16 puntos porcentuales. Esta reducción es negativa para el país, pues se puede decir que las salidas de divisas son mayores que las entradas. La Figura 3 ilustra la trayectoria de este indicador, a nivel total marcada por un decrecimiento continuo entre el 2004 y 2008.

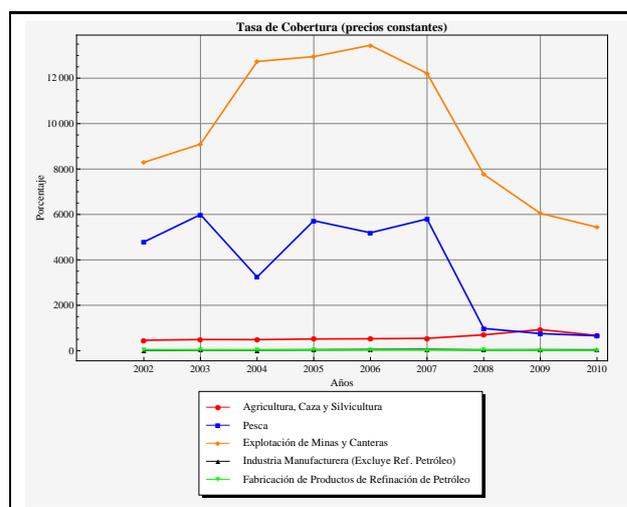
En términos corrientes, el comportamiento es relativamente positivo, con un crecimiento rápido desde el 2002 hasta el 2006, que llega a un pico de 101,86 %. Bajo este escenario, donde el indicador es mayor al 100 %, la balanza comercial es positiva, porque las exportaciones son mayores a las importaciones. Sin embargo desde el 2008 empieza a descender hasta un 85,32 % en el 2010.



**Figura 3.** Tasa de Cobertura (%) a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

### 3.2.2 Resultados por ramas de actividades

La Figura 4 muestra la evolución de la tasa de cobertura a precios constantes para cada rama de actividad en el período 2002-2010. La mayor tasa de cobertura a precios constantes, corresponde a la rama de Explotación de Minas y Canteras, misma que tuvo un crecimiento acelerado desde el 2002 (8 292,55 %) hasta el 2006 (13 450,67 %), para luego decrecer rápidamente hasta 5 438,62 % en el 2010; 2,5 veces. Esta actividad, al igual que la Pesca y la Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura tienen alta participación de las exportaciones en el valor de las importaciones, siendo la última en menores porcentajes. En el caso de las ramas Industria Manufacturera y Fabricación de Productos de la Refinación de Petróleo, la tasa de cobertura estuvo por debajo de 50 % en todos los años, a excepción del año 2007 en el caso de la Industria Manufacturera (53,53 %). Es decir, que de cada 100 de importaciones las exportaciones fueron menos de 50. En este caso la balanza comercial es negativa.



**Figura 4.** Tasa de Cobertura (%) por ramas de actividades a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

### 3.2.3 Resultados por productos

La Tabla 2 presenta las tasas de cobertura de los productos seleccionados. Este indicador, a diferencia del anterior, para el caso de algunas ramas de actividad resulta en porcentajes bastante elevados, donde para el caso de banano, café, cacao y petróleo crudo y gas natural, este indicador al no tener importaciones, resulta el mismo valor de las exportaciones; por lo que la calificación que se le ha dado es diferente.

La parte superior de la Tabla 2 presenta los productos que tienen coeficientes muy elevados en todos los años. Con estos resultados, se confirma que las principales exportaciones del país son el banano, café, cacao y petróleo crudo y gas natural, además, desde el punto de vista económico, esto representa que el país es autoabastecedor de éstos. Otro producto importante que se destaca es el camarón elaborado, que tuvo un pico en el 2006 (166 074 %) y disminuyó el siguiente año 1,8 veces. Este producto se encuentra dentro de la rama de actividad, Industria Manufacturera, por lo que se podría decir, que fue un producto influyente para su crecimiento. La parte intermedia de la tabla presenta resultados de los productos con tasas medias, donde todos corresponden a la rama de actividad Industria Manufacturera. Por otro lado, a pesar de tener un decrecimiento rápido y continuo, el producto con mayor tasa en todos los años fue el cacao elaborado. Del 2002 al 2007, decreció 3,3 veces. Otro producto importante de este grupo es la azúcar y panela, marcada por altos y bajos significativos. Finalmente, la parte inferior de la tabla 2 muestra los productos que poseen tasas bajas, inferiores a 100 %, es decir, que sus importaciones son mayores a las exportaciones y por lo tanto, su balanza comercial es negativa. El producto destacado es aceites crudos, refinados y grasas, que ha tenido un comportamiento creciente lento, seguido de Productos de plástico.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Banano, café, cacao	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Petróleo crudo y gas natural	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Camarón elaborado	99.817,03	48.136,20	87.547,24	118.392,19	166.073,99	92.034,79	N/D	N/D	N/D
Flores	3.100,93	2.674,10	2.910,67	2.679,09	2.883,54	3.170,87	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	651,53	886,80	858,16	589,51	924,38	1.063,55	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos</b>									
Cacao elaborado	1.842,87	1.891,10	1.825,64	1.401,08	410,62	561,52	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	86,97	71,40	85,12	90,20	152,31	106,62	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	38,05	650,28	363,28	185,24	432,96	103,10	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 100 %)</b>									
Aceites crudos, refinados y grasas	30,51	43,52	46,74	53,66	47,71	67,93	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	25,50	20,87	24,33	29,42	35,71	43,12	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	44,11	35,27	36,48	34,50	31,08	29,96	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	23,15	17,75	20,82	19,91	24,08	22,29	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	32,27	34,01	29,82	24,40	21,68	21,22	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	21,85	20,23	21,63	20,31	21,61	20,30	N/D	N/D	N/D
Cereales	48,30	48,51	32,65	24,07	27,24	14,86	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	1,81	0,77	1,59	1,54	0,93	11,45	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	11,49	16,26	9,04	8,44	9,97	7,46	N/D	N/D	N/D

Nota: \*\* = Valores muy altos. N/D = No disponible.

Tabla 2. Tasa de Cobertura (%) por productos a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

### 3.3 Coeficiente de Penetración de Importaciones (CPM)

#### 3.3.1 Resultados a nivel agregado

La participación de las importaciones en el consumo interno aparente registró un marcado aumento entre el 2003 y el 2008 a precios corrientes y a precios constantes. El coeficiente de penetración de importaciones medido a precios constantes del 2002 tuvo un repunte en el 2007 (44,19%). En todos los años desde el 2002 este coeficiente ha sido mayor al coeficiente de exportación. Sin embargo, en términos corrientes, desde el 2002, este coeficiente fue superado por el coeficiente de exportación, en particular en el año 2007 con 0,41 puntos porcentuales.

La Figura 5 muestra un comportamiento similar entre el coeficiente a precios constantes y a precios corrientes, siendo en mayores valores el coeficiente a precios constantes, donde desde el 2003 hasta el 2008 tuvo un crecimiento moderado, para luego caer en el 2009 en 4 puntos porcentuales con respecto al año 2008 (44,20%) y crecer en el 2010 (42,83%). Mientras mayor sea el coeficiente, representará una mayor capacidad de compra, y por lo tanto se dice que el país es menos competitivo, ya que no es capaz de producir lo suficiente como para abastecer su mercado interno.

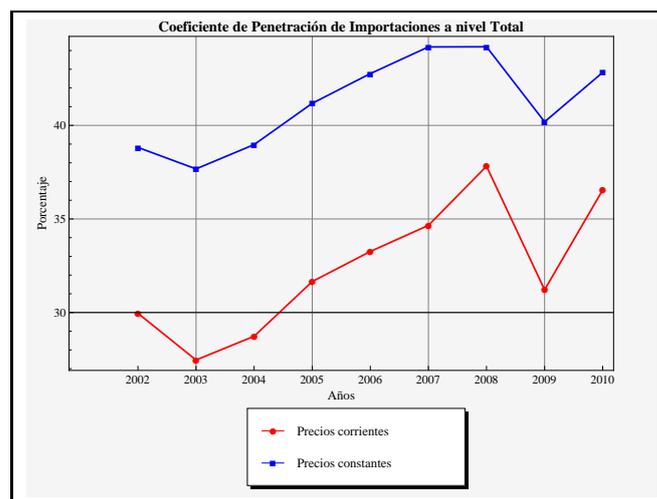


Figura 5. Coeficiente de Penetración de Importaciones a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

#### 3.3.2 Resultados por ramas de actividades

La Figura 6 muestra la evolución del coeficiente por ramas de actividades a precios constantes del 2000. A dife-

rencia del coeficiente de exportación, el coeficiente de penetración de importaciones es elevado en la rama de actividad Fabricación de productos de la refinación de petróleo, habiendo alcanzado 58,32 % en el 2010 (a precios constantes), con un aumento de 7,44 puntos porcentuales en relación al año anterior. En la rama Industrias Manufactureras el coeficiente más alto fue de 55,18 % en el 2008, con un aumento de 6,4 puntos porcentuales desde el 2002, terminando en 2010 con 53,53 %. Se podría decir, que estas dos ramas contribuyeron en mayor porcentaje al coeficiente medido a nivel agregado, resultando así en un coeficiente mayor al de las exportaciones.

La Pesca y la Explotación de Minas y Canteras son las ramas con bajos coeficientes, significando así que Ecuador es autoabastecedor de los productos que incluyen estas ramas, donde la importación es marginal y nula en ciertos casos.

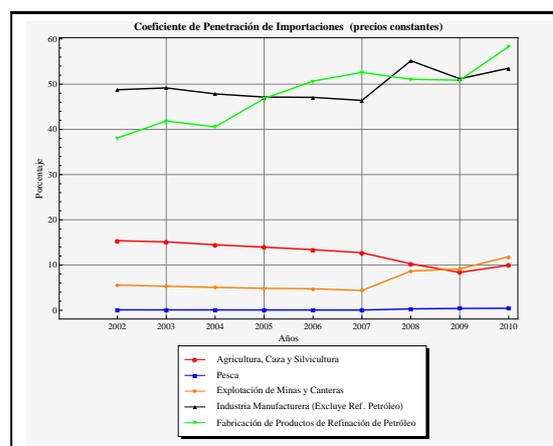


Figura 6. Coeficiente de Penetración de Importaciones por ramas de actividad a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Cuero, productos del cuero y calzado	40,27	42,25	45,29	48,75	51,51	56,08	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	38,42	42,20	40,87	46,92	50,76	52,70	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	27,93	29,83	30,99	34,78	35,22	43,10	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	40,58	38,47	40,05	39,06	46,68	35,29	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	19,73	21,99	26,55	28,47	29,87	33,51	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	31,53	32,37	32,49	31,42	29,52	31,25	N/D	N/D	N/D
Cereales	44,98	41,20	38,87	38,80	41,69	30,61	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Bebidas alcohólicas	16,72	22,59	21,72	21,53	20,85	23,46	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	9,23	11,38	11,21	12,59	13,08	16,89	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	8,35	11,78	12,78	20,26	13,99	14,19	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Cacao elaborado	6,75	10,84	9,03	15,03	8,33	9,98	N/D	N/D	N/D
Flores	6,15	7,01	6,83	7,94	7,26	6,45	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	10,43	2,57	4,79	7,92	2,80	3,98	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	4,42	3,24	2,45	3,69	4,44	3,66	N/D	N/D	N/D
Camarón elaborado	1,00	2,55	1,74	2,00	1,52	2,48	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Petróleo crudo y gas natural	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota: N/D = No disponible.

Tabla 3. Coeficiente de penetración de importaciones (%) por productos a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

### 3.3.3 Resultados por productos

En la Tabla 3 se presentan los resultados de los coeficientes de penetración de importaciones de los productos seleccionados.

En su parte superior, están seis productos de la Industria Manufacturera y Cereales que poseen coeficientes de penetración de importaciones más elevados (mayores a 30 % en el 2007). Los más destacados son los productos Cuero, productos del cuero y calzado y los aceites refinados

de petróleo y de otros productos, en el cual las importaciones correspondieron a alrededor de 50 % del consumo aparente doméstico en 2007. Es importante también destacar el fuerte decrecimiento en 14 puntos porcentuales del coeficiente desde el 2002 hasta el 2007 para el caso del producto Cereales. Dentro de los coeficientes medianos, entre 15 % y 30 %, están los Productos de la panadería, fideos y pastas, café elaborado y bebidas alcohólicas, experimentando los tres un crecimiento de más del 50 %. Éstos corresponden a la Industria Manufacturera. En su parte inferior están los

coeficientes bajos, inferiores al 15%. Como era de esperarse, para el caso de banano, café, cacao y petróleo crudo y gas natural, su coeficiente es cero. No así, las flores y camarón elaborado que tuvieron coeficientes más altos del grupo. Sin embargo, el más destacado es el cacao elaborado, que en los últimos dos años a experimentado un decrecimiento con respecto al 2005 (15,03%).

### 3.4 Indicador de Transabilidad (IT)

#### 3.4.1 Resultados a nivel agregado

El análisis anterior puede complementarse a partir del Indicador de Transabilidad puesto que éste considera el resultado de la balanza comercial y no solo las importaciones. La evolución de este indicador se presenta en la Figura 7. Cabe destacar los resultados negativos que se han tenido, pues se está considerando la balanza comercial y como se analizó en la sección anterior correspondiente a la Tasa de Cobertura, ésta se caracteriza por ser negativa para el caso ecuatoriano. Así, el análisis correspondiente será en términos negativos. La participación de las importaciones en el consumo aparente es mayor que las exportaciones, resultando así, indicadores negativos, como ya se lo anotó, tanto a precios corrientes como a precios constantes, a excepción de los años 2006 al 2008, en el caso de precios corrientes. A precios constantes, este indicador llegó a un pico en el 2004 (-2,95%), descendiendo rápidamente hasta el 2008 (-9,61%), para finalmente crecer en el 2009 y volver a caer en el 2010 (-11,46%), el más bajo del período.

Cuando es medido en precios corrientes, el indicador de transabilidad llega a su pico en el 2006 (0,89%), para declinar los años siguientes hasta el 2010 (-5,36%), debido a la mayor participación de las importaciones que de las exportaciones en el consumo aparente.

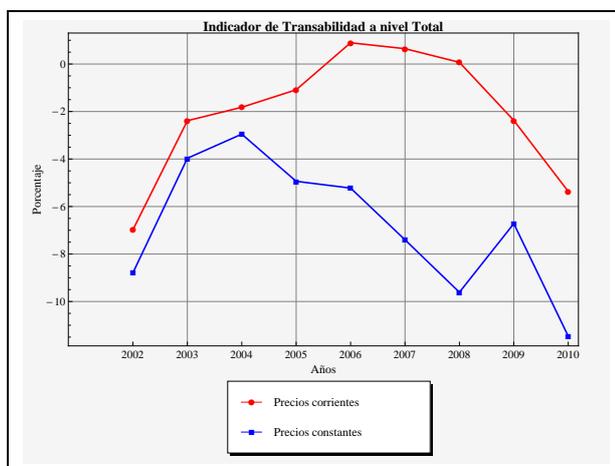


Figura 7. Indicador de Transabilidad (%) a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

#### 3.4.2 Resultados por ramas de actividades

Analizar el comercio exterior por ramas de actividades permite diferenciar las estructuras de cada producto que incluyen, sobre todo en el caso de Ecuador que es un gran exportador de petróleo, lo que refleja ser un indicador de transabilidad bastante elevado, de 632,05% en el 2010 (Explotación de minas y canteras), cuando es medido a precios constantes. La trayectoria de este indicador, entre el 2002 y el 2010 fue creciente, resultando en un incremento de 177,2 puntos porcentuales al 2010 (ver Figura 8). El coeficiente de exportación de la rama de actividad Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura, a su vez, llegó a 56,73% (a precios constantes) en el 2010, con una caída de 17,8 puntos porcentuales en relación al 2009. Por otro lado, en el caso de las ramas Industrias Manufactureras y Fabricación de productos de la refinación de petróleo este indicador es negativo en todo el período. En el caso de la segunda rama ha tenido un decrecimiento de más del 100% del 2002 al 2010, lo que significaría que el país es netamente importador de los productos que incluye dicha rama y en consecuencia no son competitivos en el mercado interno, dado que existe un exceso de demanda de productos de esas ramas.

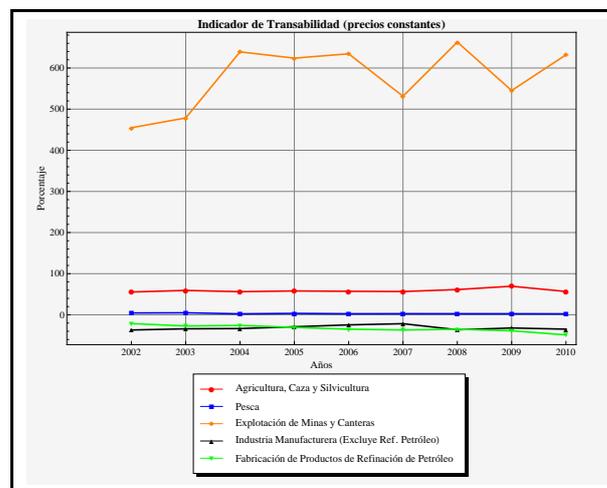


Figura 8. Indicador de Transabilidad (%) por ramas de actividades a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

#### 3.4.3 Resultados por productos

La Tabla 4 presenta los indicadores de transabilidad a precios constantes calculados para cada uno de los 17 productos seleccionados. Ésta, separa los indicadores en tres grupos, conforme al valor alcanzado por los respectivos productos. Un hecho importante es el caso del banano, café, cacao, que tiene valores negativos muy significativos, como resultado del consumo aparente negativo, debido a que la demanda externa es mayor a la oferta.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Camarón elaborado	996,54	1.223,31	1.519,94	2.360,09	2.530,04	2.278,86	N/D	N/D	N/D
Petróleo crudo y gas natural	1.077,26	1.151,23	1.563,13	1.603,24	1.765,32	1.511,78	2.519,66	1.569,52	2.638,59
Flores	184,46	180,52	191,93	204,74	202,02	197,93	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	46,04	92,65	96,90	99,17	115,30	136,77	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos</b>									
Cacao elaborado	117,64	194,24	155,79	195,58	25,88	46,08	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos</b>									
Chocolate y productos de confitería	- 5,29	- 11,00	- 5,96	- 3,83	24,42	2,34	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	- 6,46	14,14	12,62	6,75	9,31	0,12	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	- 4,34	- 3,21	- 2,41	- 3,64	- 4,40	- 3,24	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	- 19,41	- 16,85	- 16,50	- 16,12	- 18,42	- 13,82	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	- 8,17	- 9,53	- 10,20	- 11,53	- 11,78	- 15,63	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	- 23,49	- 25,62	- 24,59	- 22,18	- 18,98	- 17,77	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	- 12,85	- 18,58	- 17,20	- 17,24	- 15,83	- 18,23	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	- 13,36	- 14,51	- 18,63	- 21,52	- 23,39	- 26,40	N/D	N/D	N/D
Cereales	- 42,91	- 38,49	- 37,14	- 37,30	- 39,98	- 29,30	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	- 21,47	- 27,31	- 25,96	- 30,73	- 34,99	- 36,91	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	- 31,47	- 33,70	- 35,49	- 38,85	- 40,38	- 44,70	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	- 801,04	- 846,15	- 964,49	- 959,51	- 1.043,62	- 1.287,26	- 1.361,96	- 1.294,31	- 1.389,38

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 4.** Indicador de Transabilidad (%) por productos a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

La parte superior presenta los cuatro productos que tienen indicadores más elevados en el 2010. Los productos que más se destacan son: camarón elaborado y petróleo crudo y gas natural. La diferencia entre ambos es que el segundo tenía un indicador elevado en el 2002 y un crecimiento moderado hasta el 2007, mientras que el primero se transformó en un gran exportador, alcanzando en el período 2002 al 2007 coeficientes superiores al 2 000 %, creciendo así 2,29 veces.

La parte intermedia presenta un coeficiente mediano correspondiente al producto cacao elaborado, mismo que presenta un panorama favorable, en el sentido que el indicador de transabilidad disminuyó en más de la mitad.

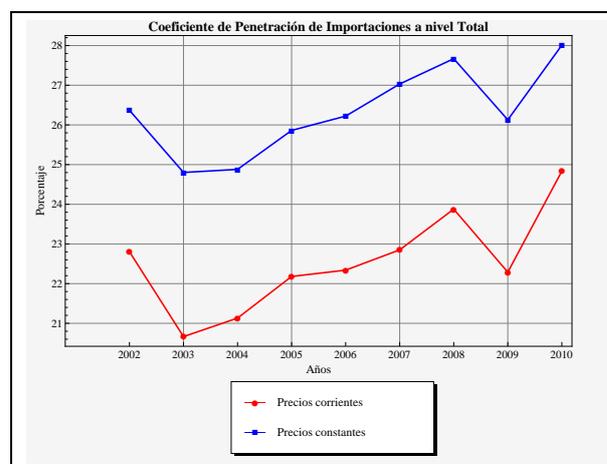
Finalmente, la parte inferior de la tabla muestra los productos que poseen indicadores bajos. Los productos destacados son azúcar y panela y chocolate y productos de confitería, que fueron los únicos que terminaron con indicadores positivos en el 2007.

### 3.5 Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (TECI)

#### 3.5.1 Resultados a nivel agregado

Dado que la producción se vende tanto en el mercado interno como en el externo, este indicador cuantifica el porcentaje de las exportaciones sobre la producción (CX) y la parte destinada al consumo interno que está expues-

ta al Coeficiente de Penetración de Importaciones (CPM). El comportamiento de la tasa a precios corrientes y a precios constantes fue similar (similar tendencia), resultando en tasas mayores para el segundo caso (ver figura 9). La tasa de exposición a la competencia internacional, medida a precios constantes, muestra un comportamiento lento de crecimiento entre el 2003 y el 2008, cayendo en el 2009 (26,13 %) y llegando a un pico en el 2010 (28 %).



**Figura 9.** Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (%) a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

### 3.5.2 Resultados por ramas de actividades

La Figura 10 muestra el comportamiento de la evolución de la tasa de exposición a la competencia internacional por ramas de actividades a precios constantes. Este comportamiento es muy similar al comportamiento del coeficiente de penetración de las importaciones analizado anteriormente, explicándose así, que éste contribuye en mucho al consumo interno donde se destacan las ramas Industria Manufacturera, y Fabricación de productos de la Refinación de petróleo, que tienen en promedio tasas entre el 30 % y 40 %. En el caso de la Explotación de Minas y Canteras, la tasa es demasiado baja en todo el periodo (pico de 2,31 % en el 2010), comparado con las ramas de actividades Industria Manufacturera; Fabricación de productos de la Refinación de petróleo y Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura. La tendencia de la tasa para el caso de la Fabricación de productos de la Refinación de petróleo ha sido creciente desde el 2007 (34,5 %) hasta el 2010 (47,8 %). Su crecimiento ha sido de 13,3 puntos porcentuales.

### 3.5.3 Resultados por productos

La Tabla 5 presenta la tasa de exposición a la competencia internacional a precios constantes calculados para cada uno de los 17 productos. En su parte superior están los cuatro productos que poseen tasas más elevadas en el 2007, los

mismos que corresponden a la rama Industria Manufacturera. Es destacable el crecimiento de las tasas correspondientes a estos productos a excepción del producto chocolate y productos de confitería que ha tenido altos y bajos, con un pico de 27,25 % en el 2006, terminando en el 2007 con 13,9 puntos porcentuales menos que el año anterior.

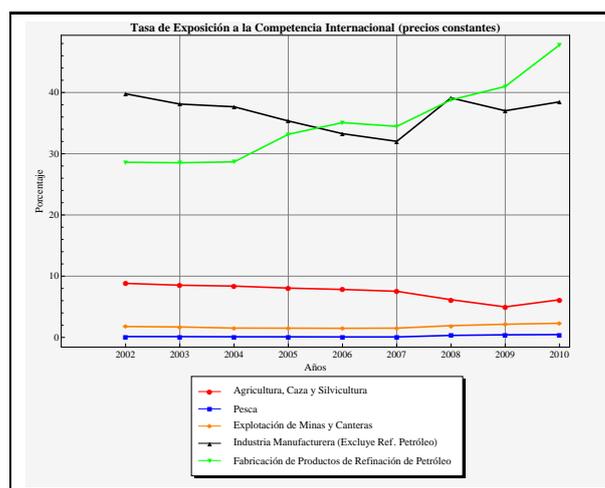


Figura 10. Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (%) por ramas de actividades a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Aceites crudos, refinados y grasas	3,06	4,81	5,55	7,96	7,46	14,98	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	8,51	8,84	8,43	11,20	12,56	13,44	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	15,49	12,18	14,88	14,67	27,25	13,35	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	5,30	5,58	7,03	8,06	9,81	11,75	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medios</b>									
Café elaborado	3,48	6,93	7,68	12,75	9,00	9,69	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	3,42	3,03	3,51	3,85	3,97	5,29	N/D	N/D	N/D
Flores	4,79	5,36	5,33	6,24	5,72	5,11	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos</b>									
Cacao elaborado	4,43	8,26	6,46	11,42	2,54	4,22	N/D	N/D	N/D
Camarón elaborado	1,82	3,29	2,57	2,88	2,43	3,34	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	1,52	2,01	2,68	2,61	2,61	3,34	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	0,79	1,16	1,24	1,17	1,30	1,56	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	1,14	1,13	1,11	1,12	1,10	1,08	1,08	1,08	1,08
Petróleo crudo y gas natural	0,92	0,92	0,94	0,94	0,95	0,94	0,96	0,94	0,96
Cereales	1,66	1,86	1,10	0,95	1,22	0,59	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	0,12	0,25	0,14	0,16	0,21	0,27	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	0,49	0,52	0,90	1,23	0,42	0,20	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

Tabla 5. Tasa de exposición a la Competencia Internacional (%) por productos a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

La parte central presenta 3 productos que tienen tasa intermedias, entre 5 % y 10 % en el 2007, destacándose el café elaborado. La parte inferior presenta los 10 productos

que tienen tasas bajas (debajo del 10 %) en el 2007. Ahí se incluyen tanto productos del sector primario como del secundario (Industria Manufacturera). En general, éstos pro-

ductos también tuvieron un crecimiento, pero fue marginal. Los productos más destacados son el café elaborado, flores, productos plásticos y cacao elaborado.

### 3.6 Grado de Apertura (GA)

#### 3.6.1 Resultados a nivel agregado

La participación del total de importaciones más las exportaciones en el valor total de la producción, medida a precios constantes, llegó a un pico en el 2007 (87,5 %), manteniéndose estable en el 2008, para caer en el 2009 y subir a 83,8 % en el 2010, con una subida de 4,8 puntos porcentuales en relación al año anterior. El comportamiento de la tasa (ver Figura 11), a precios corrientes y a precios constantes, al igual que la tasa de exposición a la competencia internacional, está determinado por el coeficiente de penetración de las importaciones, no así por el coeficiente de exportación que tiene un débil efecto.

En términos corrientes, el coeficiente de exportación llega a su pico en el 2008 (75,65 %), para declinar los dos años siguientes debido a la pérdida del impulso de crecimiento de las cantidades exportadas y un efecto contrario de las importaciones. Con todo, este indicador creció 10 puntos porcentuales del 2009 al 2010 (71,6 %).

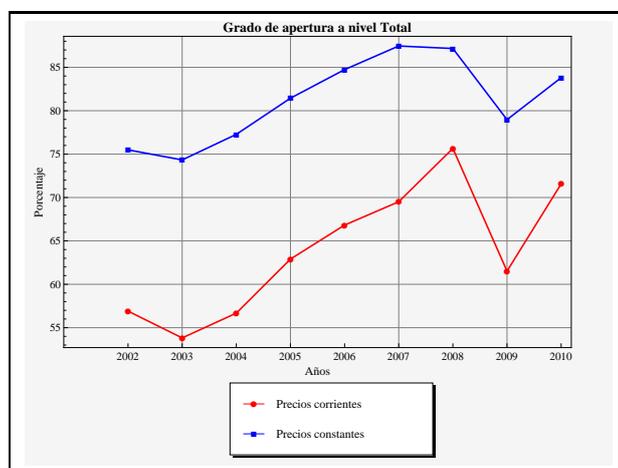


Figura 11. Grado de Apertura a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

#### 3.6.2 Resultados por ramas de actividades

La Figura 12 muestra la evolución del grado de apertura de las ramas de actividades a precios constantes, donde el correspondiente a la rama Fabricación de Productos de la Refinación de Petróleo tiene un crecimiento rápido, llegando a un pico en el 2010 de 132,6 %, considerándose así la rama con mayor apertura al comercio exterior. Debido al efecto de las importaciones, los valores del grado de apertura de la economía de esta rama sobrepasan al de Explo-

tación de Minas y Canteras, cuya propensión a exportar es mucho mayor.

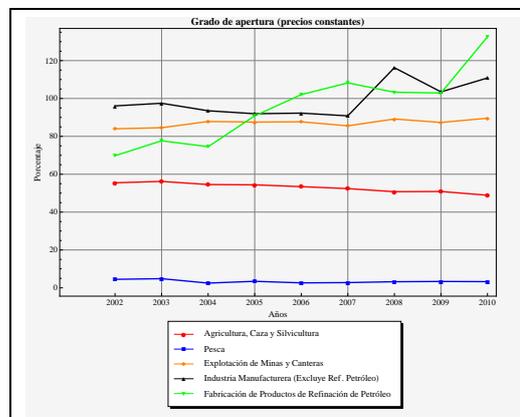


Figura 12. Grado de Apertura (%) por ramas de actividades a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

#### 3.6.3 Resultados por productos

La Tabla 6 presenta los resultados del grado de apertura a precios constantes calculados para cada uno de los 17 productos. La parte superior presenta los once productos que tienen indicadores más elevados, todos por encima de 50 % en el 2007. Los productos que más se destacan son: camarón elaborado (que ha tenido un crecimiento continuo y rápido, creciendo más del 100 % del 2002 al 2007), cuero, productos del cuero y calzado, aceites refinados de petróleo y de otros productos y el banano, café, cacao (que se ha mantenido casi estable con diferencias marginales).

La parte intermedia de la tabla destaca a los productos que tienen grados de apertura medios, entre 30 % y 50 %. Ahí se incluyen: cereales, cacao elaborado y bebidas alcohólicas. Estos productos a diferencia de los que tienen coeficientes elevados, sufrieron la reducción en su grado de apertura a excepción de bebidas alcohólicas que creció 11,47 puntos porcentuales del 2002 al 2007.

Finalmente, la parte inferior de la tabla muestra los productos que poseen grados de apertura bajos, inferiores a 30 % en el 2007. Se destacan los productos de la panadería, fideos y pastas.

### 3.7 Tasa de balanza Comercial (BC)

#### 3.7.1 Resultados a nivel agregado

La participación de la balanza comercial en el valor total de la producción ecuatoriana, medida a precios constantes fue siempre negativa (ver Figura 13), llegando a un pico (en términos negativos) en el 2004 de -3,04 %, para caer significativamente hasta el 2008, subir en el 2009 y, reducirse a -12,94 en el 2010 (el valor más bajo del período) con una caída de 5,7 puntos porcentuales en relación al año anterior. La reducción de la tasa de Balanza Comercial podría

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 50 %)</b>									
Camarón elaborado	73,55	96,10	106,58	134,12	154,30	158,22	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	71,61	76,62	85,40	95,92	105,08	121,99	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	70,51	78,53	75,34	91,10	102,35	108,55	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	114,26	113,40	111,57	111,63	110,60	108,42	107,92	108,37	107,76
Petróleo crudo y gas natural	91,51	92,01	93,99	94,13	94,64	93,80	96,18	94,01	96,35
Aceites crudos, refinados y grasas	45,22	51,48	54,45	63,71	63,77	83,99	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	80,11	74,09	78,84	77,24	94,66	71,26	N/D	N/D	N/D
Flores	69,17	69,35	70,42	72,40	71,70	70,76	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	42,96	60,32	62,20	70,13	66,55	69,76	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	30,12	34,47	42,36	45,13	47,44	55,20	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	51,73	52,61	53,57	52,26	49,44	54,39	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 30 % y debajo de 50 %)</b>									
Cacao elaborado	60,25	73,39	67,96	76,34	33,79	45,21	N/D	N/D	N/D
Cereales	82,40	71,37	64,58	64,27	72,32	45,14	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	23,62	32,67	31,70	31,19	30,74	35,09	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 30 %)</b>									
Productos de la panadería, fideos y pastas	11,20	14,63	13,61	15,43	16,31	21,52	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	15,40	16,89	19,72	21,16	13,63	8,08	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	4,70	3,37	2,55	3,89	4,68	4,21	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

Tabla 6. Grado de Apertura (%) por producto a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

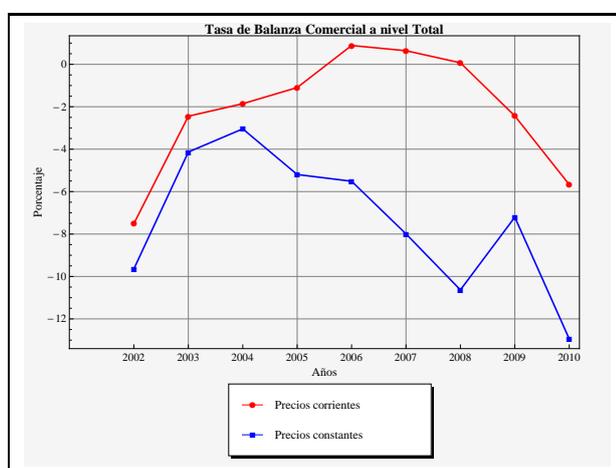


Figura 13. Tasa balanza comercial (%) a precios corrientes y constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

explicarse principalmente por el crecimiento continuo y fuerte de importaciones de la rama Fabricación de productos de la Refinación del Petróleo y, también por el crecimiento de importaciones de Industrias Manufactureras.

Cuando es medido en precios corrientes, la tasa de balanza comercial, tiene un escenario diferente, incluso inverso, llegando a un pico positivo en el 2006, para declinar los tres años siguientes con valores negativos (-5,7 % en el 2010).

### 3.7.2 Resultados por ramas de actividades

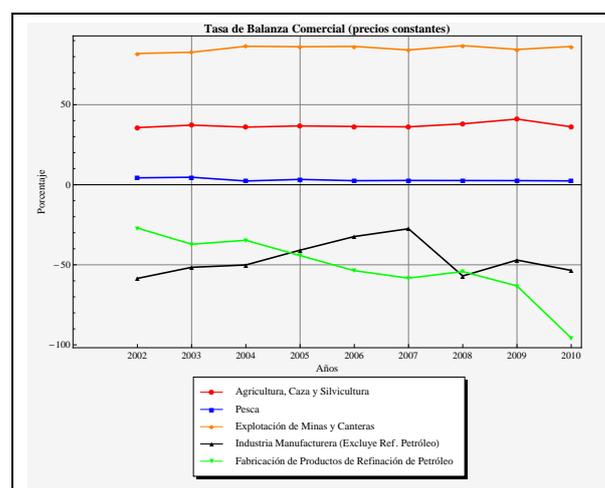


Figura 14. Tasa balanza comercial (%) por ramas de actividad a precios constantes (2002 - 2010). Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Para el análisis de la tasa a precios constantes a nivel de ramas de actividades (ver Figura 14). La tasa tiene resultados favorables para el caso de Explotación de Minas y Canteras, Agricultura, Ganadería, Caza y Silvicultura y Pesca. En general, las tres ramas tienen un comportamiento estable en el período analizado, terminando el 2010 con caídas

marginales a excepción de Explotación de Minas y Canteras que creció 1,83 puntos porcentuales con respecto al año anterior. Por otro lado, las ramas Industria Manufacturera y Fabricación de productos de la refinación de petróleo tuvieron resultados negativos, donde la segunda terminó en el 2010 con una caída drástica (-91,12%), empeorando así su balanza comercial.

### 3.7.3 Resultados por productos

Finalmente, la Tabla 7 presenta las tasas de balanza comercial a precios constantes calculados para cada uno de los 17 productos. Ésta, separa los productos en tres grupos (tasas elevadas, medias y bajas) conforme al valor alcanzado por sus respectivas tasas.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Camarón elaborado	73,22	91,91	106,34	143,85	180,31	194,64	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	114,26	113,40	111,57	111,63	110,60	108,42	107,92	108,37	107,76
Petróleo crudo y gas natural	91,51	92,01	93,99	94,13	94,64	93,80	96,18	94,01	96,35
Flores	64,85	64,35	65,75	67,19	66,89	66,44	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	31,52	48,09	49,21	49,79	53,55	57,77	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medios</b>									
Cacao elaborado	54,05	66,01	60,90	66,17	20,56	31,54	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos</b>									
Chocolate y productos de confitería	- 5,58	- 12,36	- 6,34	- 3,98	19,63	2,28	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	- 6,91	12,39	11,21	6,32	8,51	0,12	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	- 4,53	- 3,32	- 2,47	- 3,77	- 4,60	- 3,35	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	- 24,08	- 20,26	- 19,76	- 19,21	- 22,58	- 16,04	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	- 8,89	- 10,54	- 11,36	- 13,03	- 13,35	- 18,53	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	- 30,71	- 34,44	- 32,60	- 28,50	- 23,42	- 21,62	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	- 14,74	- 22,82	- 20,77	- 20,83	- 18,81	- 22,30	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	- 15,42	- 16,97	- 22,90	- 27,42	- 30,54	- 35,87	N/D	N/D	N/D
Cereales	- 75,17	- 62,57	- 59,08	- 59,48	- 66,61	- 41,44	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	- 27,35	- 37,58	- 35,07	- 44,36	- 53,82	- 58,50	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	- 45,93	- 50,83	- 55,02	- 63,53	- 67,73	- 80,82	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

Tabla 7. Tasa de Balanza Comercial (%) por productos a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

La parte superior presenta los cinco productos que tienen tasas más elevadas. Los productos que más se destacan son tres productos, camarón elaborado, Banano, café, cacao y petróleo crudo y gas natural. De estos tres productos, el camarón elaborado presenta un crecimiento de 2,66 veces del 2002 al 2007 (194,64%), a diferencia de los otros dos que tienen un comportamiento relativamente estable, con altos y bajos marginales. Vale destacar también el comportamiento del café elaborado, que aunque en proporciones menores a las anteriores, tuvo un crecimiento importante de 1,83 veces del 2002 al 2007 (57,77%).

La parte intermedia presenta tasas medias, entre el 50% y 30% en el 2007, donde está únicamente el Cacao elaborado, mismo que ha tenido un comportamiento positivo, pues ha sido decreciente, como consecuencia de una reducción de sus importaciones.

La parte inferior de la tabla muestra los productos que poseen tasas bajas, inferiores a 30% en 2007. Casi todas son negativas, a excepción del azúcar y panela y; chocolate y productos de confitería que en algunos años presentan re-

sultados positivos. Los productos más críticos que afectan significativamente la balanza comercial son cuero, productos del cuero y calzado, aceites refinados de petróleo y de otros productos, cereales y finalmente hilos e hilados; tejidos y confecciones.

## 4 Aplicación del Análisis en Componentes Principales

Una vez calculados todos los indicadores de comercio para cada rama de actividad, se aplica una técnica multivariable, el Análisis en Componentes Principales (ACP). Con esta técnica se pretendía establecer las características de comercio exterior que cada rama de actividad ha tenido en el período 2002-2010). Cabe mencionar que el ACP se lo realizó separadamente para precios corrientes y para precios constantes, y para los 9 años considerados en el presente estudio.

Sin embargo, los resultados de los test que indican la

validez del ACP, en todos los casos, fueron negativos, pues el determinante de las matrices de correlaciones fueron igual a cero, por lo que las matrices no son definidas positivas y; por lo tanto, no es posible reducir las variables a factores determinantes de comercio exterior para cada rama de actividad y producto como se pretendía.

## 5 Conclusiones

La evolución de los indicadores de comercio exterior en los últimos años destaca un importante crecimiento de las exportaciones en el período que va desde el 2002 hasta el 2006, en términos constantes, permitiendo así, una reducción del déficit de la balanza comercial. Sin embargo, este crecimiento no logró superar las importaciones y por lo tanto tener una balanza positiva. A precios corrientes, el crecimiento de las exportaciones se da en el período 2002 al 2007 y en porcentajes menores que a precios constantes y, tampoco logra superar a las importaciones en términos corrientes.

En general, los indicadores de comercio exterior presentados en este trabajo contribuyen por lo tanto, a un mejor entendimiento de los cambios que se están planteando en economía política de la protección y la sensibilidad de las industrias y productos ecuatorianos a la evolución de su sector externo. Sin embargo, si bien el país ha avanzado en la implantación de una estrategia nacional de competitividad y se han diseñado instancias de articulación, coordinación y concertación, aún se carece de objetivos claros y de un consenso generalizado sobre la forma de aplicar y desarrollar políticas públicas a largo plazo.

A continuación las principales conclusiones por indicador:

- El comportamiento de las exportaciones en términos constantes ha decrecido desde el 2006 por debajo del 50 % de la producción nacional.
- Para el caso de la tasa de cobertura únicamente en términos corrientes, se tiene una balanza positiva para los años 2006, 2007 y 2008.
- La rama de actividad con tasas de cobertura elevadas corresponden a la de explotación de minas y canteras, donde el producto principal es el petróleo crudo y gas natural.
- El camarón elaborado y el café elaborado tuvieron tasas de cobertura altas, por lo que se podría decir, que fueron productos influyentes para el crecimiento de la tasa correspondiente a la rama de actividad Industria Manufacturera.
- Para el caso del producto cereales, el coeficiente de penetración de importaciones decreció significativamente en 14 puntos porcentuales desde el 2002 hasta el 2007 .
- Los resultados de los coeficientes de penetración de las importaciones evidencian que Ecuador no es un país competitivo en el mercado interno, lo cual es una desventaja en relación a otros países. En tanto sea mayor el coeficiente de penetración de importaciones, será una mayor capacidad de compra y por lo tanto se dice que el país es menos competitivo, porque que no es capaz de producir lo suficiente como para abastecer su mercado interno.
- La participación de las importaciones en el consumo aparente es mayor que las exportaciones, resultando así, indicadores negativos tanto a precios corrientes como a precios constantes, a excepción del período que va del 2006 al 2008, en el caso de precios corrientes.
- La Pesca y la Explotación de Minas y Canteras son las ramas con bajos coeficientes de importación, significando así que Ecuador es autoabastecedor de los productos que incluyen estas ramas, donde la importación es marginal y nula en ciertos casos.
- Los productos menos competitivos de la Industria Manufacturera son: cuero, productos del cuero y calzado y los aceites refinados de petróleo y de otros productos.
- En términos reales, la competitividad de cereales ha mejorado, pues el coeficiente de importaciones ha decrecido.
- El mejor comportamiento en exportaciones corresponde a los productos: banano, café, cacao, petróleo crudo y gas natural y camarón elaborado.
- Los productos con mayor importación son: cuero, productos del cuero y calzado y los aceites refinados de petróleo y de otros productos.
- Los productos: camarón elaborado y flores, tuvieron coeficientes de penetración de importaciones marginales manteniéndose constantes.
- Es importante destacar el comportamiento de la Fabricación de productos de la Refinación de Petróleo, que ha sido decreciente (con valores negativos).
- El grado de apertura a nivel agregado, en términos constantes fue de 83,8 % en el 2010, lo cuál es demasiado alto para una economía en desarrollo, pues la producción total del país depende de mercados internacionales, que son volátiles y que actualmente están en recesión, pudiendo causar en cualquier momento una crisis económica interna. Países desarrollados mantienen este indicador en niveles mucho más bajos, inferiores al 50 %.
- La rama Fabricación de Productos de la Refinación de Petróleo tiene un crecimiento rápido, llegando a un pico en el 2010 de 132,6 %, considerándose así la rama con mayor apertura al comercio exterior.

- Los productos más críticos que afectan significativamente a la balanza comercial son: cuero, productos del cuero y calzado, aceites refinados de petróleo y de otros productos, cereales, y finalmente hilos e hilados; tejidos y confecciones.
- La balanza comercial de la rama de actividad Explotación de Minas y Canteras cae drásticamente desde el 2006.

Los datos analizados evidencian que el país tiene un nivel muy bajo de diversificación productiva nacional y de las exportaciones, pues es altamente dependiente de los recursos naturales. Así, la ventaja competitiva comercial estaría concentrada fundamentalmente en la producción de productos primarios tales como el petróleo, así como en también en sectores alimenticios tradicionales (banano, cacao, café, camarón, etc.).

Finalmente, los resultados de los test que indican la validez del ACP, en todos los casos (ramas de actividades y productos a precios constantes y a precios corrientes), fueron negativos, pues el determinante de las matrices de correlaciones fueron igual a cero, por lo que las matrices no son definidas positivas, por lo tanto no es posible reducir las variables a factores determinantes de comercio exterior para cada rama de actividad y producto, como se pretendía.

## Agradecimiento

Queremos dejar constancia de nuestro sincero agradecimiento al Físico Oscar Lasso y a los economistas Carol Chehab, Vinicio Alvarado, Galo Arias y Francisco Carvajal por las sugerencias, colaboración y ayuda recibida en la elaboración del presente.

## Referencias

- [1] ALBA(2009, junio 25). Ecuador declaración de adhesión al ALBA. Disponible en: <http://www.alternativabolivariana.org/modules.php?name=News&file=article&sid=4605>. [Consultado en abril 25, 2011]
- [2] Banco Central del Ecuador. Disponible en: <http://www.bce.fin.ec/frame.php?CNT=ARB0000170>. [Consultado en Julio 20, 2011]
- [3] J. Bersch, "Comunidad Andina: ¿Una unión monetaria como proyecto a largo plazo?", Apuntes de Economía N°22, Dirección General de Estudios, BCE, Quito, (2002).
- [4] Clasificación Industria Uniforme de todas las actividades económicas, Rev. 3., Disponible en: <http://unstats.un.org/unsd/cr/registry/regct.asp?Lg=3>. [Consultado en abril 25, 2011]
- [5] División de Estadística de las Naciones Unidas. Departamento de Asuntos Económicos y Sociales, "Cuentas nacionales: introducción práctica", Estudios de Métodos, Serie F, No.85, Nueva York, (2006).
- [6] División de Estadística de las Naciones Unidas, "Estadísticas del comercio internacional de mercancías: Conceptos y definiciones", Estudios de Métodos, Serie M, No.52, Rev.2, Nueva York, (2000).
- [7] División de Estadística de las Naciones Unidas, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales. "Clasificación Central de Productos (CPC)", Informes Estadísticos, Serie M, No.77, Ver.1.1, Nueva York, (2002).
- [8] H. Juárez de Perona, "La Industria aceitera y el concepto de competitividad -Un análisis comparativo-", Instituto de Economía y Finanzas, Universidad Nacional de Córdoba Córdoba, (2002).
- [9] F. La Fuente, "Aspectos de comercio exterior", Edición electrónica gratuita,(2010). Texto completo en [www.eumed.net/libros/2010f/866/](http://www.eumed.net/libros/2010f/866/).
- [10] P. Mansur, M. Fernandes, "Coeficientes de Importación y exportación de la industria", Boletim de conjuntura, Brasil, (2002).
- [11] Ministerio de Industrias y Productividad. (2009, enero 30). Acuerdos comerciales. Disponible en [http://www.micip.gov.ec/index.php?option=com\\_content&view=article&id=42&Itemid=8](http://www.micip.gov.ec/index.php?option=com_content&view=article&id=42&Itemid=8). [Consultado en abril 25, 2011]
- [12] Naciones Unidas, Fondo Monetario Internacional, Comisión de las Comunidades Europea, Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, Banco Mundial, "Sistema de Cuentas Nacionales 1993", Nueva York (1993).
- [13] A. Ovalle, "América Latina y el Caribe: Balanza de pagos 1980-2005", Cuadernos estadísticos N°33, CEPAL, Santiago de Chile, (2006).
- [14] A. Ovalle, "América Latina: evolución del índice de precios de los principales productos de exportación 1980-2005", CEPAL, Santiago de Chile, (2006).
- [15] A. Ovalle, "Clasificaciones estadísticas internacionales incorporadas en el Banco de Datos del Comercio Exterior de América Latina y el Caribe de la CEPAL (Revisión 3)", Cuadernos estadísticos, N°36, División de Estadística y Proyecciones Económicas de la CEPAL, Santiago de Chile, (2008).
- [16] Organización Mundial del Comercio, "Estadísticas del Comercio Internacional 2010", (2000), [www.wto.org/estadisticas](http://www.wto.org/estadisticas).

- [17] Secretaría General de la Comunidad Andina, "Versión única en español de las notas explicativas del Sistema Armonizado (VUENESA). Notas explicativas que incorporan la cuarta enmienda del Sistema Armonizado", Documentos Informativos, (2007). Disponible en: <http://www.x.com.pe/Descargas/vuenesa.pdf>. [Consultado en abril 25, 2011]
- [18] M. Schwartz, K.Ibarra y C.W.Adam. "Indicadores de competitividad de la industria exportadora chilena de palta (aguacate)". Preceedings VI World Avocado Congress (Actas VI Congreso Mundial del Aguacate) 2007, ISBN No 978-956-17-0413-8. Viña Del Mar, Chile, 12-16 Nov.(2007).
- [19] Schwob C.(2005, mayo 31), "Les principaux indicateurs du commerce international". Disponible en: [http://projet-idea.u-strasbg.fr/depotcel/DepotCel/274/Schwob%20Claude/Les\\_principaux\\_indicateurs\\_du\\_commerce\\_international.pdf](http://projet-idea.u-strasbg.fr/depotcel/DepotCel/274/Schwob%20Claude/Les_principaux_indicateurs_du_commerce_international.pdf). [Consultado en abril 25, 2011]
- [20] Sistema de Información sobre Comercio Exterior (SICE) OEA(n.f.), Información sobre Ecuador. Disponible en: [http://www.sice.oas.org/ctyindex/EQU/ECUAgreements\\_s.asp](http://www.sice.oas.org/ctyindex/EQU/ECUAgreements_s.asp). [Consultado en abril 25, 2011]
- [21] World Customs Organization. (n.f.) Nomenclature - Overview >What is the Harmonized System (HS)?. Disponible en: [http://www.wcoomd.org/home\\_hsoverviewboxes\\_hsharmonizedsystem.htm](http://www.wcoomd.org/home_hsoverviewboxes_hsharmonizedsystem.htm). [Consultado en abril 25, 2011]

## ANEXOS

### A Indicadores por ramas de actividades a precios corrientes

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	24,70	25,69	27,41	30,90	33,85	35,08	37,86	29,54	32,95
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	75,21	77,15	82,74	85,64	86,79	85,90	92,59	87,73	88,65
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	45,80	48,13	45,81	46,33	46,81	46,85	48,78	54,83	53,77
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	21,50	18,33	20,53	27,96	32,03	37,28	43,20	27,63	30,97
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	17,85	21,54	19,59	22,97	26,78	28,56	25,58	23,36	25,40
<b>Coefficientes bajos (debajo de 30 %)</b>									
Pesca	4,79	5,28	2,87	4,07	3,29	3,81	3,61	3,85	4,02

**Tabla 8.** Coeficientes de exportación (%) de Ecuador por ramas de actividades a precios corrientes. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	76,71	91,31	93,66	96,57	102,69	101,86	100,19	92,39	85,32
<b>Coefficientes elevados</b>									
Explotación de minas y canteras	8.698,26	10.388,08	18.289,53	25.542,73	23.984,90	22.330,96	25.640,41	15.589,98	18.365,75
<b>Coefficientes medianos</b>									
Pesca	6.418,26	4.119,10	989,05	2.129,16	1.956,71	1.627,73	1.242,34	1.194,55	1.341,70
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	477,19	574,42	533,91	551,20	518,78	491,66	471,72	692,05	535,69
<b>Coefficientes bajos</b>									
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	24,82	33,71	27,52	29,97	34,51	35,32	28,66	31,16	29,08
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	71,58	49,41	50,65	40,32	37,10	45,50	50,51	38,15	25,37

**Tabla 9.** Tasa de Cobertura (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	29,96	27,46	28,73	31,65	33,26	34,66	37,82	31,22	36,55
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	27,68	31,23	33,77	49,04	55,95	56,65	60,09	50,02	63,88
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	46,69	44,88	46,96	49,87	51,45	53,09	54,53	49,45	53,94
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	15,05	13,91	13,67	13,54	14,50	15,20	16,80	14,92	17,84
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	0,08	0,14	0,30	0,20	0,17	0,24	0,30	0,33	0,31
Explotación de minas y canteras	3,37	3,15	2,55	2,28	2,67	2,65	4,65	4,38	4,08

**Tabla 10.** Coeficiente de Penetración de las Importaciones (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	(6,98)	(2,39)	(1,82)	(1,08)	0,89	0,65	0,07	(2,38)	(5,36)
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	289,81	323,89	464,48	580,69	636,61	590,20	1.187,17	679,19	745,07
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	56,75	65,99	59,31	61,09	60,74	59,55	62,43	88,36	77,72
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,95	5,44	2,65	4,04	3,22	3,71	3,43	3,65	3,86
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	- 35,10	- 29,75	- 34,04	- 34,93	- 33,69	- 34,34	- 38,91	- 34,04	- 38,25
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	- 7,86	- 15,80	- 16,66	- 29,27	- 35,19	- 30,87	- 29,74	- 30,94	- 47,68

**Tabla 11.** Indicador de Transabilidad (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	22,80	20,66	21,13	22,18	22,34	22,85	23,88	22,29	24,83
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	19,62	20,83	23,89	33,99	38,64	37,98	34,57	36,48	44,41
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	38,53	35,43	37,96	38,65	37,94	38,21	40,84	38,13	40,49
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	8,61	7,70	7,87	7,73	8,18	8,55	9,09	7,29	8,78
Explotación de minas y canteras	1,59	1,49	1,27	1,18	1,22	1,23	1,27	1,42	1,35
Pesca	0,12	0,18	0,32	0,23	0,20	0,27	0,33	0,36	0,34

**Tabla 12.** Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	56,91	53,82	56,68	62,91	66,82	69,51	75,65	61,52	71,57
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	51,54	55,43	61,05	97,30	118,35	119,23	128,72	100,06	153,05
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	89,79	85,43	90,79	99,61	104,37	109,41	114,85	98,32	112,76
Explotación de minas y canteras	76,08	77,89	83,19	85,98	87,15	86,28	92,95	88,29	89,13
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	55,40	56,51	54,39	54,73	55,83	56,38	59,11	62,76	63,81
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,87	5,41	3,16	4,26	3,46	4,04	3,90	4,17	4,32

**Tabla 13.** Grado de Apertura (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	-7,50	-2,45	-1,86	-1,10	0,89	0,64	0,07	-2,43	-5,67
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	74,35	76,41	82,28	85,31	86,42	85,51	92,23	87,17	88,17
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	36,20	39,75	37,23	37,92	37,79	37,32	38,44	46,91	43,73
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,72	5,16	2,58	3,88	3,12	3,57	3,32	3,53	3,72
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	-54,08	-42,35	-51,60	-53,67	-50,82	-52,29	-63,69	-51,60	-61,95
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	-8,54	-18,77	-20,00	-41,38	-54,30	-44,66	-42,33	-44,80	-91,12

Tabla 14. Tasa de Balanza Comercial (%) por ramas de actividades a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

## B Indicadores por ramas de actividades a precios constantes

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	32,93	35,10	37,12	38,12	39,61	39,73	38,27	35,88	35,43
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	82,98	83,64	87,16	86,86	87,03	84,86	88,03	85,92	87,96
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	45,59	46,71	45,28	45,56	44,91	44,28	44,41	45,94	42,55
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	18,79	22,95	21,71	25,54	29,95	31,67	29,64	28,22	28,66
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	21,36	20,25	19,92	23,30	24,19	24,95	24,55	19,83	18,42
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,40	4,76	2,43	3,39	2,58	2,73	2,93	2,97	2,84

Tabla 15. Coeficientes de exportación (%) de Ecuador por ramas de actividades a precios constantes. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	77,36	89,47	92,42	88,01	87,79	83,25	78,26	83,28	73,24
<b>Coefficientes elevados</b>									
Explotación de minas y canteras	8.292,55	9.097,29	12.735,03	12.950,75	13.450,67	12.214,55	7.769,44	6.047,87	5.438,62
<b>Coefficientes medianos</b>									
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	460,87	492,22	488,37	516,06	526,82	545,40	697,51	930,63	669,87
Pesca	4.787,01	5.992,53	3.244,48	5.724,02	5.192,70	5.800,36	979,55	753,99	656,51
<b>Coefficientes bajos</b>									
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	24,31	30,79	30,23	38,47	48,08	53,53	34,21	37,49	34,88
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	44,11	35,27	36,48	34,50	31,08	29,96	31,17	23,88	16,14

Tabla 16. Tasa de Cobertura (%) por ramas de actividad a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	38,82	37,67	38,97	41,18	42,77	44,19	44,20	40,19	42,83
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	38,11	41,85	40,55	46,82	50,66	52,60	51,07	50,88	58,32
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	48,76	49,17	47,84	47,14	47,08	46,40	55,18	51,19	53,53
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	15,38	15,12	14,49	13,95	13,40	12,72	10,27	8,37	9,95
Pesca	0,10	0,08	0,08	0,06	0,05	0,05	0,31	0,40	0,44
Explotación de minas y canteras	5,55	5,32	5,06	4,86	4,75	4,39	8,65	9,17	11,84

**Tabla 17.** Coeficiente de penetración de importaciones (%) por ramas de actividades a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	(8,79)	(3,97)	(2,95)	(4,94)	(5,22)	(7,40)	(9,61)	(6,72)	(11,46)
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	454,84	478,57	639,25	623,99	634,56	531,36	663,14	545,22	632,05
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	55,51	59,29	56,26	58,06	57,20	56,65	61,39	69,50	56,73
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,50	4,91	2,41	3,44	2,59	2,75	2,70	2,64	2,46
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	-36,91	-34,03	-33,38	-29,01	-24,44	-21,56	-36,30	-31,99	-34,86
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	-21,30	-27,09	-25,76	-30,67	-34,92	-36,84	-35,16	-38,73	-48,91

**Tabla 18.** Indicador de Transabilidad (%) por ramas de actividades a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

CIU	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	26,37	24,80	24,88	25,86	26,22	27,03	27,67	26,13	28,01
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	28,61	28,53	28,67	33,18	35,08	34,47	38,78	40,99	47,76
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	39,79	38,11	37,67	35,35	33,27	32,02	39,12	37,02	38,47
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	8,83	8,52	8,38	8,05	7,83	7,53	6,16	4,98	6,14
Explotación de minas y canteras	1,77	1,71	1,52	1,51	1,49	1,51	1,92	2,15	2,31
Pesca	0,14	0,13	0,10	0,09	0,08	0,07	0,33	0,42	0,46

**Tabla 19.** Tasa de Exposición a la Competencia Internacional (%) por ramas de actividades a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

<b>A NIVEL AGREGADO</b>	75,49	74,33	77,28	81,44	84,74	87,46	87,17	78,97	83,80
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	69,77	77,65	74,53	90,83	102,04	108,22	103,31	102,87	132,58
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	96,08	97,47	93,51	91,94	92,26	90,82	116,25	103,49	110,84
Explotación de minas y canteras	83,98	84,55	87,84	87,53	87,68	85,55	89,16	87,34	89,57
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	55,48	56,20	54,55	54,39	53,44	52,40	50,77	50,88	48,90
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,49	4,84	2,50	3,45	2,63	2,77	3,23	3,36	3,27

**Tabla 20.** Grado de Apertura (%) por ramas de actividades a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

<b>CIU</b>	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>A NIVEL AGREGADO</b>	-9,64	-4,13	-3,04	-5,19	-5,51	-7,99	-10,63	-7,20	-12,94
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Explotación de minas y canteras	81,98	82,72	86,47	86,19	86,39	84,16	86,90	84,50	86,34
Agricultura, ganadería, caza y silvicultura	35,69	37,22	36,01	36,73	36,39	36,16	38,04	41,00	36,20
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Pesca	4,31	4,68	2,35	3,33	2,53	2,68	2,63	2,58	2,40
Industrias manufactureras (excluye refinación de petróleo)	-58,50	-51,58	-50,10	-40,86	-32,35	-27,49	-56,98	-47,05	-53,51
Fabricación de productos de la refinación de petróleo	-27,06	-37,16	-34,69	-44,23	-53,65	-58,32	-54,21	-63,21	-95,73

**Tabla 21.** Tasa de Balanza Comercial (%) por ramas de actividades a precios constantes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

## C Indicadores por productos a precios corrientes

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Banano, café, cacao	111,65	112,45	110,90	111,12	109,76	108,23	117,51	139,00	140,49
Camarón elaborado	90,90	92,56	94,76	96,85	97,11	96,69	N/D	N/D	N/D
Petróleo crudo y gas natural	86,20	87,09	90,04	91,70	92,22	91,79	98,71	94,42	95,05
Flores	82,13	81,32	82,05	83,05	82,46	81,63	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	43,09	62,60	64,68	69,35	69,65	74,31	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	58,96	71,58	66,18	73,18	28,64	40,45	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	21,77	18,53	20,74	28,04	32,12	37,38	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	36,62	30,54	35,65	36,03	56,20	36,17	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	9,84	14,53	16,15	20,71	19,13	31,68	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Cuero, productos del cuero y calzado	13,11	13,17	16,05	17,12	19,74	23,25	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	10,37	8,96	10,31	11,68	12,79	15,88	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	7,94	9,45	10,51	9,84	9,39	11,04	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	4,39	4,89	5,42	5,14	5,92	6,35	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	3,56	12,30	12,96	11,51	9,70	3,60	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	1,27	2,25	1,30	1,36	2,29	2,44	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	0,23	0,07	0,11	0,16	0,12	1,68	N/D	N/D	N/D
Cereales	4,15	3,66	2,29	2,01	2,40	1,53	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 22.** Coeficientes de exportación (%) de Ecuador por productos a precios corrientes. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Banano, café, cacao	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Petróleo crudo y gas natural	**	**	**	**	**	**	**	**	**
Camarón elaborado	146.056,07	84.664,44	134.803,97	179.432,06	240.473,09	152.626,05	N/D	N/D	N/D
Flores	3.274,14	3.083,38	3.329,70	3.083,08	3.251,49	4.201,71	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	2.321,87	3.019,91	2.950,03	2.331,00	783,88	1.073,45	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	613,30	869,96	843,89	446,73	610,97	682,96	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	105,44	97,70	111,38	109,23	168,74	119,67	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	35,70	697,26	382,94	181,64	409,43	103,52	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos</b>									
Aceites crudos, refinados y grasas	33,04	41,97	39,61	50,63	47,98	64,06	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	71,58	49,41	50,65	40,32	37,10	45,50	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	28,28	24,69	27,58	27,75	31,57	30,68	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	22,37	20,03	22,19	27,05	31,55	37,86	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	7,51	3,59	6,33	6,36	4,05	67,14	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos</b>									
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	32,25	36,04	30,42	25,36	23,15	23,99	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	23,18	21,21	20,58	20,81	23,83	22,87	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	15,05	22,40	12,97	11,66	20,21	17,86	N/D	N/D	N/D
Cereales	4,78	5,06	3,20	2,86	2,79	1,80	N/D	N/D	N/D

Nota: \*\* Valores muy altos. N/D = No disponible.

**Tabla 23.** Tasa de Cobertura (%) por productos a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Cuero, productos del cuero y calzado	39,44	41,69	48,17	49,81	50,79	56,97	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	27,99	31,52	34,06	49,15	56,05	56,75	N/D	N/D	N/D
Cereales	47,56	42,90	42,28	41,83	46,87	46,34	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	24,84	28,83	32,71	34,04	33,03	41,99	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	21,11	22,45	27,85	30,08	30,93	34,10	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	34,09	32,95	34,12	32,84	31,73	33,28	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	35,40	31,04	33,22	34,02	43,20	32,13	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 15 % y debajo de 30 %)</b>									
Café elaborado	10,99	16,14	17,83	33,62	27,30	29,76	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	13,97	17,23	17,22	16,35	16,63	18,10	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Productos de la panadería, fideos y pastas	7,87	9,32	9,20	10,55	10,41	12,29	N/D	N/D	N/D
Flores	12,31	12,37	12,07	13,71	12,63	9,57	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	5,83	7,70	6,22	10,48	4,87	5,95	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	9,37	1,97	3,74	6,68	2,56	3,48	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	2,96	1,93	1,69	2,46	2,80	2,48	N/D	N/D	N/D
Camarón elaborado	0,68	1,45	1,32	1,68	1,38	1,88	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Petróleo crudo y gas natural	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 24.** Coeficiente de penetración de las importaciones (%) por productos a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Camarón elaborado	991,14	1.224,39	1.781,91	3.017,27	3.310,63	2.862,57	N/D	N/D	N/D
Petróleo crudo y gas natural	624,45	674,55	903,78	1.105,41	1.184,96	1.118,19	7.632,97	1.690,98	1.918,73
Flores	390,69	369,04	389,96	409,06	398,05	392,34	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	56,41	124,26	132,65	116,57	139,50	173,46	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	129,47	224,81	177,25	233,78	33,31	57,94	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Chocolate y productos de confitería	1,93	- 0,71	3,78	3,14	29,69	6,32	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	- 6,03	11,77	10,59	5,46	7,91	0,12	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	- 2,74	- 1,86	- 1,58	- 2,30	- 2,69	- 0,82	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	- 6,69	- 7,23	- 8,01	- 9,32	- 8,30	- 10,09	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	- 10,02	- 12,98	- 12,47	- 11,81	- 11,38	- 12,55	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	- 16,63	- 16,73	- 19,75	- 16,80	- 17,18	- 15,09	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	- 26,47	- 26,35	- 26,55	- 23,96	- 21,72	- 20,68	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	- 14,30	- 14,36	- 19,37	- 22,45	- 23,77	- 25,92	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	- 7,95	- 15,95	- 16,81	- 29,33	- 35,25	- 30,93	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	- 30,30	- 32,84	- 38,26	- 39,44	- 38,68	- 43,94	N/D	N/D	N/D
Cereales	- 45,29	- 40,73	- 40,92	- 40,63	- 45,56	- 45,51	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	- 958,09	- 903,17	- 1.017,63	- 999,61	- 1.125,04	- 1.315,66	- 671,26	- 356,42	- 346,98

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 25.** Indicador de Transabilidad (%) por productos a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados</b>									
Café elaborado	5,17	10,73	12,18	24,01	19,71	22,86	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	6,31	6,03	7,27	14,06	18,32	21,58	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medios</b>									
Aceites crudos, refinados y grasas	2,54	4,34	5,44	7,26	6,51	13,62	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	5,30	5,62	7,89	8,70	10,22	13,48	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	13,33	9,78	12,20	12,62	24,84	11,98	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos</b>									
Flores	10,93	10,87	10,73	12,22	11,24	8,62	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	3,64	3,04	3,62	3,95	4,19	5,44	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	1,76	2,21	3,03	3,06	3,00	3,87	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	4,03	6,23	4,78	8,40	1,68	2,81	N/D	N/D	N/D
Camarón elaborado	1,53	2,27	2,20	2,60	2,31	2,78	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	0,66	0,89	0,99	0,89	1,04	1,21	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	1,12	1,12	1,11	1,11	1,10	1,08	1,18	1,39	1,40
Petróleo crudo y gas natural	0,86	0,87	0,90	0,92	0,92	0,92	0,99	0,94	0,95
Cereales	2,02	1,61	0,99	0,86	1,15	0,72	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	0,11	0,23	0,13	0,16	0,26	0,32	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	0,37	0,37	0,61	0,88	0,35	0,16	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,06	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 26.** Tasa de exposición a la Competencia Internacional (%) por productos a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30%)</b>									
Cuero, productos del cuero y calzado	69,70	75,24	94,08	99,36	102,57	124,88	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	52,17	56,04	61,69	97,58	118,68	119,53	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	111,65	112,45	110,90	111,12	109,76	108,23	117,51	139,00	140,49
Camarón elaborado	90,96	92,67	94,83	96,90	97,15	96,75	N/D	N/D	N/D
Petróleo crudo y gas natural	86,20	87,09	90,04	91,70	92,22	91,79	98,71	94,42	95,05
Cereales	91,09	76,05	73,86	72,47	88,51	86,58	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	50,12	69,80	72,35	84,87	81,04	85,19	N/D	N/D	N/D
Flores	84,64	83,95	84,52	85,74	84,99	83,57	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	39,63	49,16	56,91	61,62	59,01	81,13	N/D	N/D	N/D
Chocolate y productos de confitería	71,35	61,80	67,67	69,01	89,51	66,39	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	56,73	53,70	56,75	54,87	53,33	57,83	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	32,57	35,65	45,04	48,63	49,98	57,07	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	61,50	73,95	68,42	76,32	32,30	44,22	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes medianos (sobre 15% y debajo de 30%)</b>									
Bebidas alcohólicas	19,91	24,69	25,09	23,68	24,68	27,05	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	9,70	12,29	11,30	12,99	13,64	16,11	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15%)</b>									
Azúcar y panela	13,54	14,06	16,34	17,85	12,07	7,07	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	3,27	2,04	1,83	2,68	3,00	4,18	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 27.** Grado de Apertura (%) por producto a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

Productos	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
<b>Coefficientes elevados (sobre 30 %)</b>									
Camarón elaborado	70,43	84,92	94,69	131,06	166,95	171,46	N/D	N/D	N/D
Banano, café, cacao	111,65	112,45	110,90	111,12	109,76	108,23	117,51	139,00	140,49
Petróleo crudo y gas natural	86,20	87,09	90,04	91,70	92,22	91,79	98,71	94,42	95,05
Flores	79,62	78,68	79,59	80,36	79,92	79,69	N/D	N/D	N/D
Café elaborado	36,07	55,41	57,02	53,82	58,25	63,43	N/D	N/D	N/D
Cacao elaborado	56,42	69,21	63,93	70,04	24,99	36,68	N/D	N/D	N/D
<b>Coefficientes bajos (debajo de 15 %)</b>									
Chocolate y productos de confitería	1,89	- 0,72	3,64	3,04	22,90	5,95	N/D	N/D	N/D
Azúcar y panela	- 6,41	10,53	9,57	5,17	7,33	0,12	N/D	N/D	N/D
Productos lácteos elaborados	- 2,81	- 1,90	- 1,61	- 2,36	- 2,76	- 0,82	N/D	N/D	N/D
Productos de la panadería, fideos y pastas	- 7,16	- 7,79	- 8,70	- 10,28	- 9,06	- 11,23	N/D	N/D	N/D
Bebidas alcohólicas	- 11,13	- 14,91	- 14,25	- 13,39	- 12,84	- 14,35	N/D	N/D	N/D
Aceites crudos, refinados y grasas	- 19,95	- 20,09	- 24,61	- 20,20	- 20,75	- 17,77	N/D	N/D	N/D
Productos de plástico	- 35,99	- 35,78	- 36,14	- 31,51	- 27,75	- 26,07	N/D	N/D	N/D
Hilos e hilados; tejidos y confecciones	- 16,69	- 16,76	- 24,03	- 28,96	- 31,19	- 34,98	N/D	N/D	N/D
Aceites refinados de petróleo y de otros productos	- 8,64	- 18,97	- 20,21	- 41,51	- 54,45	- 44,78	N/D	N/D	N/D
Cuero, productos del cuero y calzado	- 43,47	- 48,90	- 61,97	- 65,13	- 63,09	- 78,39	N/D	N/D	N/D
Cereales	- 82,78	- 68,72	- 69,27	- 68,44	- 83,70	- 83,53	N/D	N/D	N/D

Nota: N/D = No disponible.

**Tabla 28.** Tasa de Balanza Comercial (%) por productos a precios corrientes para el caso Ecuatoriano. Fuente: elaboración propia a partir de la base de datos del BCE.

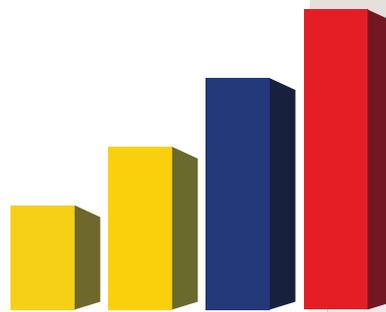


# Analítica

Portafolio de consumo: problema de Merton

Consumer portfolio: Merton problem

Eduardo Cepeda



[www.inec.gob.ec](http://www.inec.gob.ec) | [www.ecuadorencifras.com](http://www.ecuadorencifras.com)



# Portafolio de consumo: problema de Merton

## Consumer portfolio: Merton problem

Eduardo Cepeda<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, UMR 8050. Université Paris-Est. 61, Paris, Francia

<sup>†</sup>eduardo.cepeda@math.cnrs.fr

**Recibido:** 29 de octubre de 2011

**Aceptado:** 8 de diciembre de 2011

### Resumen

En este documento exponemos la estructura de base de un problema clásico de control optimal ilustrado a través de un ejemplo de matemáticas financieras. La modelación es realizada mediante la utilización de procesos estocásticos en tiempo continuo y la herramienta utilizada es el cálculo estocástico desarrollado por Itô en los años 60 del siglo pasado. El objetivo de este artículo es mostrar la aplicación de la teoría de Itô en la elección de la mejor inversión para optimizar el consumo de un agente.

**Palabras clave:** Control estocástico optimal, procesos estocásticos, movimiento browniano, problema de Merton.

### Abstract

This paper describes the basic structure the Merton problem, classical in optimal control, exemplified in the context of financial mathematics. The modeling is achieved by a continuous-time stochastic processes which is studied using Itô's stochastic calculus. The aim of this paper is to apply Itô's theory to choose the best possible investment by optimizing the consumption of an agent.

**Keywords:** Optimal stochastic control, stochastic processes, Brownian motion, Merton problem.

**Código JEL:** C02, C15, C41, C51, C63.

## 1 Introducción

Se presenta un caso particular del problema que fue inicialmente estudiado por Merton [8] y es conocido bajo el nombre de *Problema de asignación de portafolio*. Consiste en escoger la mejor inversión sobre un número  $n$  de activos bajo un contexto de incertidumbre, de tal manera que esta inversión permita maximizar el consumo de un agente en un horizonte finito o infinito de tiempo.

Se considera un agente (por ejemplo, una persona o una empresa) que posee una cierta cantidad de riqueza  $W$  dividida en acciones  $S$  que compra o vende en la bolsa y en dinero  $S^0$  que guarda en el banco. El agente utiliza una porción de esta riqueza - su consumo  $C$  - para vivir durante un intervalo de tiempo  $[0, T]$ , donde  $T$  puede ser finito o infinito.

Evidentemente, el agente está interesado en determinar la mejor combinación de acciones y dinero en el banco de tal manera que le permita maximizar su consumo en el intervalo de tiempo considerado. El problema que enfrenta el agente es la maximización de su consumo  $C$  sobre  $[0, T]$  para lo cual deberá definir **controles** sobre su riqueza  $W$ .

Los controles son las cantidades que modifican el valor de la riqueza: las proporciones de acciones  $\pi$  y dinero  $\pi^0$  que debería tener en su "portafolio" y el consumo mismo. El agente estudiará la evolución en el tiempo de tales controles.

Puesto que se trabaja con cantidades cuyo valor es determinado solamente cuando la configuración del mundo es conocida en el futuro, de manera natural emerge un modelo aleatorio.

Los ingredientes para formular un problema de control son los siguientes:

• **Estado del sistema.-** Se considera un sistema dinámico, es decir, que evoluciona en el tiempo, caracterizado completamente por su estado  $W$  en todo instante. El tiempo será considerado continuo (es posible también considerar el tiempo como discreto lo que se puede modelar; por ejemplo, mediante cadenas de Markov). Aquí se considera que el estado  $W$  varía continuamente y bajo condiciones de incertidumbre, es decir, de manera aleatoria (ver Sección B.1).

El estado del sistema  $W$  representa todo un conjunto de las variables cuantitativas que sirven para describir el sistema de manera exhaustiva. De manera general, el número de variables de estado es considerado finito, en este caso en particular será igual a uno, la riqueza y toma sus valores en el conjunto de los números reales.

Se nota  $W_t(\omega)$  el estado del sistema en el instante  $t \geq 0$  bajo una configuración del mundo  $\omega \in \Omega$ , donde  $\Omega$  es un espacio medible dotado de una medida de probabilidad  $P$ . La aplicación  $t \rightarrow W_t$  describe la evolución del sistema. Esta evolución está determinada por un modelo probabilístico.

• **Control.-** La dinámica  $W_t$  del estado del sistema es influenciada por un control que se modelará como un proceso  $(\alpha_t)_t$  cuyo valor puede ser decidido en todo instante  $t$ , según la información disponible en  $t$ . Es decir,  $\alpha$  es un proceso adaptado (ver Definición 4) a alguna filtración (ver Definición 3) y toma sus valores en un espacio de control  $A$ .

• **Criterio de costo.-** Dos modelos son usualmente utilizados para representar el comportamiento del agente: criterio de esperanza de utilidad (modelo presentado en este artículo) y el criterio de media-varianza (ver Sección A.1). El objetivo es minimizar (o maximizar) sobre los controles un funcional<sup>1</sup> de la forma

$$J(W, \alpha) = \mathbb{E} \left[ \int_0^T e^{-\beta t} f(W_t, \omega, \alpha_t) dt + g(W_T, \omega) \right],$$

en horizonte finito  $T < +\infty$  y

$$J(W, \alpha) = \mathbb{E} \left[ \int_0^{+\infty} e^{-\beta t} f(W_t, \omega, \alpha_t) dt \right],$$

en horizonte infinito.

El funcional  $J$  representa una utilidad en función del consumo. La función  $f$  es la función de consumo integral,  $g$  es el consumo final y  $\beta > 0$  es un coeficiente de actualización.

Se considerará que el agente tiene un tiempo de vida finito y además, que pretende consumir toda su riqueza hasta el momento  $T < +\infty$  de su desaparición (sin dejar herencia), es decir, se supone la riqueza final nula lo que implica un consumo nulo, i.e.,  $g(W_T, \omega) = 0$ . Se define en-

tonces la **función valor** como:

$$\vartheta(W) = \sup_{\alpha} J(W, \alpha).$$

Se plantean dos objetivos: determinar la función valor  $\vartheta$ , el "maxima" para el funcional  $J$  y los controles optimales que lo realizan cuando estos existen.

En [3] los autores presentan una extensión del problema propuesto en este documento. Ellos consideran un activo cuya volatilidad es supuesta correlacionada a un factor económico observable (tipo de modelo conocido como "a volatilidad estocástica") y utilizan un funcional del tipo

$$\vartheta(W) = \sup_{\pi_t, c_t} \mathbb{E} \left[ \int_0^T e^{-\beta t} \frac{1}{\gamma} (c_t W_t)^\gamma dt \right],$$

donde  $(\pi_t, c_t)$  son respectivamente las fracciones de riqueza utilizadas en activo y consumo.

Se ha seleccionado, por cuestiones de simplicidad, el coeficiente de actualización  $\beta = 0$  y se propone resolver el problema de optimización siguiente:

$$\vartheta(W) = \sup_{\Pi_t, C_t} J(W, \Pi_t, C_t) = \sup_{\Pi_t, C_t} \mathbb{E} \left[ \int_0^T \log(C_t) dt \right], \quad (1)$$

para una mejor comprensión de la elección de la función, ver la Sección A.2.1.

El funcional  $J$  es utilizado para controlar un proceso de difusión, lo que conduce una ecuación diferencial parcial de primer orden no lineal conocida bajo el nombre de *Ecuación de Hamilton - Jacobi - Bellman* (HJB).

El artículo está organizado de la siguiente manera: la Sección 2 presenta en detalle el modelo de Black y Scholes y todas las herramientas utilizadas en la resolución del problema que se propone resolver. La Sección 3 presenta el resultado principal en la forma de un teorema, más un lema y una proposición que son resultados auxiliares que completan el resultado general. Las pruebas se encuentran en la Sección 4. En la Sección 5 se presenta una manera "intuitiva" de resolver un segundo problema en horizonte infinito haciendo especial atención sobre la manera de deducir la ecuación (HJB) asociada al problema de Merton, dándose los controles optimales. Finalmente, los Apéndices A, B y C presentan un soporte teórico del artículo, constantemente el artículo hará referencia a estas secciones para identificar definiciones, resultados generales y discusiones sobre los temas tratados.

## 2 Modelo y notaciones

Sean  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  un espacio probabilizado y  $B$  un  $\mathcal{F}$ -movimiento browniano estándar (ver Apéndice D. para una exposición más detallada), se dispone del siguiente modelo:

<sup>1</sup>Generalmente, en economía, un problema de optimización es presentado como una minimización de costos. Por ejemplo, la maximización de ingresos de una empresa mediante la minimización de su costos de producción. Entonces, la función de utilidad es dada como función del costo, en este caso el parámetro de interés es el consumo.

## 2.1 Modelo de Black y Scholes

Los rendimientos entre 0 y  $t$  se comportan como un movimiento browniano (ver Definición 6.) de tendencia  $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$  y de coeficiente de difusión  $\sigma$ . Esta hipótesis se traduce en las siguientes propiedades del proceso de precio de la acción  $(S_t)_{t \in [0, T]}$ :

- $S_0 = x$ .
- Los rendimientos  $\log(S_t) - \log(S_s)$  siguen una ley gaussiana de media  $(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(t - s)$  y de varianza  $\sigma^2(t - s)$ .
- Para todo  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$ , los incrementos relativos  $\left\{ \frac{S_{t_{i+1}}}{S_{t_i}} \right\}$  para  $i = 0, 1, \dots, n - 1$  son independientes y de misma ley.

Dicho de otra manera, existe un movimiento browniano  $B$  tal que

$$S_t = f(t, B_t) = x \exp\left(\mu t + \sigma B_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t\right), \quad (2)$$

el proceso  $S$  así definido es conocido como movimiento browniano geométrico.

Mediante la aplicación de la fórmula de Itô (33) para el movimiento browniano y la función  $f(t, B_t) = x \exp\left(\mu t + \sigma B_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t\right)$ , cuyas derivadas son:

$$f'_t(t, z) = f(t, z) \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right),$$

y

$$f'_z(t, z) = f(t, z)\sigma, f''_{zz}(t, z) = f(t, z)\sigma^2,$$

se deduce la ecuación (3).

Se considera que el portafolio del agente constituido es:

$$S_t = S_0 + \int_0^t \mu S_s ds + \int_0^t \sigma S_s dB_s, \quad (3)$$

$$S_t^0 = S_0^0 e^{rt}, \quad (4)$$

donde (3) representa la dinámica de precios de la acción  $S_t$  con  $S_0 > 0$  y (4) describe la evolución de una capitalización a la tasa sin riesgo  $r$  con  $S_0^0 > 0$ .

Se nota  $H_t$  y  $H_t^0$  a las cantidades de acciones y dinero respectivamente, en el instante  $t$ . Se designa mediante  $C_t$  el consumo instantáneo del inversionista. Se supone que la riqueza del inversionista  $(W_t)_{t \geq 0}$ , es autofinanciada (mirar Definición 8):

$$\begin{cases} W_t = H_t^0 S_t^0 + H_t S_t \\ = W_0 + \int_0^t H_t^0 dS_t^0 + \int_0^t H_t dS_t - \int_0^t C_t d\theta, \end{cases} \quad (5)$$

donde la riqueza inicial  $W_0$  es determinista y estrictamente positiva. Se supone además, que el "Sharpe ratio" (ver Ecuación 34 y Apéndice D.3) satisface:

$$0 < \frac{\mu - r}{\sigma^2} < 1, \quad (6)$$

esta condición se traduce a  $0 < \frac{\lambda}{\sigma} < 1$  (para la definición de  $\lambda$  ver Ecuación 35) que es una condición de admisibilidad.

**OBSERVACIÓN 1.** Si esta fracción fuese negativa, entonces  $\mu < r$  y el riesgo del activo ya no es justificado por una prima de riesgo ( $\lambda < 0$ ). En este caso, se pondría todo el dinero en el banco y se enfrentaría un problema diferente. Si fuese más grande que 1, el dinero en el banco ya no sería justificado puesto que la prima de riesgo es mayor que el riesgo del activo (su volatilidad). También, intuitivamente, mientras la fracción es más grande se vuelve más interesante invertir en el activo que dejar el dinero en el banco.

Se define también las fracciones de riqueza  $\Pi_t$  y  $\Pi_t^0$  invertidas en la acción y en dinero, respectivamente, mediante:

$$\begin{cases} \left( \begin{array}{l} \Pi_t^0 := \frac{H_t^0 S_t^0}{W_t} \\ \Pi_t := \frac{H_t S_t}{W_t} \end{array} \right) & \text{si } W_t \neq 0. \\ \left( \begin{array}{l} \Pi_t^0 := 0 \\ \Pi_t := 0 \end{array} \right) & \text{si } W_t = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Se observa, puesto que la riqueza es autofinanciada, que:

$$\Pi_t^0 + \Pi_t = 1 \text{ si } W_t \neq 0. \quad (8)$$

Notar que si  $W_t = 0$ , la riqueza ha sido consumida en su totalidad y  $\Pi_t^0 = \Pi_t = 0$ .

Se utilizará en todo el documento la notación  $\frac{d}{dx} V(x, y) = V'_x(x, y)$  para toda función  $V$  derivable en  $x$ .

**DEFINICIÓN 1** (Ecuación de Hamilton - Jacobi - Bellman). Sea  $\mathcal{L}^{\pi, c} : C^{1,2} \rightarrow \mathbb{R}$  el operador funcional siguiente:

$$\begin{aligned} (\mathcal{L}^{\pi, c} \Phi)(t, x) := & (rx - c + (\mu - r)\pi x)\Phi'_x(t, x) \\ & + \frac{1}{2}\sigma^2 \pi^2 x^2 \Phi''_{xx}(t, x). \end{aligned}$$

Se define la siguiente ecuación diferencial parcial no-lineal:

$$\begin{cases} \Phi'_t(t, x) + \max_{\pi \in [-1, 1], c > 0} [(\mathcal{L}^{\pi, c} \Phi)(t, x) + \log(c)] = 0 \\ (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R}_+^*, \\ \Phi(T, x) = 0 \quad x \in \mathbb{R}_+^*. \end{cases} \quad (9)$$

La ecuación (9) es llamada de Hamilton - Jacobi - Bellman (HJB) y es muy importante para resolver el problema de optimización propuesto. Se mostrará que la solución de (9) permite encontrar teóricamente el valor de la maximización de (1).

### 3 Resultados

**Admisibilidad.-** Los procesos que fueron definidos en la Sección 2.:  $(W_t)_{t \geq 0}$ ,  $(\Pi_t)_{t \geq 0}$  y  $(C_t = C(W_t))_{t \geq 0}$ , deben cumplir ciertas propiedades de admisibilidad que aseguren su buena definición (ver Definición 7).

**PROPOSICIÓN 1.** Los controles  $(C_t)_{t \geq 0}$  y  $(\Pi_t)_{t \geq 0}$  son procesos admisibles, y tales que:

- i)  $\Pi_t \in [-1, 1]$ ,  $\mathbb{P}$ -c.s.  $\forall t \in [0, T]$ ,
- ii)  $C_t > 0$ ,  $\mathbb{P}$ -c.s.  $\forall t \in [0, T]$ ,
- iii)  $(C_t)_{t \geq 0}$  verifica

$$\mathbb{E} \left[ \int_0^T |\log(C_\theta)| d\theta \right] < +\infty. \quad (10)$$

Además, el proceso  $(W_t)$  es tal que:

- a)  $W_t > 0$ ,  $\mathbb{P}$ -c.s.  $\forall t \in [0, T]$ ,
- b)  $(W_t)_{t \geq 0}$  verifica

$$\mathbb{E} \left[ \sup_{0 \leq t \leq T} |(T-t) \log(W_t)| \right] < +\infty. \quad (11)$$

Se demostrará una condición más fuerte que la pedida en la definición de proceso de Itô:  $\mathbb{E}[\int X_s ds] < +\infty$ , implica  $\int X_s ds < +\infty$  c.s.

Ahora, se presenta la solución a la ecuación (9):

**LEMA 1.** La ecuación (9) posee la solución definida mediante

$$V(t, x) = (T-t) \log \left( \frac{x}{T-t} \right) + \frac{1}{2} \left( r + \frac{1}{2} \left( \frac{\mu-r}{\sigma} \right)^2 \right) (T-t)^2$$

y se define  $V(T, x) = 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}_+^*$ .

**TEOREMA 1.** Sean  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  un espacio probabilitizado,  $B$  un  $\mathcal{F}$ -movimiento browniano estándar y los siguientes procesos

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t, \\ dS_t^0 &= r S_t^0, \\ dW_t &= H_t^0 dS_t^0 + H_t dS_t - C_t dt, \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $S_0, S_0^0$  y  $W_0$  son supuestos estrictamente positivos y deterministas.

La solución al problema de control de la riqueza (1) es satisfecho por los controles:

$$\Pi_t^* = \frac{\mu-r}{\sigma^2}, \quad y \quad C_t = \frac{W_t^*}{T-t}. \quad (13)$$

Estos controles definen el proceso (controlado):

$$W_t^* = W_0(T-t) e^{[r + \frac{1}{2}(\frac{\mu-r}{\sigma})^2]t + \frac{\mu-r}{\sigma} B_t}, \quad (14)$$

éste proceso es único c.s. Además, los procesos definidos en (13) y (14) satisfacen las condiciones de admisibilidad descritas en la Proposición 1.

Estos procesos son determinados por la función  $V(t, x)$ , solución de la ecuación (9) explicitada en el Lema 1 que además cumple:

$$V(0, W_0) = \vartheta(W). \quad (15)$$

**Observación.-** El mejor valor para  $\Pi_t$  es coherente con la hipótesis (6). Además, se nota que el logaritmo del consumo instantáneo  $C_t$  es la diferencia del logaritmo de la riqueza y de  $T-t$ .  $C_t$  no es una función acotada, sin embargo es integrable sobre  $[0, T]$ .

### 4 Pruebas

#### 4.1 Prueba del Lema 1.

Derivando la expresión de  $V(t, x)$  se tiene

$$\begin{aligned} V_t'(t, x) &= -\log \left( \frac{x}{T-t} \right) + 1 - \left( r + \frac{1}{2} \left( \frac{\mu-r}{\sigma} \right)^2 \right) (T-t), \\ V_x'(t, x) &= \frac{T-t}{x}, \quad y \quad V_{xx}''(t, x) = -\frac{T-t}{x^2}. \end{aligned}$$

Reemplazando en la expresión de  $\mathcal{L}^{\pi, c}$ , se obtiene

$$\begin{aligned} (\mathcal{L}^{\pi, c} V)(t, x) &= (rx - c + (\mu-r)\pi x) \left( \frac{T-t}{x} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sigma^2 \pi^2 (T-t) + \log(c). \end{aligned}$$

Se considera  $(\mathcal{L}^{\pi, c} V)(t, x)$  como una función de  $(\pi, c)$  y se estudia su matriz hessiana

$$H_{(\mathcal{L}^{\pi, c} V)}(\pi, c) = \begin{bmatrix} -\sigma^2(T-t) & 0 \\ 0 & -\frac{1}{c^2} \end{bmatrix}$$

cuyos valores propios son negativos, entonces es definida negativa. Se deduce que la función  $(\mathcal{L}^{\pi, c} V)(t, x)$  es cóncava y su máximo es alcanzado en sus puntos extremos

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}^{\pi, c}}{\partial \pi}(\pi^*, c^*) = 0 \implies \pi^*(t, x) = \frac{\mu-r}{\sigma^2}, \\ \frac{\partial \mathcal{L}^{\pi, c}}{\partial c}(\pi^*, c^*) = 0 \implies c^*(t, x) = \frac{x}{T-t}. \end{cases} \quad (16)$$

Por otro lado, se puede prolongar por continuidad  $V(T, x) = 0$  para  $x \in \mathbb{R}_+^*$ . Lo que verifica que  $V(t, x)$  es solución de (HJB). ■

## 4.2 Demostración del Teorema 1.

La idea de la demostración es utilizar la función  $V$  solución de HJB (9) para dar una primera mayoración de la función valor (1) de la forma  $J(W, \Pi_t, C_t) \leq V(0, W_0)$  para cualquier pareja de controles  $\Pi_t$  y  $C_t$ . Entonces, se eligen los controles (13) para construir el proceso  $W_t^*$ , demostrándose que para este proceso así construido, la primera desigualdad demostrada se vuelve una igualdad al tomar el sup sobre los controles.

Finalmente, se demuestra la unicidad de este proceso. La verificación de las condiciones de admisibilidad expuestas en la Proposición 1 es realizada al final de la sección.

Utilizando la notación diferencial (12) de los procesos y las ecuaciones (7) y (8) para  $\Pi_t$ , se observa que la dinámica de la riqueza puede ser escrita de la siguiente manera:

$$dW_t = [rW_t + \Pi_t W_t(\mu - r) - C_t]dt + \sigma \Pi_t W_t dB_t. \quad (17)$$

Se considera la solución  $V$  de (9). Se empieza demostrando la desigualdad:

$$V(0, W_0) \geq \mathbb{E} \left[ \int_0^T \log(C_t) dt \right], \quad (18)$$

para todo  $\pi$  y  $c$ . Aplicando la fórmula (diferencial) de Itô a  $V(t, W_t)$ , se encuentra

$$dV(t, W_t) = V'_x(t, W_t)dW_t + V'_t(t, W_t)dt + \frac{1}{2}V''_{xx}(t, W_t)\sigma^2 H_t^2 S_t^2 dt,$$

y al reemplazar (17) para  $dW_t$

$$\begin{aligned} dV(t, W_t) &= V'_x[rW_t - C_t + \Pi_t W_t(\mu - r)]dt \\ &+ V'_x(t, W_t)\sigma W_t \Pi_t dB_t \\ &+ V'_t(t, W_t)dt + \frac{1}{2}V''_{xx}(t, W_t)\sigma^2 \Pi_t^2 W_t^2 dt, \end{aligned}$$

gracias a que  $V$  satisface la ecuación HJB (9), se tiene

$$\begin{aligned} V'_t(t, W_t) &\geq -V'_x[rW_t - C_t + \Pi_t W_t(\mu - r)] \\ &- \frac{1}{2}V''_{xx}(t, W_t)\sigma^2 \Pi_t^2 W_t^2 - \log(C_t). \end{aligned} \quad (19)$$

Esta desigualdad es verdadera para todo control  $(\Pi_t, C_t) \in [-1, 1] \times \mathbb{R}_+^*$ . Además,

$$dV(t, W_t) \leq -\log(C_t)dt + V'_x(t, W_t)\sigma W_t \Pi_t dB_t, \quad (20)$$

puesto que  $|\Pi_t| \leq 1$ , y el proceso

$$\varphi(s) = V'_x(s, W_s)\sigma W_s \Pi_s = \sigma(T - s) \Pi_s$$

es adaptado y cumple  $\int_0^T \varphi^2(s)ds < +\infty$ . Se deduce que  $\varphi \in \mathbb{H}^2$  y gracias al Teorema 4. es una martingala cuya esperanza, es nula.

Se toma la esperanza de la integral de esta expresión entre  $[0, T - \epsilon]$  y se calcula el límite cuando  $\epsilon$  tiende a 0

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathbb{E} \left[ \int_0^{T-\epsilon} dV(t, W_t) \right] \leq - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \mathbb{E} \left[ \int_0^{T-\epsilon} \log(C_t)dt \right].$$

Entonces, con (10) se aplica el teorema de Lebesgue, se cambia el límite y esperanza y se usa  $V(T, W_T) = 0$ . La desigualdad obtenida es válida para cualquier control admisible  $(\Pi_\theta)$  y  $(C_\theta)$ , se deduce

$$V(0, W_0) \geq \sup_{(\Pi_\theta), (C_\theta)} \mathbb{E} \left[ \int_0^T \log(C_\theta)d\theta \right].$$

Se define entonces el proceso  $(W_t^*)$  correspondiente a los controles definidos en (13)  $C_t := c^*(t, W_t^*)$  y  $\Pi_t := \pi^*(t, W_t^*)$ :

$$\begin{cases} dW_t^* = \left[ rW_t^* - \frac{W_t^*}{T-t} + W_t^* \left( \frac{\mu-r}{\sigma} \right)^2 \right] dt + \frac{\mu-r}{\sigma} W_t^* dB_t, \\ W_0^* = W_0. \end{cases} \quad (21)$$

Se busca la solución a esta ecuación diferencial estocástica que puede ser escrita bajo la forma:

$$\begin{cases} \frac{dW_t^*}{W_t^*} = \left( a - \frac{1}{T-t} \right) dt + b dB_t, \\ W_0^* = W_0. \end{cases} \quad (22)$$

donde  $a = r + \left( \frac{\mu-r}{\sigma} \right)^2$  y  $b = \frac{\mu-r}{\sigma}$ . Bajo la fórmula de Itô (33) a  $f(t, W_t)$  con  $f(t, x) = \log(x)$ , suponiendo que  $W_t$  es positivo, se logra:

$$d(\log W_t^*) = \frac{dW_t^*}{W_t^*} - \frac{1}{2}b^2 dt$$

y se reemplaza  $\frac{dW_t^*}{W_t^*}$  por su valor:

$$d(\log W_t^*) = \left( a - \frac{b^2}{2} - \frac{1}{T-t} \right) dt + b dB_t.$$

Se integra sobre  $[0, t]$  y se reemplaza las expresiones de  $a$  y  $b$  lo que permite dar la expresión de  $W_t^*$  que se escribe de la siguiente manera:

$$W_t^* = W_0 \frac{(T-t)}{T} \exp \left( \left[ r + \frac{1}{2} \left( \frac{\mu-r}{\sigma} \right)^2 \right] t + \frac{\mu-r}{\sigma} B_t \right). \quad (23)$$

Ahora bien, siguiendo los mismos pasos que para la demostración de (18), en este caso se aplica la fórmula de Itô a la función  $V(t, W_t^*)$ , las desigualdades (19) y (20) se vuelven igualdades y se verifica:

$$V(0, W_0) = \mathbb{E} \left[ \int_0^T \log(c^*(\theta, W_\theta))d\theta \right]. \quad (24)$$

**Unicidad.-** Al suponer que existe otra solución  $X_t$  (con  $X_0 = W_0^*$ ) de (21). Se define  $Z_t = W_0/W_t^*$ , aplicando la fórmula de Itô a  $f(t, x) = W_0/x$  se encuentra la dinámica de  $Z_t$ :

$$\begin{cases} dZ_t = -Z_t \left( a - b^2 - \frac{1}{T-t} \right) dt - b Z_t dB_t, \\ Z_0 = 1. \end{cases} \quad (25)$$

donde  $a$  y  $b$  son definidos en (22). Posteriormente se aplica la fórmula de integración por partes a  $(X_t Z_t)$  (ver Proposición 3. del apéndice)

$$\begin{aligned} d(X_t Z_t) &= X_t dZ_t + Z_t dX_t + d\langle X, Z \rangle_t \\ &= -X_t Z_t \left[ \left( a - b^2 - \frac{1}{T-t} \right) dt + b dB_t \right] \\ &\quad + Z_t X_t \left[ \left( a - \frac{1}{T-t} \right) dt + b dB_t \right] \\ &\quad + (bX_t) (-bZ_t) dt \\ &= 0. \end{aligned}$$

Integrando esta expresión entre 0 y  $t \leq T$ , se obtiene

$$X_t = Z_t^{-1} X_0 Z_0 = \frac{W_t}{W_0} W_0 = W_t \text{ c.s.}$$

Lo que termina la demostración del teorema.

Guardando el espíritu divulgativo del artículo, la demostración de la unicidad del proceso  $W_t$  ha sido realizada utilizando argumentos básicos de la teoría de Itô. En la teoría de ecuaciones diferenciales estocásticas, resultados generales de existencia y unicidad convierten la propiedad de unicidad de  $W_t$  en un caso trivial.

Se observa que la ecuación diferencial (HJB) aparece de una forma natural a partir de la fórmula de Itô. Gracias a la expresión explícita de la riqueza del inversionista  $W_t^*$  deducimos que  $W_t^* \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow T$ , es decir,  $W_T^* = 0$  c.s. Esto se interpreta del modo siguiente, se considera  $[0, T]$  el período de vida del inversionista, entonces éste busca consumir el máximo posible en el curso de su vida sin dejar nada de herencia en  $T$ .

### 4.3 Demostración de la Proposición 1.

La condición de admisibilidad (ver Proposición 1.-i) para  $\Pi_t^*$  definida en (13), es satisfecha gracias a la hipótesis (6).

Para verificar la admisibilidad de  $C_t^* = \frac{W_t^*}{T-t}$  (la cual es estrictamente positiva c.s. puesto que  $W_t^*$  lo es por construcción), se usa (23) y se manifiesta el proceso

$$\begin{aligned} \log(C_t^*) &= \log(T-t) + \log(W_0) \\ &\quad + \left( r + \frac{1}{2} \frac{(\mu-r)^2}{\sigma^2} \right) t + \frac{\mu-r}{\sigma} B_t, \end{aligned}$$

y se observa que  $C_t^*$  satisface (10).

Además  $W_t^*$  satisface la condición de admisibilidad (11), en efecto

$$\begin{aligned} (T-t) |\log(W_t^*)| &\leq (T-t) |\log(T-t)| + T |\log(W_0)| \\ &\quad + \left( r + \frac{1}{2} \frac{(\mu-r)^2}{\sigma^2} \right) T^2 \\ &\quad + \frac{\mu-r}{\sigma} T \max_{0 \leq \theta \leq T} |B_\theta| \end{aligned}$$

y gracias a la relación siguiente

$$\mathbb{E} \left[ \max_{0 \leq \theta \leq T} |B_\theta|^2 \right] \leq 4T,$$

se deduce la ecuación (11). ■

## 5 Segundo problema - Razonamiento heurístico

Del mismo modo se aplica estas ideas con  $\sigma$  constante (en horizonte infinito de tiempo) al operador siguiente

$$J(W, \pi_t, c_t) = \mathbb{E} \left[ \int_0^{+\infty} \frac{1}{\gamma} e^{-\alpha t} (c_t W_t)^\gamma dt \right], \quad \alpha > 0, \quad (26)$$

donde  $c_t$  es una fracción de la riqueza consumida. El objetivo de esta sección es poner en evidencia la fórmula de Itô y mostrar como interviene en la construcción de la ecuación (HJB) de modo muy importante. Esta ecuación será explicada al final de la sección. Una demostración formal en el caso general se puede encontrar en [5].

Sea  $V(x)$  una función suficientemente derivable (que depende solamente de  $x$ ), aplicando la fórmula de Itô se obtiene

$$dV(W_s) = V'(x) dW_s + \frac{1}{2} V''(x) \pi^2 \sigma^2 ds.$$

Reemplazando la dinámica de la riqueza, esta ecuación se convierte en

$$\begin{aligned} dV(X_s) &= \underbrace{V'(x) [X_s(r + (\mu-r)\pi - c)] ds + \pi \sigma dB_s}_{\text{}} \\ &\quad + \underbrace{\frac{1}{2} V''(x) \pi^2 \sigma^2 ds}_{\text{}}. \end{aligned}$$

Las expresiones sobre las llaves deben desaparecer dejando una función  $\Phi(x, c)$  y una martingala, entonces es necesario que la función  $V$  satisfaga la siguiente relación (la base de la ecuación)

$$\begin{aligned} 0 &= rxV'(x) + \underset{\pi, c}{opt} \left\{ V'(x)(\mu-r)\pi - cV'(x) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} V''(x) \pi^2 \sigma^2 x^2 - \Phi(x, c) \right\}, \end{aligned}$$

donde  $opt = \text{máx o mín}$  según el caso. Al recordar la forma de la función valor, se observa el término  $e^{-\alpha t}$  dentro de la integral (26). Aplicando entonces la fórmula de Itô sobre la función  $e^{-\alpha t} V(x)$  (técnica semejante a la de la variación de la constante para la resolución de ecuaciones diferenciales), se tiene

$$d(e^{-\alpha s} V(x)) = e^{-\alpha s} dV_s - \alpha e^{-\alpha s} V(x) ds.$$

Se describe la dinámica de  $V(x)$ :  $dV(x) = \Phi(x, c)ds + V'(x)\sigma\pi dB_s$ . Esta relación será verdadera solamente si  $V(x)$  es la solución de (HJB), es decir, si satisface la igualdad (??). Si se tiene la última igualdad y se la reemplaza, se obtiene

$$d(e^{-\alpha s}V(x)) = e^{-\alpha s} (\Phi(x, c)ds + V'(x)\sigma\pi dB_s) - \alpha e^{-\alpha s}V(x)ds.$$

De aquí se deduce la elección de  $\Phi(x, c) = \alpha V(x) - \frac{1}{\gamma}c^\gamma x^\gamma$ .

Para que la integral estocástica esté bien definida, la condición  $V'(X_s)$  es  $\mathcal{F}$ -adaptada y  $\int_0^{+\infty} (\sigma\pi V'(X_s))^2 ds < +\infty$  deben ser verificadas, y se obtiene una martingala de esperanza nula.

Para determinar finalmente la forma de (HJB) en este caso, se estudia el operador

$$0 = (L^{\pi, c}V)(x) = V'(x)(\mu - r)\pi - cV'(x) + \frac{1}{2}V''(x)\pi^2\sigma^2x^2 - \alpha V(x) + \frac{1}{\gamma}c^\gamma x^\gamma,$$

cuya matriz hessiana es

$$H_{(L^{\pi, c}V)}(\pi, c) = \begin{bmatrix} V''(x)x^2\sigma^2 & 0 \\ 0 & (\gamma - 1)c^{\gamma-2}x^\gamma \end{bmatrix}.$$

Que será definida positiva si  $\gamma > 1$ , entonces la escritura siguiente de la ecuación (HJB) es justificada:

$$\begin{cases} rxV'(x) + \min_{\pi, c} \{xV'(x)[(\mu - r)\pi - c] + \frac{1}{2}V''(x)x^2\pi^2\sigma^2 - \alpha V(x) + \frac{1}{\gamma}c^\gamma x^\gamma\} = 0 \\ \text{condición sobre } V : e^{-\alpha t}V(x) \rightarrow 0 \\ \text{cuando } t \rightarrow \infty \forall x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

De este modo se obtiene

$$V(x) = (c^*)^{\gamma-1} \frac{x^\gamma}{\gamma}$$

con los controles optimales

$$\pi^* = \frac{\mu - r}{\sigma^2(1 - \gamma)}$$

y

$$c^* = \frac{\alpha - \gamma \left( \frac{(\mu - r)^2}{2\sigma^2(1 - \gamma)} + r \right)}{1 - \gamma}.$$

## 6 Implementación numérica

A continuación se presenta los resultados de la simulación numérica. Se seleccionó 4 estrategias diferentes para compararlas con la estrategia optimal. Las primeras tres

consisten en modificar la cantidad de riqueza invertida en el activo manteniendo la misma manera de consumo que la estrategia optimal: 1) inversión 100% activo, 2) 100% banco, esta estrategia representa el comportamiento de un agente con un gusto nulo por el riesgo y es la mejor estrategia sin riesgo; y 3) (AB) estrategia de alza-baja, empezamos con una inversión de 50% de la riqueza inicial la cual es modificada de +10% si el activo sube de precio y de -10% si el activo baja de precio.

Finalmente, se incorporó una última estrategia que modifica la forma de consumo manteniendo las proporciones de inversión optimales: 4) (Const.) Consumo constante, la tasa de consumo instantáneo es constante en tiempo e igual a 80%, evidentemente este tipo de consumo tiene el defecto de no agotar toda la riqueza en  $T$ .

Se presentará el comportamiento del agente bajo dos configuraciones opuestas del mercado (activo de precio creciente o bullish y decreciente o bearish) en cada caso se simula dos trayectorias para cada estrategia que mostrarán las evoluciones de:  $W_t$ , la riqueza,  $C_t$ , el consumo y para comprender las decisiones del agente se añade la trayectoria  $S_t$ , del curso del activo sobre la cual las estrategias han sido ejecutadas.

Para realizar las simulaciones en el caso optimal, en primer lugar se nota que gracias a la expresión (13) el consumo  $C_t$  es un movimiento browniano geométrico, el cual será trazado con la ayuda del modelo de Black y Scholes (ver (2)), y se simula la riqueza  $W_t$  a partir de la expresión (23).

Las estrategias de test han sido simuladas mediante el esquema de discretización siguiente

$$C_{i-1} = W_{i-1} \frac{n}{T(n-i+1)},$$

y

$$W_i = \frac{W_{i-1} - C_{i-1}}{n} \left( \pi S_i + (1 - \pi)e^{r \frac{T}{n}} \right),$$

con  $C_0 = W_0$ .

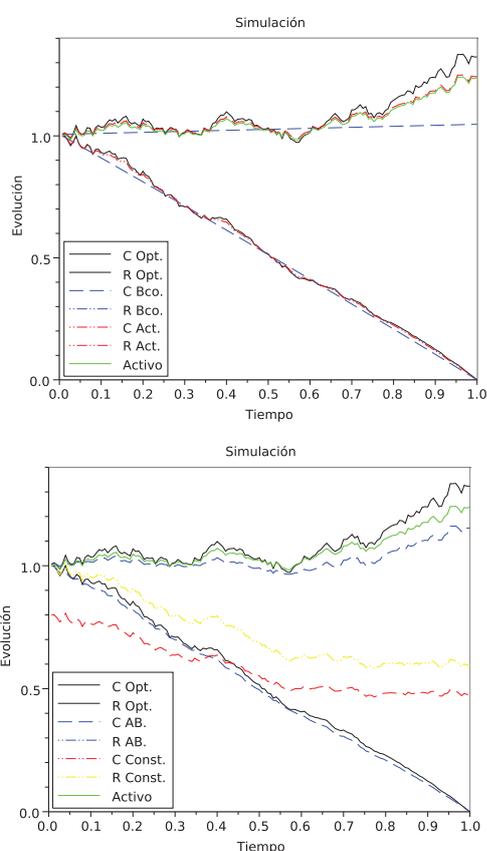
**Parámetros de la simulación:** Horizonte de tiempo  $T = 1$ , riqueza inicial  $W_0 = 1$ , valores iniciales del activo y de la capitalización sin riesgo  $S_0 = S_0^0 = 1$ . Parámetros del activo:  $\mu = 0,06$  y volatilidad  $\sigma = 0,12$ , tasa de interés  $r = 0,04$ . El número de puntos de una trayectoria simulados es fijado a  $n = 1000$  y el número de trayectorias para cada estrategia  $M = 1000000$ .

Estos valores de los parámetros se han escogidos por las siguientes razones

- El logaritmo de la riqueza inicial al anularse convierte la función valor más sensible a  $r$ ,  $\mu$  y  $\sigma$ , que son los parámetros que dan significado e importancia a este tipo de estrategias.
- Una tasa de interés de 4% es una elección realista.
- El valor de  $\Pi = 0,5$  respeta las condiciones de admisibilidad. Además, al evitar la aproximación a los

límites 0 y 1 se amplifica la diferenciación entre las estrategias simuladas. Por otro lado, se observa que esta elección de  $\Pi$  significa que la estrategia óptimal mantiene una composición de fracciones constantes de inversión en activo 50 % y dinero en el banco 50 %.

- La elección  $n = 1000$  y  $M = 10000$  toma varios minutos de cálculo de ordenador y es relativamente satisfactorio. Para  $n = 100$  se encuentran problemas de coherencia entre las estrategias ligadas a la simulación y son debidas a la mala aproximación de la integral del consumo instantáneo.



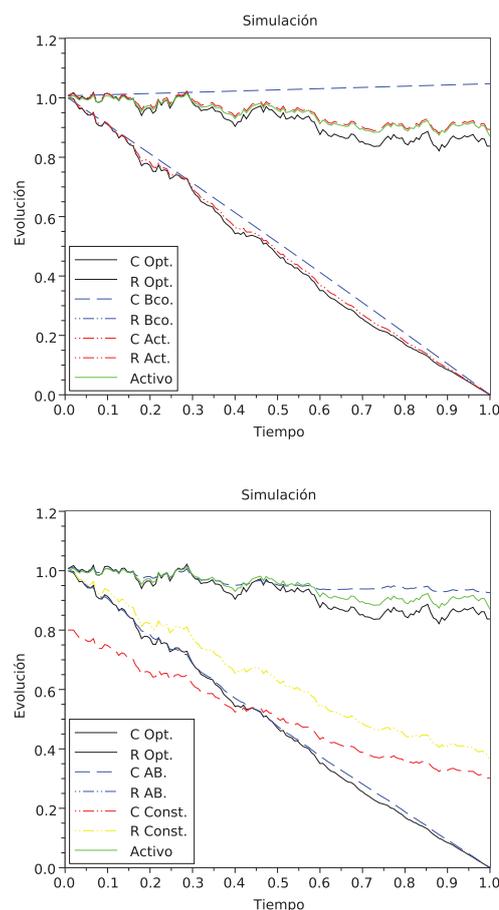
**Figura 1.** Comportamiento de un agente bajo un mercado “bullish”. Las gráficas representan la evolución en tiempo del consumo instantáneo  $C$  y de la riqueza  $R$ . Fuente: Elaboración propia

En la Figura 1 se muestra en la parte superior la estrategia óptimal comparada con dos estrategias “extremas”, en la misma escala están representados los rendimientos del activo. Se aprecia como la riqueza parte de  $W_0 = 1$  y termina en  $W_1 = 0$ . Por otro lado, la curva de consumo instantáneo óptimal se encuentra por encima de las otras curvas, lo que demuestra su optimalidad.

De igual manera, en la parte inferior de la misma figura se observa como la estrategia a consumo constante, es ineficiente comparada con cualquier otra estrategia y que la

estrategia 3) (compra si sube, venta si baja) es menos buena que la estrategia de 100 % activo (basta comparar con la figura de la parte superior).

En una segunda configuración del mercado, se obtienen los resultados siguientes (ver Figura 2):



**Figura 2.** Comportamiento de un agente bajo un mercado “bearish”. Las Figuras representan la evolución en tiempo del consumo instantáneo  $C$  y de la riqueza  $R$ . Fuente: Elaboración propia

Se observa que la mejor estrategia es la de riesgo nulo (es decir, se coloca el dinero en el banco y se consume la riqueza siguiendo la forma óptimal de consumo). Este resultado es coherente con las observaciones realizadas anteriormente (ver Observación 1) y la hipótesis sobre  $\Pi_t$ : una trayectoria de este tipo con  $\mu > r$  tiene una probabilidad baja y la integral del consumo para este tipo de trayectorias, es decir,  $F = \int_0^T \log(C_t) dt$  tiene menor relevancia para la esperanza  $J(W) = \mathbb{E}[F]$ .

Para confirmar el valor teórico de  $\vartheta(W) = V(0,1)$  se realizó una estimación usando el método de Monte-Carlo. Para los parámetros escogidos, se obtiene el valor de  $V(0, W_0) = 0,0225$ . La simulaciones dan como resultado la estimación de  $J(W) = \mathbb{E}[F]$  obteniendo para cada una de

las estrategias, los valores siguiente:

- Estrategia Optimal:  $\bar{J}(W) = 0,0241652$  con el intervalo de confianza a 95%:

$$[0,0229925, 0,0253379].$$

- Estrategia 100 % activo:  $\bar{J}(W) = 0,0222985$  con el intervalo de confianza a 99%:

$$[0,0200036, 0,0245934].$$

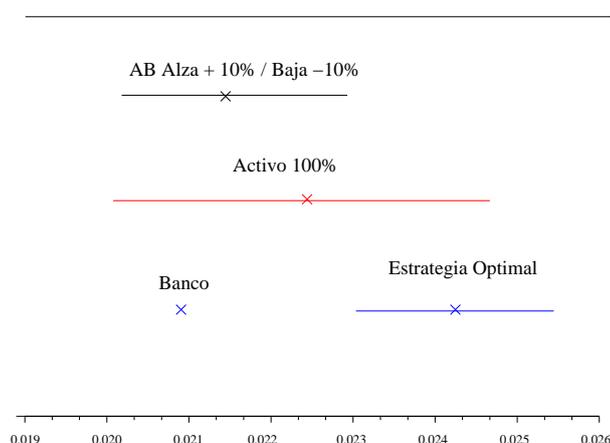
- Estrategia 100 % banco:  $\vartheta(W) = 0,0208986$ . (riesgo nulo).

- Estrategia AB, se inicializa  $\pi$  en su valor optimal, es decir, 0,5 y si el activo está en alza entonces compra +10% y si está en baja entonces venta -10%:  $\bar{J}(W) = 0,0215585$  con el intervalo de confianza a 99%:

$$[0,0201802, 0,0229368]$$

- Estrategia consumo constante (tasa 80 %):  $\bar{J}(W) = -0,5996940$  con el intervalo de confianza a 99%:

$$[-0,6000592, -0,5993287].$$



**Figura 3.** Intervalos de confianza para los resultados numéricos. Est Figura da idea de la eficacia comparada entre las diferentes estrategias. Fuente: Elaboración propia

Los intervalos de confianza se encuentran representados en la Figura 3. Se puede ver que una estrategia que sigue los movimientos del activo (Activo 100%) puede eventualmente vencer la estrategia optimal, pero su riesgo (su varianza) es bastante elevada. Finalmente se nota que en promedio la estrategia optimal vence las dos estrategias "extremas": 100% banco y 100% acción. Lo que verifica los cálculos.

A continuación se presentan ciertos temas necesarios para la mejor comprensión del artículo como: definiciones, teoremas útiles y discusiones sobre algunos temas tratados.

## A Nociones de economía

### A.1 Optimización

**Criterio de esperanza de utilidad.-** Este criterio reposa sobre una teoría de elección en un universo de incertidumbre, un individuo compara sus ingresos aleatorios de los cuales conoce las leyes de probabilidad. Bajo ciertas condiciones sobre sus preferencias, Von Neuman y Morgenstern muestran que éstas se pueden representar mediante la esperanza de una función, de utilidad y notada  $U$ .

De esta manera, un ingreso aleatorio  $X$  será preferido a un ingreso aleatorio  $X'$  si  $\mathbb{E}[U(X)] \geq \mathbb{E}[U(X')]$ . Esta función de utilidad es creciente lo que expresa el gusto por la riqueza del individuo (ver la siguiente sección).

En el caso estudiado, este criterio consiste en maximizar la esperanza de utilidad de la riqueza terminal a un horizonte  $T < +\infty$ , es decir,

$$\sup_{\alpha} \mathbb{E}[U(X_T)]. \quad (27)$$

**Criterio media - varianza.-** Este criterio reposa sobre la hipótesis de que las preferencias del individuo dependen solamente de la media y de la varianza de sus ingresos aleatorios. Para expresar la aversión al riesgo el criterio se interesa en los portafolios Media-Varianza eficaces, es decir, minimizando la varianza para una esperanza dada

$$\inf_{\alpha} \{Var[X_t] : \mathbb{E}[X_T] = m\}.$$

Se puede demostrar que este problema es equivalente al problema (27) para la función de utilidad

$$U(x) = \lambda - x^2, \quad x \in \mathbb{R}.$$

### A.2 Aversión al riesgo y función valor

La aversión al riesgo es la actitud de un agente hacia la tenencia de activos con riesgo en su portafolio. Un agente con mayor aversión al riesgo demandará una prima (retorno o beneficio) mayor cuando considere que un instrumento posee alto riesgo. La aversión al riesgo es generalmente integrada por un agente mediante la concavidad de su función de utilidad.

En economía, es de uso común utilizar una función del tipo siguiente (ver [7, página 152])

$$U(c) = \begin{cases} \frac{1}{\gamma} c^{\gamma}, & x \geq 0, \\ -\infty, & x < 0, \end{cases} \quad (28)$$

conocida como **función isoelástica de utilidad** y sirve para expresar la utilidad en función del consumo de un agente.

La función escogida  $u(c) = \log(c)$  es el límite de la función  $U$  presentada en (28). En efecto, una constante aditiva

no afecta las condiciones de optimalidad, se resta la constante  $\frac{1}{\gamma}$  a la función  $U$ , tomando el límite cuando  $\gamma$  tiende a cero y se obtiene:

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{c^\gamma - 1}{\gamma} = u(c).$$

La función isoelástica es también conocida como CRRA (Constant Relative Risk Aversion) puesto que es la única que posee un índice de *aversión al riesgo* constante e igual a

$$-x \frac{U''(x)}{U'(x)} = 1 - \gamma.$$

### A.2.1 Sobre la función valor

La interpretación de la función valor  $\vartheta$  en (1) es muy simple. Se toma los instantes  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < T$  tales que  $t_i - t_{i-1} = \frac{T}{n}$ ,  $n > 1$ , se tiene para la media geométrica

$$\begin{aligned} T \log \left( (C_{t_1} \times \dots \times C_{t_n})^{\frac{1}{n}} \right) &= \frac{T}{n} \sum_{i=1}^n \log(C_{t_i}) \\ &= \sum_{i=1}^n \log(C_{t_i})(t_i - t_{i-1}) \\ &\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \int_0^T \log(C_t) dt. \end{aligned}$$

Lo que demuestra que, en cierto sentido, la función  $\vartheta$  escogida es equivalente a la maximización de la media geométrica del consumo. Todas las condiciones necesarias para dar un sentido a esta integral son dadas y verificadas en la Sección 4.3.

## B Procesos estocásticos y cálculo estocástico

En esta sección se presenta varios puntos de la teoría de procesos estocásticos necesarios para la comprensión del artículo (ver [6, 11]).

### B.1 Proceso Estocástico

Es un modelo matemático de un fenómeno que evoluciona en el tiempo de manera aleatoria. La aleatoriedad es expresada mediante la introducción de un espacio medible  $(\Omega, \mathcal{F})$ , en el cual una medida de probabilidad  $\mathbb{P}$  puede ser definida. Las posibles realizaciones o resultados del fenómeno toman sus valores en un segundo espacio medible  $(S, \mathcal{S})$  llamado *espacio de estado*. Para los propósitos de este artículo el espacio de estado será el espacio euclidiano  $\mathbb{R}$  dotado de su  $\sigma$ -álgebra boreliana, es decir,  $(S, \mathcal{S}) = (\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ . A continuación, se tiene la definición formal de proceso estocástico:

**DEFINICIÓN 2.** Sean  $T$  un conjunto de índices (usualmente  $T = \mathbb{R}^+ \text{ o } \mathbb{N}$ ),  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  un espacio de probabilidad. Un proceso estocástico  $X$  es un conjunto de **funciones medibles**  $X_t : (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$  donde  $t \in T$ .

Para un punto fijo  $\omega \in \Omega$  la función  $t \mapsto X_t(\omega); t \geq 0$  es la *trayectoria* del proceso  $X$  asociado a  $\omega$ . Este es el modelo matemático para un experimento aleatorio cuyos resultados pueden ser observados continuamente en el tiempo.

Por razones técnicas de la teoría de integración de Lebesgue, las medidas de probabilidad son definidas sobre  $\sigma$ -álgebras y las variables aleatorias son definidas como medibles respecto a estas  $\sigma$ -álgebras. La definición dada, precedentemente, asegura que para un  $\omega \in \Omega$  fijo,  $X_t(\omega)$  es una variable aleatoria para todo  $t \geq 0$ . Sin embargo,  $X$  es en realidad una función de una pareja de variables  $(t, \omega)$  y, por razones técnicas, es conveniente tener una propiedad de medibilidad conjunta, es decir, la aplicación

$$\begin{aligned} (t, \omega) &\mapsto X(t, \omega) : \\ ([0, +\infty) \times \Omega, \mathcal{B}([0, +\infty)) \otimes \mathcal{F}) &\rightarrow (\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R})), \end{aligned}$$

es medible. Los procesos estocásticos que cumplen con esta propiedad son llamados **procesos estocásticos medibles**.

### B.2 Filtraciones

La característica temporal de un proceso estocástico sugiere un paso del tiempo, respecto al cual, en cada momento  $t \geq 0$  se habla de *pasado*, *presente* y *futuro*. Así, un observador del proceso estocástico podría preguntarse en un instante dado  $t$  cuánto conoce del proceso comparado a otro instante del pasado  $s \leq t$  o conocerá en un instante del futuro  $r \geq t$ .

**DEFINICIÓN 3.** Sea  $\mathcal{F}$  una  $\sigma$ -álgebra, una **filtración** es una familia no-decreciente  $\{\mathcal{F}_t\}$  de sub- $\sigma$ -álgebras de  $\mathcal{F}$ :  $\mathcal{F}_s \subset \mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$  para  $s < t < +\infty$ , se define  $\mathcal{F}_\infty := \sigma(\cup_{t \geq 0} \mathcal{F}_t)$ .

Además, dado un proceso estocástico  $X$ , la elección más simple de una filtración es la generada por el proceso mismo, es decir,

$$\mathcal{F}_t^X := \sigma(\{X_s : s \leq t\}),$$

la más pequeña  $\sigma$ -álgebra respecto a la cual  $X_s$  es medible para todo  $s \in [0, t]$ .  $\mathcal{F}_t^X$  es llamada **filtración natural de  $X$** .

De esta manera,  $A \in \mathcal{F}_t^X$  significa que para un instante  $t \geq 0$  un observador de  $X$  sabe si  $A$  ha ocurrido o no.

**DEFINICIÓN 4 (Proceso estocástico adaptado).** El proceso estocástico  $X$  es adaptado a la filtración  $\{\mathcal{F}_t\}$  si, para todo  $t \geq 0$ ,  $X_t$  es una variable aleatoria  $\mathcal{F}_t$ -medible.

Evidentemente, el proceso estocástico  $X$  es adaptado a su filtración natural  $\mathcal{F}_t^X$ .

### B.3 Martingalas y Movimiento Browniano

**DEFINICIÓN 5.** Un proceso estocástico  $X$   $\mathcal{F}$ -adaptado es una martingala respecto a  $\mathcal{F}$  si

- (i)  $\mathbb{E}[|X_t|] < +\infty$  para todo  $t \geq 0$ ;
- (ii)  $\mathbb{E}[X_t | \mathcal{F}_s] = X_s$  c.s. para toda pareja  $s$  y  $t$  tal que  $s \leq t$ .

Un ejemplo de proceso estocástico, que es una martingala, es el movimiento browniano.

**DEFINICIÓN 6** (Movimiento Browniano Estándar). Un movimiento browniano estándar unidimensional sobre  $[0, +\infty)$  es un proceso estocástico continuo a valores en  $\mathbb{R}$ ,  $(B_t)_{t \geq 0}$  tal que

- (i)  $B_0 = 0$ ;
- (ii) para todos  $0 \leq s < t$ , el incremento  $B_t - B_s$  es independiente de  $\sigma(B_u, u \leq s)$  y sigue una ley normal  $\mathcal{N}(0, \sqrt{t-s})$ .

En la definición de movimiento browniano estándar; la independencia de los incrementos de  $B$  es respecto a la filtración natural  $\mathcal{F}_s^B = \sigma(B_u, u \leq s)$  de  $B$ . La filtración natural de  $B$  es llamada "filtración browniana".

## C Fórmula de Itô e integración estocástica

Esta sección ha sido inspirada por [1, 9] y presenta una introducción minimal a la integración estocástica; sin embargo, es adaptada para los temas tratados en este artículo. Para profundizar los conocimientos sobre el tema el lector puede dirigirse a [4, 10].

En finanzas, una estrategia de inversión sobre un activo  $S$  en tiempo discreto es un conjunto de decisiones  $(\alpha_i)_{i \in \mathbb{N}}$  tomadas cada cierto intervalo de tiempo en función del valor del activo. Así, el valor del portafolio determinado por el activo y la estregia sobre él tiene el valor siguiente en  $t_n$

$$V_{t_n} = V_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i (S_{t_{i+1}} - S_{t_i})$$

En tiempo continuo el curso del activo  $S$  es modelado como una función del movimiento browniano y el objetivo es generalizar la última fórmula con la ayuda de una integral del tipo  $\int_0^t \alpha_s dS_s$ . Ahora bien, una de las propiedades del movimiento browniano es que casi seguramente sus trayectorias no son derivables en todo punto. Dicho de otra manera, si  $B_t$  es un movimiento browniano, no existe  $t \in \mathbb{R}^+$  tal que  $\frac{dB_t}{dt}$  tenga sentido, lo que no permite, por ejemplo, definir la integral como

$$\int f(t) dB_t = \int f(t) \frac{dB_t}{dt} dt.$$

Evidentemente, se presenta el mismo problema con  $dS_t = df(B_t)$ . Sin embargo, es posible dar un sentido a éstas integrales respecto al movimiento browniano, y se las llamará "integrales estocásticas".

### C.1 Construcción de la integral estocástica

Sea  $(B_t)_{t \geq 0}$  un  $\mathcal{F}$ -movimiento browniano sobre un espacio probabilizado (dotado de una medida de probabilidad) y  $\mathcal{F}$ -filtrado  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P}, \cdot)$ . El objetivo es dar un sentido a  $\int_0^t f(s, \omega) dB_s$  para una clase de procesos  $f(s, \omega)$  adaptados a  $\mathcal{F}$ . La construcción comienza con la definición de la integral sobre el conjunto de procesos "en escalera" o "elementales" para después extenderlo a una clase más rica de procesos.

Sea  $\varphi$  un proceso en escalera integrable e igual a

$$\varphi = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \mathbb{1}_{]t_i, t_{i+1}]},$$

definimos la integral estocástica  $I(\varphi)$  de  $\varphi$  de la siguiente manera:

$$\int \varphi(t) dB_t := \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i [B_{t_{i+1}} - B_{t_i}]. \quad (29)$$

La variable aleatoria  $I(\varphi)$  definida de esta manera es una combinación lineal a coeficientes aleatorios de variables aleatorias gaussianas independientes.  $I(\varphi)$  no es necesariamente una variable aleatoria gaussiana, sin embargo, sus momentos de orden 1 y 2 satisfacen propiedades remarquables.

**LEMA 2.** Sea  $\varphi$  un proceso en escalera integrable y de cuadrado integrable. Se tiene:

$$\mathbb{E} \left[ \int \varphi(t) dB_t \right] = 0,$$

y

$$\mathbb{E} \left[ \left( \int \varphi(t) dB_t \right)^2 \right] = \mathbb{E} \left[ \int \varphi^2(t) dt \right]. \quad (30)$$

Gracias al teorema siguiente, se extiende la definición de integral estocástica a cualquier proceso en el espacio

$$\mathbb{H}^2 = \left\{ (\varphi(t))_{t \geq 0} \text{ procesos adaptados a } \mathcal{F} : \mathbb{E} \left[ \int \varphi^2(t) dt \right] < +\infty \right\}.$$

**TEOREMA 2.** Sea  $B$  un movimiento browniano estándar respecto a una filtración  $\mathcal{F}$ . A todo proceso estocástico  $\varphi \in \mathbb{H}^2$ , se asocia de manera única una variable aleatoria de cuadrado integrable,  $\int \varphi(t) dB_t$  tal que

$$\mathbb{E} \left[ \int \varphi(t) dB_t \right] = 0;$$

y

$$\mathbb{E} \left[ \left( \int \varphi(t) dB_t \right)^2 \right] = \mathbb{E} \left[ \int \varphi^2(t) dt \right],$$

que coincide para los procesos estocásticos en escalera con  $\sum_{i=0}^{n-1} X_i [B_{t_{i+1}} - B_{t_i}]$ .

### C.1.1 La integral estocástica como proceso

Como para la integración determinista, es posible asociar un proceso a una integral estocástica de un proceso  $\varphi$  que vive en  $\mathbb{H}^2$ . Se notará

$$I_t(\varphi) := I(\mathbb{1}_{[0,t]}(\varphi)) := \int_0^t \varphi(s) dB_s.$$

El objetivo de esta sección es presentar las propiedades del proceso estocástico  $(I_t(\varphi))_{t \geq 0}$ .

**TEOREMA 3.** Sea  $\varphi \in \mathbb{H}^2$ ,  $(I_t(\varphi))_{t \in [0,T]}$  es un proceso estocástico de trayectorias continuas, adaptado y tal que para toda función aleatoria (es decir, un proceso estocástico visto como una función del tiempo)  $h_A(s) = \mathbb{1}_A \mathbb{1}_{]u,v]}(s)$ ,  $A \in \mathcal{F}_u$  se tiene

$$\int_0^t \mathbb{1}_A \mathbb{1}_{]u,v]}(s) \varphi(s) dB_s = \mathbb{1}_A \int_{\min\{t,u\}}^{\min\{t,v\}} \varphi(s) dB_s.$$

Todas las propiedades se obtienen gracias a la aproximación mediante procesos en escalera, a excepción de la continuidad de las trayectorias que es mostrada mediante la desigualdad maximal, esta propiedad es fundamental para la integración estocástica, pues permite demostrar no solamente la continuidad sino también varios resultados de convergencia.

**PROPOSICIÓN 2** (Desigualdad maximal). Para todo proceso estocástico  $(I_t(\varphi))_{t \in [0,T]}$  con  $\varphi \in \mathbb{H}^2$  se tiene

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ \left( \sup_{u \in [0,t]} \int_0^u \varphi(s) dB_s \right)^2 \right] &\leq 4\mathbb{E} \left[ \left( \int_0^T \varphi(s) dB_s \right)^2 \right] \\ &= 4\mathbb{E} \left[ \int_0^T \varphi^2(s) ds \right]. \end{aligned}$$

Gracias al principio de simetría del movimiento browniano:  $\forall y \geq 0, \mathbb{P} \left( \sup_{t \leq T} B_t \geq y \right) = \mathbb{P} \left( |B_T| \geq y \right)$  (es decir, para cada  $T \geq 0$ ,  $\sup_{t \geq T} B_t$  y  $|B_T|$  tienen la misma ley), se puede deducir una estimación exacta

$$\mathbb{E} \left[ \left( \sup_{u \leq T} B_u \right)^2 \right] = \mathbb{E} \left[ (B_T)^2 \right] = T. \quad (31)$$

**TEOREMA 4** (Propiedad de Martingalas). Sea  $\varphi \in \mathbb{H}^2$ , el proceso estocástico continuo, adaptado e integrable  $(I_t(\varphi))_{t \geq 0}$  es una martingala.

## C.2 Cálculo de Itô

Ahora, se inserta un “cálculo diferencial” sobre las integrales definidas anteriormente, llamado “Cálculo de Itô” y cuya herramienta principal es la “fórmula de Itô”.

Se inicia con la definición de la clase de procesos sobre los cuales se puede utilizar la fórmula de Itô. Se dará las condiciones mínimas necesarias para su buena definición.

**DEFINICIÓN 7** (Procesos de Difusión o de Itô). Sean  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , un espacio probabilizado dotado de una filtración y  $(B_t)_{t \geq 0}$  un  $\mathcal{F}$ -movimiento browniano. Llamaremos **Proceso de Itô o de difusión**, un proceso  $(X_t)_{t \geq 0}$  a valores en  $\mathbb{R}$  tal que

$$\mathbb{P} \text{ c.s. } \forall t \geq 0, X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dB_s, \quad (32)$$

donde

- $X_0$  es  $\mathcal{F}_0$ -medible.
- $(K_t)_{t \geq 0}$  y  $(H_t)_{t \geq 0}$  son procesos  $\mathcal{F}$ -adaptados.
- $\int_0^t |K_s| ds < +\infty \forall t \geq 0 \mathbb{P}$ -c.s.
- $\mathbb{E} \left[ \int_0^t |H_s|^2 ds \right] < +\infty \forall t \geq 0$ , i.e.,  $K \in \mathbb{H}^2$ .

**TEOREMA 5** (Fórmula de Itô). Sea  $(X_t)_{t \geq 0}$  un proceso de Itô (definido mediante la fórmula (32)) y  $(t, x) \mapsto f(t, x)$  una función  $C^{1,2}$ , es decir, dos veces diferenciable en  $x$  y una en  $t$  y de derivadas continuas. Se consigue

$$\begin{aligned} f(t, X_t) &= f(0, X_0) + \int_0^t f'_t(s, X_s) ds + \int_0^t f'_x(s, X_s) dX_s \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_0^t f''_{xx}(s, X_s) d\langle X, X \rangle_s, \end{aligned} \quad (33)$$

donde, por definición

$$\langle X, X \rangle_s = \int_0^s H_s^2 ds,$$

y

$$\int_0^t f'_x(s, X_s) dX_s = \int_0^t f'_x(s, X_s) K_s ds + \int_0^t f'_x(s, X_s) H_s dB_s.$$

**PROPOSICIÓN 3** (Fórmula de integración por partes). Sean  $X_t$  e  $Y_t$  dos procesos de Itô

$$X_t = X_0 + \int_0^t K_s ds + \int_0^t H_s dB_s,$$

y

$$Y_t = Y_0 + \int_0^t K'_s ds + \int_0^t H'_s dB_s.$$

Entonces

$$X_t Y_t = X_0 Y_0 + \int_0^t X_s dY_s + \int_0^t Y_s dX_s + \langle X, Y \rangle_t$$

con la convención:

$$\langle X, Y \rangle_t = \int_0^t H_s H'_s ds.$$

## D Modelo de Black y Scholes

En 1900, Louis Bachelier introdujo el movimiento browniano para modelizar la dinámica de los precios de las acciones en la Bolsa. Su "Teoría de la especulación" (su tesis doctoral defendida en la Sorbonne), es el primer ladrillo de las finanzas modernas. En 1905, Albert Einstein construye un modelo probabilístico para una partícula en difusión, encontrando la ley de probabilidad para la posición de tal partícula.

En los años 60 el trabajo de Bachelier fue retomado y, en los últimos 40 años los mercados financieros experimentan una revolución de gran amplitud. La actividad financiera se desarrolla a través de un cierto número de instrumentos que tienen como objetivo la repartición del riesgo de un mercado determinado, riesgo que nace de las variaciones de las tasas de cambio de divisas, de las tasas de interés o de factores económicos que se escapan del control de los participantes de este mercado.

La gran variabilidad de los precios de estos instrumentos o parámetros condujeron de manera natural a esta necesidad de transferir el riesgo. Los bancos juegan un papel importante en esta transformación proponiendo productos financieros que serán llamados *productos derivados*. Actualmente, es primordial observar la importancia de las herramientas del cálculo estocástico sin las cuales el *business* de los seguros y riesgos financieros no podría haberse desarrollado como lo ha hecho y los mercados financieros no habrían podido ganar la importancia se poseen ahora.

Un ejemplo de producto derivado, son las opciones. Una opción es un contrato que da el derecho (y no la obligación) de comprar (tal opción se llama "CALL") a una fecha futura predeterminada ("madurez" del contrato), cantidad fija de un activo (una acción) a un precio dado ("precio de ejercicio" o "strike") a cambio de una prima inicial pagada en el presente.

Sobre este tipo de productos, se realizan las siguientes observaciones:

- El riesgo del comprador es limitado a la prima: en el peor de los casos, este pierde el importe pagado para entrar al contrato.
- El riesgo que afronta el vendedor del CALL aumenta si el mercado esta en alza. La madurez puede jugar en contra de él y; además, un gran movimiento de alza justo antes de la ejecución siempre es de temerse.

Por otro lado, la incertidumbre que afecta la acción subyacente de la opción a madurez es el resultado de pequeños movimientos cotidianos que pueden ser observados, lo que provee información que puede ser utilizada para:

- Definir un modelo para la dinámica del curso de la acción;

- y, reducir el riesgo final mediante un actitud dinámica y racional puesto que el vendedor puede en todo momento comprar o vender acciones que financia con la ayuda de la prima.

Esto es precisamente lo que hacen en 1973 F. Black and M. Scholes cuando publicaron un artículo (ver [2]) en el cual, retomando las ideas de Bachelier, consiguieron dar una respuesta al problema de precio y cobertura de un producto derivado. Ellos definen el precio de un producto derivado como el "precio de su cobertura".

Por otro lado, es evidente que los precios de los diferentes productos derivados no son cualquiera, existe una fuerte coherencia entre los precios de productos derivados sobre un mismo subyacente (por ejemplo, CALLs con diferentes *strikes*).

### D.1 Ausencia de oportunidad de arbitraje

**Ley fundamental de las finanzas de mercado.-** En un mercado muy liquido<sup>2</sup>, donde no existen precios de transacción ni limitaciones sobre la compra-venta de acciones, no hay oportunidad de arbitraje, es decir, que no es posible ganar dinero de manera segura a partir de una inversión nula.

Esta propiedad de ausencia de oportunidad de arbitraje es, sobre todo, una regla que conduce a la **unicidad de precios de productos derivados** de la siguiente manera:

*Dos estrategias que dan como resultado un mismo valor en el horizonte final de gestión (fecha de madurez) en todos los estados del mundo tienen el mismo valor en toda fecha intermedia.*

Analicemos ahora el comportamiento del vendedor de un CALL que asegura un flujo  $h(S_T)$  a una madurez  $T$ , recibiendo en el presente la *prima* o precio de la acción. El vendedor no puede repartir el riesgo sobre un gran número de clientes como lo hacen las aseguradoras. Lo que hará es invertir la prima en un portafolio autofinanciado (ver definición 8 más adelante). El vendedor tiene varias opciones, si éste es pasivo, pondrá el dinero en el banco. En  $T$  la cantidad de dinero que posee depende de los intereses recibidos y de la prima inicial y no del valor del activo. Ésta no es una estrategia adaptada al producto vendido.

Por otro lado, puede comprar un cierto número de acciones, de manera que su portafolio posea las mismas acciones subyacentes cuyo movimiento de su precio va en el mismo sentido que el flujo que él podría pagar.

La gestión de un producto derivado se muestra entonces como un conjunto de varias operaciones:

- 1) Seguir regularmente el precio  $C_t$  del producto en el mercado;
- 2) administrar un portafolio autofinanciado, de valor  $V_t$  en  $t$  cuyo valor inicial es la prima  $V_0 = x$ ,

<sup>2</sup>La propiedad de liquidez de un mercado se traduce por la facilidad de comprar y vender libremente y sin restricciones de cantidad los activos que se intercambian en él.

3) vigilar el "P& L" (las ganancias y pérdidas) del portafolio;

El objetivo de la gestión de una opción no es la maximización de "P& L" final, sino al contrario reducirlo con el fin de conseguir la varianza más débil posible. El mejor "portafolio" (que supone además, una elección optimal de la prima  $x$ ) es llamado el *portafolio de cobertura*.

Bajo la hipótesis de ausencia de oportunidad de arbitraje podemos establecer la siguiente relación entre evaluación y cobertura:

Si es posible encontrar un P& L final de riesgo nulo, entonces el principio de AOA implica que la diferencia entre el precio y el valor del portafolio son nulos casi seguramente en toda fecha  $t$ .

## D.2 Modelación matemática

La incertidumbre es modelada a través de trayectorias futuras del activo con riesgo, vistas como posibles escenarios de evolución. De manera general, se supone que las trayectorias son funciones continuas definidas sobre  $\mathbb{R}^+$ . Bachelier modeló el curso de una acción como un movimiento browniano con tendencia (o "drift"). El problema de este modelo es que permite a la acción adquirir valores negativos. Samuelson en 1960 propuso mantener esta modelación para los rendimientos en lugar del curso mismo.

Suponiendo que el rendimiento entre dos periodos es medido mediante la diferencia de los logaritmos del curso de la acción, deducimos el modelo presentado en la Sección 2.1. Puesto que la función exponencial ecuación no es acotada, para justificar la escritura diferencial y la utilización de la fórmula de Itô en (9), necesitamos ciertas propiedades de integrabilidad que son fácilmente verificadas gracias a las propiedades de la transformada de Laplace de una variable aleatoria gaussiana presentadas en el siguiente teorema.

**TEOREMA 6.** Sea  $S$  un movimiento browniano geométrico de valor inicial  $x$ . El curso  $S_t$ , de condición inicial  $S_0 = x$  sigue una ley log-normal cuyos primeros momentos son dados por

$$\mathbb{E}[S_t] = xe^{\mu t}, \quad \mathbb{E}[S_t^2] = x^2 e^{(2\mu + \sigma^2)t},$$

y

$$\text{Var}[S_t] = x^2 e^{2\mu t} (e^{\sigma^2 t} - 1).$$

En particular, el Sharpe ratio que reporta la ganancia promedio respecto a la variabilidad del activo,

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{\mathbb{E}[S_t] - x}{\sqrt{\text{Var}[S_t]}} \quad (34)$$

independiente del valor inicial  $S_0 = x$ .

## D.3 Interpretación de los parámetros

- Si no existe ruido, i.e.,  $\sigma = 0$  y el activo no posee ningún riesgo,  $\mu$  representa su rendimiento anualizado. Un simple argumento de arbitraje muestra que en ausencia de aleatoriedad sobre el activo, su rendimiento debe ser el mismo que aquel de un depósito en el banco cuya tasa de interés es notada  $r$ : si  $r < \mu$  bastaría hacer un crédito en el banco y comprar el activo, inversamente si  $r > \mu$  bastaría vender el activo al descubierto y depositar el dinero en el banco. Se designa mediante  $S_t^0$  el valor en  $t$  de la capitalización de un dólar en el banco.

$$dS_t^0 = S_t^0 r dt.$$

- Si el activo tiene riesgo,  $\mu$  representa el rendimiento anualizado esperado del activo por unidad de tiempo. Es de uso común comparar el rendimiento de un activo con el de la capitalización del dinero en el banco. El parámetro  $\mu - r$  es en general un parámetro de referencia.
- El *Ratio de Sharpe* por unidad de tiempo de los excesos de rendimientos respecto al dinero toma en cuenta la volatilidad del activo  $y$ , es considerado como la **prima de riesgo**  $\lambda$  que el mercado asigna a la fuente de riesgo  $B$  puesto que:

$$\text{prima de riesgo} = \lambda = \frac{\frac{d}{dt} \mathbb{E} \left[ \frac{dS_t}{S_t} \right] - r}{\sqrt{\frac{d}{dt} \text{Var} \left[ \frac{dS_t}{S_t} \right]}} = \frac{\mu - r}{\sigma} \frac{dS_t}{S_t}. \quad (35)$$

- Escribiendo el curso de un activo de la siguiente manera

$$dS_t = S_t [rdt + \sigma(dB_t + \lambda dt)],$$

se evidencia la importancia del parámetro clave de la caracterización de los activos financieros: la **volatilidad**  $\sigma$ . El orden del tamaño de este parámetro depende de la naturaleza del activo subyacente: en los mercados de acciones varía entre 30% y 70%, en los mercados de tasas de cambio entre 10% y 30%, en los mercados de tasas de interés entre el 8% y 30%.

## D.4 Portafolio dinámico

Al suponer que se puede invertir sólo en *un activo* con riesgo, usualmente llamado acción; y en dinero, es decir, depositando en el banco o realizando préstamos. Se designará mediante  $S_t$  el precio de la acción en la fecha  $t$ ,  $r$  la tasa de interés para un depósito en el banco entre  $[t, t + dt]$ .

**DEFINICIÓN 8.** Es una estrategia dinámica de compra y venta de acciones y de préstamos y depósitos de dinero en el banco, cuyo valor no es modificado por el aumento o retiro de dinero.

Sea  $V_t$  el *valor de mercado* (llamado también *valor liquidativo* o *Market to Market*) del portafolio en la fecha  $t$ . Después de ejecutar una decisión sobre el portafolio (compra-venta de acciones o depósito-retiro-préstamo de dinero al banco), el número de acciones  $\delta_t$  (positivo si es comprador - posición dicha "long", negativo si es vendedor - posición dicha "short"), es constante hasta la próxima fecha de gestión. Se supondrá que el *trader* toma su decisión en función del valor del curso de la acción en el momento en el que va a renegociar (comprar-vender / depositar-retirar).

En un tiempo  $dt$ , la variación del valor del portafolio es explicada solamente por la variación del valor de la acción y por la tasa de interés vertida por el banco sobre el dinero. Es decir, puesto que el dinero invertido en el banco es  $V_t - \delta_t S_t$  (todo el dinero que no se utiliza para comprar acciones es depositado en el banco), el valor del portafolio autofinanciado viene dado por:

$$dV_t = \delta dS_t + (V_t - \delta_t S_t)rdt = rV_t dt + \delta_t(dS_t - rS_t dt). \quad (36)$$

## Referencias

- [1] Lamberton D. and Lapeyre B. *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*. Ellipses, second edition, (1997).
- [2] Black F. and Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 3:637–654, (1973).
- [3] H.W. Fleming and D. Hernandez-Hernandez. An optimal consumption model with stochastic volatility. *Finance Stoch.*, 7:245–262, (2003).
- [4] Kuo H. *Introduction to Stochastic Integration*. Universitext. Springer, first edition, (2006).
- [5] Pham H. *Optimisation et contrôle stochastique appliqués à la finance*, volume 61 of *Mathématiques et Applications*. Springer-Verlag, (2007).
- [6] I. Karatzas and S.E. Shreve. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, volume 113 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer, second edition, (1998).
- [7] L. Ljungqvist and Th. Sargent. *Recursive Macroeconomic Theory*. MIT Press, second edition, (2004).
- [8] R. Merton. Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous time case. *Rev. Econ. Stat.*, 51:239–265, (1969).
- [9] El Karoui N. *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, volume 2 of *Cours de mathématiques appliquées M1*. Editions de l’Ecole Polytechnique, (2004).
- [10] Protter P. *Stochastic integration and differential equations*, volume 21 of *Stochastic Modelling and Applied Probability*. Springer, second edition, (2005).
- [11] D. Revuz and M. Yor. *Continuous Martingales and Brownian Motion*, volume 293 of *A Series of Comprehensive Studies in Mathematics*. Springer, third edition, (2005).

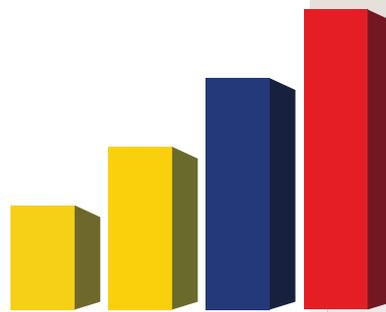


# Analítica

Potencia Operativa de los Negocios en función de la  
estructura de inversiones y financiación: caso  
ecuatoriano

Business Operations Power as a function of the  
investment and financing structure: the Ecuadorian  
case

Andrés Galvis



[www.inec.gob.ec](http://www.inec.gob.ec) | [www.ecuadorencifras.com](http://www.ecuadorencifras.com)



# Potencia Operativa de los Negocios en función de la estructura de inversiones y financiación: caso ecuatoriano

## Business Operations Power as a function of the investment and financing structure: the Ecuadorian case

Andrés Galvis<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Departamento de Matemáticas, Universidad de las Américas, Quito, Ecuador

<sup>†</sup>a.galvis@udlanet.ec

Recibido: 12 de septiembre de 2011

Aceptado: 23 de noviembre de 2011

### Resumen

En los últimos años se ha creado la necesidad de construir indicadores que midan la liquidez, rentabilidad y endeudamiento de las compañías ecuatorianas, con el objetivo de tener un marco de referencia respecto a la toma de decisiones de inversión y financiamiento. La presente investigación pretende modelar la estructura operativa de las compañías, mediante la aplicación de un modelo de respuesta múltiple, ordenado bajo funciones no lineales y, con un enfoque de variable latente que cuantifique un macroinductor de valor llamado BOP, midiendo así, la potencia de generación de caja operativa para atender el pago de impuestos, apoyar las inversiones, cubrir el servicio a la deuda y repartir dividendos.

**Palabras clave:** Valoración, Flujo de Caja Libre, EBITDA, Microeconometría, Modelos de Respuesta Múltiple Ordenado.

### Abstract

In the last year has appeared a need of developing indicators that can measure liquidity, profitability and indebtedness of Ecuadorian companies which could serve as references for investing and financing decisions. This research analyzes the operational structure of companies by applying a multiple response model ordered by nonlinear functions and a latent variable approach to quantify a macroinductor value, called BOP, and in doing this we measure the operational cash power generation to afford taxes payments, investments, debt services and dividends.

**Keywords:** A: Valuation, Free Cash Flow, EBITDA, Microeconometrics, Ordered Models Multiple Choice.

**Código JEL:** C01, C25, C51, C52, C53, G31, G32.

## 1 El valor y la valoración de empresas

Sin profundizar en el eterno debate socialista y capitalista respecto al valor de los bienes, el valor económico de un bien es una medida que esta en función de su uso, de su capacidad de intercambio, del precio, de la esperanza del lucro y de su utilidad; es decir, que si una empresa es un bien, ésta valdrá por su capacidad de satisfacer necesidades ( $I$ ), por su capacidad de generar utilidad ( $R$ ) y por su capacidad de adaptación al mercado ( $A$ ),

$$V = f(I, R, A)$$

donde, el valor ( $V$ ) será una medida monetaria definida sobre los  $\mathbb{R}^+$ .

Sin embargo, aunque el valor es una medida real de la compañía, para el mercado de valores solo es un referente para configurar el precio que se obtiene entre el juego de la oferta y demanda.

Para lo anterior, Cochrane [1], propone la ecuación fundamental de valoración (*Basic Pricing Equation-BPE*) que se define como

$$V \approx P = E(mX),$$

donde el valor de la compañía  $V$  se aproxima a su precio  $P$  cuando el juego de oferta y demanda se presenta en un espacio y tiempo en el cual no es posible el arbitraje y la información es perfecta; entonces, el precio o el valor de un activo se define como el valor esperado del producto entre los beneficios futuros  $X$  y un factor de actualización para los diferentes periodos de inversión  $m$ .

## 2 Problema

Aunque la propuesta de valoración mediante BPE se presenta bajo el criterio de media-varianza, la estimación de los respectivos parámetros se torna difícil y a veces, debido a los supuestos tan rígidos, se cae en la superficialidad y discrecionalidad de esa estimación.

Sin embargo, el método de flujo de caja descontado ( $DCF$ ) como un caso particular de la  $BPE$ , es considerado el mejor estimador debido a su flexibilidad para incluir las variables exógenas que definen el valor.

Así el valor de una compañía  $V_0$  se define como el valor actual de los flujos futuros de caja libre  $FCF(t)$ , descontado a una tasa de riesgo  $\lambda$ , para un periodo de valoración  $t$ .

$$DCF = \int_0^T FCF(t) e^{-\lambda t} dt.$$

Dado que el flujo de caja libre es el conjunto de fondos generados por la empresa susceptibles de ser extraídos de la misma sin alterar su estructura de capital, se puede desagregarlo de tal manera que puede expresarse como una relación aditiva entre el componente operacional y no operacional del negocio [2], tal que:

$$FCF = Ebitda - Tax - \Delta NWC - \Delta Capx,$$

donde

- $Ebitda$ : Utl antes de intereses, impuestos, depreciaciones y amortizaciones.
- $Tax$ : Impuestos aplicados.
- $\Delta NWC$ : Variación en el capital de trabajo neto operativo,
- $\Delta Capx$ : Variación en activo fijo.

Por lo tanto, el valor de una compañía estará determinado por la dinámica de los componentes operacionales y no operacionales del negocio.

Ahora, si se relaciona la capacidad de generación de flujo de caja libre con los ingresos operacionales de las empresas, se obtiene una medida que representa los centavos que por cada dólar de ingreso se convierte en caja libre para la compañía que se define como *Potencia de Valor (BVP)*,

$$\left( \frac{FCF}{I} \right) = \left( \frac{Ebitda}{I} \right) - \left( \frac{(Tax + \Delta NWC + \Delta Capx)}{I} \right)$$

<sup>1</sup>También se le conoce con el nombre de Margen Ebitda o Margen de Caja.

$$BVP = BOP - \text{Comp. Fiscal e Inversión}$$

donde, la potencia operativa del negocio<sup>1</sup>  $BOP$ , representa los centavos que por cada dólar de ingreso se convierte en caja con el propósito de atender el pago de impuestos, apoyar las inversiones, cubrir el servicio a la deuda y repartir utilidades [3]. Es considerada un medida macroinductora de valor para las compañías ya que en ella recae toda la responsabilidad de la operación y tiene una relación directa con la potencia de valor  $BVP$ .

La virtud de  $BOP$ , consiste en la posibilidad de comparar las compañías según su estructura operativa, independiente del sector, de los bienes y servicios que produzcan o comercialicen y de su tamaño. Por otra parte, la estructura organizacional de la compañía, la cartera de clientes, la movilidad laboral, la inversión y la financiación; deberían potenciar la capacidad de generación de valor corporativo mediante el apalancamiento de la estructura operacional.

Cabe destacar, que el  $BOP$  es un requisito necesario, mas no suficiente para la maximización del valor de la firma y, su rol es proporcionar un criterio o índice que permita la comparación entre ellas.

De igual manera, aunque no se contaba con la información de varios periodos de las empresas que permita realzar el proceso de valoración mediante  $DCF$ , no cabe la menor duda que la maximización del valor de la firma, tiene como responsable la estimación que se pueda realizar del  $BOP$  con respecto a las variables que se consideran relevantes en la investigación.

## 3 Modelo

Con base en las premisas anteriores, el  $BOP$  otorga la posibilidad de comparar empresas de todos los sectores, establecer parámetros de riesgo de mercado, evaluar las políticas internas, diagnosticar las empresas individualmente y por sector, etc. Por lo tanto, el objetivo de esta investigación consiste en la elaboración de un modelo que identifique la relación entre la carga impositiva, la inversión y la financiación con la potencia operativa del negocio en las empresas ecuatorianas y, cómo las políticas fiscales del gobierno y las políticas internas de las empresas o el sector influyen en la misma.

Si

$$Ebitda = I - Ct - Gt$$

donde

- $I$ : Ingreso o venta de bienes y servicios.
- $Ct$ : Costos de comercialización, fabricación y/o prestación de servicios, y
- $Gt$ : Gastos de administración y ventas (sin depreciación y amortización),

entonces,

$$BOP = \frac{I - Ct - Gt}{I} = 1 - \left( \frac{Ct + Gt}{I} \right).$$

Además, por definición se tiene que

$$BOP = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

es una función que depende de bloques de variables tales como inversión, financiación, carga impositiva, ubicación y posición estratégica.

Se puede especificar el modelo de manera general como

$$BOP_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_n X_{ni} + \epsilon_i$$

Por lo tanto, el rango de la función está definido sobre  $\mathcal{R}$ ; sin embargo, el hecho de que una empresa tenga un  $BOP \geq 0$  y  $BOP < 0$  implica que tiene potencia operativa positiva y tiene potencia negativa respectivamente; por lo cual, se procede a transformar la variable BOP, de tal manera que se cuente con dos atributos ordenados; además, las características de las preguntas realizadas en el censo obligan a utilizar metodologías no lineales de estimación, y en consecuencia, el estudio del BOP estará limitado a la asignación de una medida de probabilidad a la ocurrencia de dichos eventos o atributos.

Debido a la naturaleza de las observaciones y más por la variable BOP, para llevar a cabo dicho estudio, se hace uso de un modelo no lineal de elección discreta conocido como *Modelo de Respuesta Múltiple Ordenado* mediante un enfoque de la variable latente [4],

El modelo MRMO, relaciona la variable  $Y_i$  con las variables,  $X_{2i}, \dots, X_{ki}$  a través de la siguiente ecuación

$$Y_i^* = F(X_i \beta) + \mu_i = F(Z_i) + \mu_i,$$

donde,

- $Y_i^*$ : es una variable latente que cuantifica las diferentes categorías.
- $F(\cdot)$ : es una función no lineal de tipo probit, logit o de valor extremo.
- $X_i \beta$ : es una combinación lineal de las variables o características.
- $Z_i$ : índice del modelo.
- $\mu_i$ : es el término de perturbación estocástica.

El esquema de la variable real u observada  $Y_i$ , que mide las distintas categorías, se define mediante el siguiente patrón:

$$Y_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_i^* \leq c_1, \\ 1 & \text{si } c_1 \leq Y_i^* \leq c_2, \\ \vdots & \vdots \\ a & \text{si } c_{m-1} \leq Y_i^* \leq c_m. \end{cases}$$

La probabilidad de ocurrencia de cada categoría está definida mediante

$$\begin{aligned} \Pr(Y_i = 0 | X_i, \beta, c) &= F(c_1 - X_i \beta), \\ \Pr(Y_i = 1 | X_i, \beta, c) &= F(c_2 - X_i \beta) - F(c_1 - X_i \beta), \\ \Pr(Y_i = 2 | X_i, \beta, c) &= F(c_3 - X_i \beta) - F(c_2 - X_i \beta), \\ &\vdots \\ \Pr(Y_i = a | X_i, \beta, c) &= 1 - F(c_{m-1} - X_i \beta). \end{aligned}$$

Dependiendo de la función no lineal,  $F(X_i \beta)$  puede modelarse mediante

- Modelo Probit

$$\Phi(X_i \beta) = \int_{-\infty}^{X_i \beta} \phi(s) ds.$$

- Modelo Logit

$$\Lambda(X_i \beta) = \frac{e^{X_i \beta}}{1 + e^{X_i \beta}}.$$

- Modelo Valor Extremo Tipo I (Gompit)

$$\Omega(X_i \beta) = e^{-e^{-X_i \beta}}.$$

La estimación de los umbrales  $c_m$  y los coeficientes  $\beta$  se realiza mediante el método de Máxima Verosimilitud [5], cumpliendo con la restricción

$$c_1 < c_2 < \dots < c_m.$$

Si se dispone de una muestra de casos con tamaño  $n$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ , bajo el supuesto de independencia; entonces, la estimación parte de la siguiente relación

$$\Pr(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \prod_{i=1}^n \Pr(Y_i).$$

Ahora, como  $Y_i$  toma valores discretos, se obtiene la función de probabilidad conjunta

$$\Pr(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \prod_{i \in Y_i=0} \Pr(Y_i = 0) \prod_{i \in Y_i=1} \Pr(Y_i = 1) \dots \prod_{i \in Y_i=a} \Pr(Y_i = a),$$

y con ello la función de máxima verosimilitud con su respectivo logaritmo

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{i \in Y_i=0} \Pr(Y_i = 0) + \sum_{i \in Y_i=1} \Pr(Y_i = 1) + \dots \\ &+ \sum_{i \in Y_i=a} \Pr(Y_i = a). \end{aligned}$$

Luego, reemplazando cada término por las distintas especificaciones se obtiene el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo ordenado; es decir, *Modelo Logístico*

Ordenado, Modelo Probit Ordenado y Valor Extremo Ordenado. Debido a la no linealidad, es necesario el uso de algún algoritmo de optimización para estimar los parámetros (Quadratic Hill Climbing, Newton-Raphson o Berndt-Hall-Hall-Hauman).

Por lo anterior, los estimadores son consistentes, asintóticamente eficientes y normales, permitiendo realizar pruebas de hipótesis a través de una distribución normal. Algunas pruebas son:

- Razón de Verosimilitud (LR Statistic)
- t-Student (t-statistics)
- Criterio de información Akaike (Akaike info criterion)
- Criterio de información Schwarz ( Schwarz criterion)
- Criterio de información Hannan-Quinn (Hanna-Quinn Criter)
- Pseudo R<sup>2</sup> de McFadden (LR index)

- Test Davidson-McKinnon

- Test de Normalidad para las perturbaciones o errores

De igual manera, la interpretación del modelo se efectúa a través de los *efectos marginales*; mientras que la comparación de situaciones, se realiza por medio del cociente *odds*.

## 4 Aplicación del modelo en el estudio del BOP

### 4.1 Obtención de la información relevante

Para llevar a cabo la investigación, se utilizó la información del censo económico realizado en el 2010 [6], se seleccionó un extracto de variables relevantes para agruparlas en bloques de información financiera (ver Figura 1).

EBITDA		FINANCIACIÓN	
INGRESOS	Total de ingresos anuales percibidos por ventas o prestación	INTERES	Intereses anuales pagados
SSP6_4C1	Existencias al 01 de enero mercadería sin transformación	s6p3	Financiamiento para el establecimiento
GAST_COM	Gastos anuales en compras y mercadería	s6p3_1	Monto de financiamiento
SSP6_4C2	Existencias al 31 de diciembre mercadería sin transformación	s6p5	Establecimiento requiere financiamiento
SSP6_3C1	Existencias al 01 de enero materias primas y auxiliares	FINANC	Fuentes de financiamiento
GAST_MAT	Gastos anuales en materia prima	<b>INFORMACIÓN BÁSICA</b>	
SSP6_3C2	Existencias al 31 de diciembre materias primas y auxiliares	S1P2	Provincias
GAST_RAC	Gastos anuales en repuestos y accesorios	S2P7	Local propio o arrendado
GAST_EE	Gastos anuales en envases y embalajes	S2P8	Tipo de establecimiento
GAST_TER	Gastos anuales por servicios prestados por terceros y alquiler	S6P2	Forma del establecimiento matriz
SSP6_1C1	Existencias al 01 de enero productos en proceso	NAT_JUR	Naturaleza Jurídica
SSP6_1C2	Existencias al 31 de diciembre productos en proceso	M_C_S	Sectores
SSP6_2C1	Existencias al 01 de enero productos terminados	S6P12	Afiliación a un gremio
SSP6_2C2	Existencias al 31 de diciembre productos terminados	S5P1	Registros contables
GAST_REM	Gastos anuales en remuneraciones	S6P11	Uso de internet
EGRESOS	Otros egresos anuales corrientes	<b>INFORMACIÓN ESTRATEGICA</b>	
<b>ACTIVIDADES DE INVERSIÓN</b>		OTR_ING	Otros ingresos anuales
<b>Activos fijos</b>		ING_EXT	Ingresos extraordinarios anuales
SSP7_4C1	Valor de activos fijos existencias al 01 de enero	S4P7C1	Principal cliente a nivel local
SSP7_1C1	Compras de activos fijos existencias al 31 de diciembre	S4P7C2	Principal cliente a nivel provincial
SSP7_2C1	Construcción de activos fijos existencias al 31 de diciembre	S4P7C3	Principal cliente a nivel nacional
SSP7_3C1	Ventas y/o bajas existencias al 31 de diciembre	S4P7C4	Principal cliente a nivel exterior
SSP7_4C2	Valor de activos fijos existencias al 31 de diciembre	<b>CARGA IMPOSITIVA</b>	
<b>Intangibles</b>		TAX	Tasas, contribuciones y otros impuestos anuales
S6P6	Establecimiento realizo investigaciones de mercado	<b>AUXILIAR</b>	
S6P8	Gasto en manejo de desechos	TRA_ING	Estratos de ingresos percibidos por ventas
S6P8_1	Monto de gasto en manejo de desechos		
S6P9	Gasto en investigación y desarrollo		
S6P9_1	Monto de gasto en investigación y desarrollo		
S6P10	Gasto en capacitación y formación		
S6P10_1	Monto de gasto en capacitación y formación		
TRA_PER	Estratos de Personal Ocupado		

Figura 1. Variables del Censo Económico agrupadas por bloques de información financiera. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

Luego, realizando los respectivos cálculos entre las variables del censo, se obtienen las medidas financieras necesarias para el estudio de BOP. Estas son:

- EBITDA: Inductor de valor operativo.
- BOP: Potencia operativa del negocio.
- BOPy: Potencia operativa del negocio (discretizado).
- M.AF: Variación en el activo fijo.
- M.AFx: Variación en el activo fijo (discretizado)
- M.IT: Inversión en actividades ambientales, (I+D) y de recursos humanos.
- M.ITx: Inversión en actividades ambientales, (I+D) y de recursos humanos (discretizado).
- O.ING: Ingresos no operativos.

Inicialmente, la población de estudio estaba conformada por 511 130 unidades económicas, luego se seleccionó los casos que cumplieran con los requisitos necesarios para evaluar eficientemente el BOP, tales que:

- fueran personas naturales,
- fueran negocios únicos o matriz,
- fueran empresas no financieras, públicas o extranjeras,
- llevarán contabilidad, y
- que obtuvieron ingresos operativos en el 2009.

Esto permitió obtener una muestra de 13 544 empresas privadas no financieras, públicas o extranjeras a nivel nacional.

## 4.2 Un breve estudio univariante

A continuación, se presentan los resultados del estudio univariante de las variables de inversión, financiación e impuestos en las empresas ecuatorianas.

- Bloque de financiación (ver Figuras 2 y 3).
- Bloque de tasas, contribuciones y otros impuestos (ver Figura 4).
- Bloque de inversiones (ver Figuras 5 y 6).
- Bloque de operativo y no operativo (ver Figuras 7, 8 y 9).

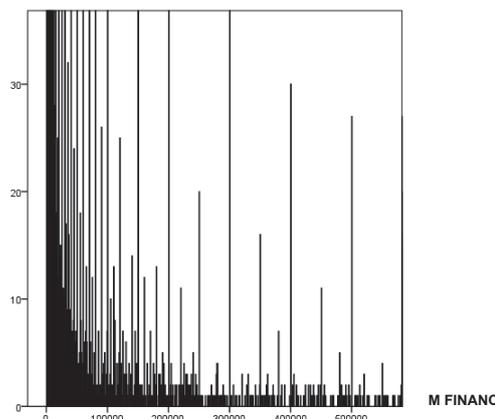


Figura 2. Monto financiado a las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

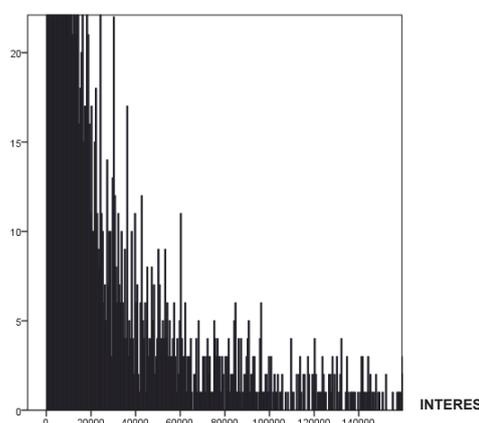


Figura 3. Intereses pagados por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

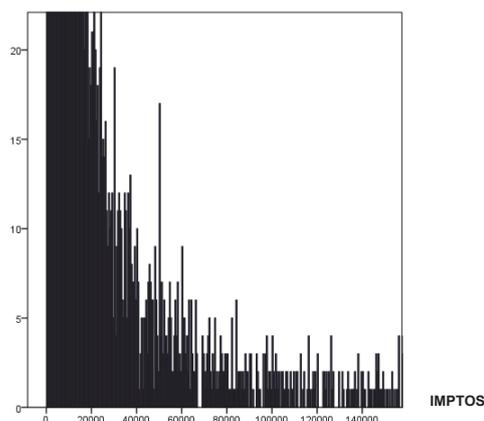
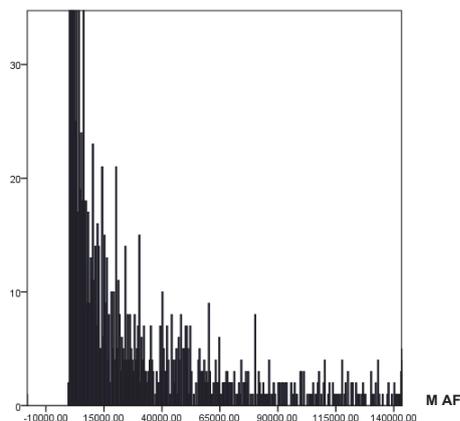
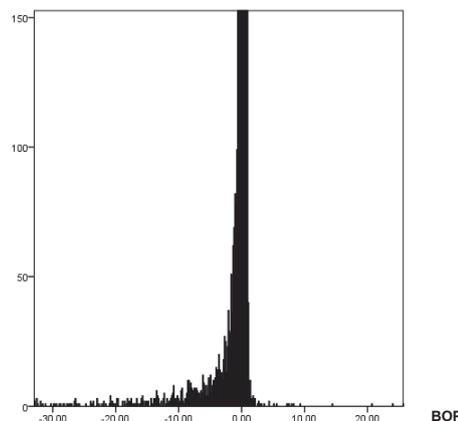


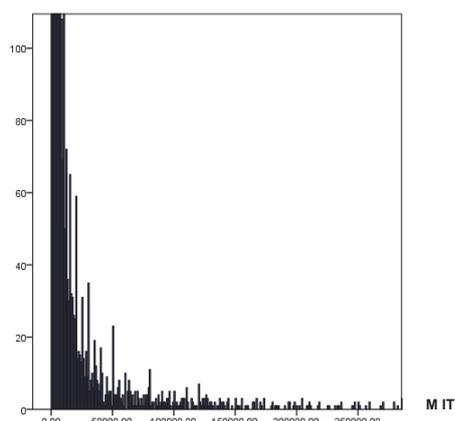
Figura 4. Impuestos pagados por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.



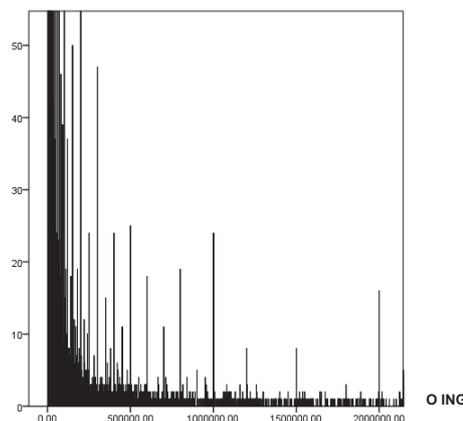
**Figura 5.** Variación en activo fijo por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.



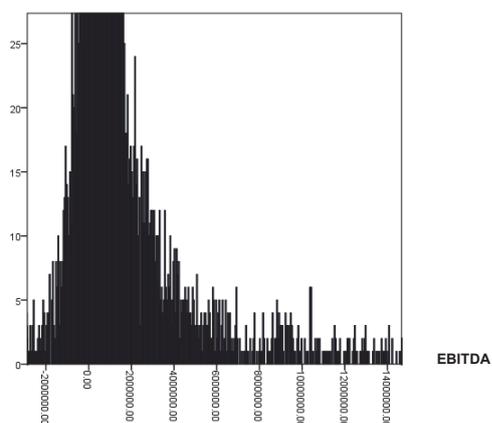
**Figura 8.** BOP generado por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.



**Figura 6.** Inversión en actividades ambientales, (I+D) y de recursos humanos por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.



**Figura 9.** Ingresos no operacionales de las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.



**Figura 7.** Ebitda generada por las empresas ecuatorianas. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

Es notable la gran dispersión que presentan los indicadores en el estudio de las empresas, sin tener en cuenta el sector y la provincia a la cual pertenecen.

### 4.3 Estimación del modelo

Para ello, se dispone de información sobre las variables que fueron obtenidas mediante el censo o mediante la transformación de bloques entre ellas:

- $BOPy$ : (Potencia operacional del negocio) Variable discreta exógena que representa los centavos que por cada dólar de ingreso se convierte en caja

$$BOPy_i = \begin{cases} 0 & \text{si } BOP_i \leq 0 \\ 1 & \text{si } BOP_i > 0 \end{cases}$$

- Las variables explicativas restantes se encuentran en la Figura 10; para facilitar el proceso, en E-Views, se realizó un cambio de variable con respecto a su codificación original en el censo.

ID. CENSO	ID. EVIDEOS	DESCRIPCIÓN
s1p2_01	E1	Provincia
m_c_s_114	E2	Sector
s6p12_64	E3	Afiliación a un gremio
s2p7_06	E4	Local propio o arrendado
s4p7c1_20	E5	Principal cliente Local
s4p7c2_21	E6	Principal cliente provincial
s4p7c3_22	E7	Principal cliente nacional
s4p7c4_23	E8	Principal cliente exterior
s6p11_63	E9	Uso internet
tra_per_110	E10	Personal ocupado
s6p3_40	F1	Obtuvo financiamiento
interes_102	F2	Intereses
s6p3_1_41	F3	Monto del financiamiento
s6p5_54	F4	Requiere financiamiento
financ_107	F5	Fuentes de financiamiento
s6p6_56	I1	Inv. en investigación de mercado
s6p8_57	I2	Inv. en manejo de desechos
s6p9_59	I3	Inv. en investigación y desarrollo
s6p10_61	I4	Inv. en capacitación y formación
M_AfX	I5	Realizó inversión en AF
M_ITx	I6	Realizó inversión en Ambiente, RRHH, I+D
O_ING	O	Ingresos no operativos
tax_103	T	Impuestos

Figura 10. Variables explicativas del modelo. Fuente: Elaboración propia.

Dado que se trata de analizar la potencia operativa de los negocios BOP, según las características estratégicas, impositivas, de inversión y financiación de las empresas en Ecuador, se ha especificado el siguiente modelo

$$Y_i^* = F(X_i\beta) + \mu_i,$$

de forma que

$$BOPy_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_i^* \leq c_1 \\ 1 & \text{si } c_1 < Y_i^* \end{cases}$$

Realizando la estimación para cada una de las especificaciones de  $F(X_i\beta)$ ; Probit, Logit y Valor Extremo y, analizando la significancia conjunta de las variables explicativas en cada uno de los modelos mediante la Razón de Verosimilitud, se obtuvo que los tres son adecuados (ver figuras 11, 12 y 13).

El estadístico Razón de Verosimilitud se define como,

$$LR = -2 \ln(\lambda) = -2 (\ln L_{CR} - \ln L_{SR}) \sim \chi^2(k),$$

donde  $k$  es el número de regresores y contrasta la siguiente prueba de hipótesis,

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{al menos uno no es } 0,$$

cuya región de no rechazo se encuentra definida por

$$\Pr(LR < \chi^2(k)) = 1 - \alpha.$$

Por lo tanto, con un nivel de  $\alpha = 0,05$  se rechaza  $H_0$ . Es decir, que los tres modelos son adecuados. No obstante, se

puede llegar a la misma conclusión utilizando el LR-stat que es el valor  $p$  de la prueba.

Dependent Variable: BOPY				
Method: ML - Ordered Probit (Quadratic hill climbing)				
Date: 09/11/11 Time: 21:12				
Sample: 1 13544				
Included observations: 13544				
Number of ordered indicator values: 2				
Convergence achieved after 12 iterations				
Covariance matrix computed using second derivatives				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
E1	0.002820	0.002265	1.244590	0.2133
E2	-0.103487	0.018496	-5.595092	0.0000
E3	-0.250502	0.028835	-8.687466	0.0000
E4	0.338569	0.025901	13.07142	0.0000
E5	-0.003353	0.005905	-0.567744	0.5702
E6	0.011036	0.005142	2.146244	0.0319
E7	-0.001815	0.005296	-0.342674	0.7318
E8	-0.001892	0.009244	-0.204675	0.8378
E9	-0.531985	0.031847	-16.70426	0.0000
E10	-0.036079	0.013564	-2.659838	0.0078
F1	-0.119934	0.060556	-1.980535	0.0476
F2	1.64E-07	1.06E-07	1.543637	0.1227
F3	-1.43E-08	4.25E-09	-3.367931	0.0008
F4	-0.058451	0.027364	-2.136074	0.0327
F5	-0.060139	0.020750	-2.898348	0.0038
I1	0.081516	0.044478	1.832751	0.0668
I2	0.010019	0.059365	0.168770	0.8660
I3	0.039002	0.060871	0.640740	0.5217
I4	0.049668	0.079497	0.624783	0.5321
I5	0.001076	0.043005	0.025013	0.9800
I6	0.053594	0.083383	0.642744	0.5204
O	3.76E-10	1.94E-09	0.193756	0.8464
T	2.74E-07	1.13E-07	2.428968	0.0151

Limit Points				
LIMIT_1:C(24)	-1.558981	0.325011	-4.796707	0.0000
Akaike info criterion	0.983056	Schwarz criterion	0.996380	
Log likelihood	-6633.324	Hannan-Quinn criter.	0.987506	
Restr. log likelihood	-7209.527	Avg. log likelihood	-0.489761	
LR statistic (23 df)	1152.406	LR index (Pseudo-R2)	0.079922	
Probability(LR stat)	0.000000			

Figura 11. Modelo Probit Ordenado. Fuente: Elaboración propia.

Dependent Variable: BOPY				
Method: ML - Ordered Logit (Quadratic hill climbing)				
Date: 09/11/11 Time: 21:31				
Sample: 1 13544				
Included observations: 13544				
Number of ordered indicator values: 2				
Convergence achieved after 12 iterations				
Covariance matrix computed using second derivatives				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
E1	0.004515	0.003948	1.143517	0.2528
E2	-0.193063	0.032834	-5.880037	0.0000
E3	-0.452945	0.050367	-8.992918	0.0000
E4	0.623119	0.045349	13.74052	0.0000
E5	-0.007099	0.010407	-0.682118	0.4952
E6	0.020508	0.008948	2.291892	0.0219
E7	-0.002643	0.009372	-0.281998	0.7779
E8	-0.003078	0.016468	-0.186906	0.8517
E9	-0.896399	0.053447	-16.77179	0.0000
E10	-0.067119	0.023625	-2.841044	0.0045
F1	-0.240117	0.107248	-2.238907	0.0252
F2	3.23E-07	2.16E-07	1.492372	0.1356
F3	-2.79E-08	9.13E-09	-3.056500	0.0022
F4	-0.114722	0.048236	-2.378360	0.0174
F5	-0.112971	0.036090	-3.130274	0.0017
I1	0.140079	0.079383	1.764590	0.0776
I2	0.028631	0.106166	0.269678	0.7874
I3	0.085868	0.108849	0.788874	0.4302
I4	0.109754	0.143843	0.763015	0.4455
I5	0.013546	0.077359	0.175113	0.8610
I6	0.123909	0.150696	0.822243	0.4109
O	3.06E-10	3.10E-09	0.098726	0.9214
T	6.79E-07	2.91E-07	2.335291	0.0195

Limit Points				
LIMIT_1:C(24)	-2.615665	0.581992	-4.494335	0.0000
Akaike info criterion	0.980203	Schwarz criterion	0.993517	
Log likelihood	-6613.935	Hannan-Quinn criter.	0.984643	
Restr. log likelihood	-7209.527	Avg. log likelihood	-0.488330	
LR statistic (23 df)	1191.184	LR index (Pseudo-R2)	0.082612	
Probability(LR stat)	0.000000			

Figura 12. Modelo Logit Ordenado. Fuente: Elaboración propia.

Dependent Variable: BOPY				
Method: ML - Ordered Extreme Value (Quadratic hill climbing)				
Date: 09/11/11 Time: 21:34				
Sample: 1 13544				
Included observations: 13544				
Number of ordered indicator values: 2				
Convergence achieved after 13 iterations				
Covariance matrix computed using second derivatives				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
E1	0.002952	0.003374	0.874925	0.3816
E2	-0.180025	0.028312	-6.358614	0.0000
E3	-0.410288	0.043724	-9.383530	0.0000
E4	0.574543	0.039304	14.62034	0.0000
E5	-0.008258	0.009010	-0.916518	0.3594
E6	0.019092	0.007606	2.510088	0.0121
E7	-0.002202	0.008121	-0.271175	0.7863
E8	-0.001338	0.014435	-0.092694	0.9261
E9	-0.766153	0.044411	-17.25138	0.0000
E10	-0.061531	0.019881	-3.094989	0.0020
F1	-0.243829	0.092474	-2.636741	0.0084
F2	3.07E-07	2.07E-07	1.484197	0.1378
F3	-1.95E-08	5.14E-09	-3.792918	0.0001
F4	-0.123735	0.041329	-2.993881	0.0028
F5	-0.105781	0.030877	-3.425854	0.0006
I1	0.113278	0.069470	1.630610	0.1030
I2	0.045016	0.084136	0.488823	0.6250
I3	0.097241	0.096187	1.010958	0.3120
I4	0.130031	0.127760	1.017781	0.3088
I5	0.040418	0.067338	0.600232	0.5484
I6	0.154680	0.133502	1.158638	0.2466
O	2.21E-12	2.47E-09	0.000894	0.9993
T	7.36E-07	2.96E-07	2.484404	0.0130

Limit Points				
LIMIT_1:C(24)	-2.541426	0.510810	-4.975283	0.0000
Akaike info criterion	0.976199	Schwarz criterion	0.989513	
Log likelihood	-6586.820	Hannan-Quinn criter.	0.980639	
Restr. log likelihood	-7209.527	Avg. log likelihood	-0.486328	
LR statistic (23 df)	1245.413	LR index (Pseudo-R2)	0.086373	
Probability(LR stat)	0.000000			

Figura 13. Modelo de Valor Extremo Ordenado. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

En cuanto a la bondad de ajuste, se escoge el modelo que presente un mayor valor del logaritmo de la función de verosimilitud (*Log likelihood* o  $\mathcal{L}$ ) y, menor valor en los estadísticos *Schwarz* y *Hannan-Quinn* cuya definición se presenta a continuación:

$$Schwarz = \frac{k \ln(n)}{n} - \frac{2\mathcal{L}}{n}$$

y

$$Hannan - Quinn = \frac{2k \ln(\ln n)}{n} - \frac{2\mathcal{L}}{n},$$

donde

- $\mathcal{L}$ : es el Log likelihood
- $k$ : número de regresores, y
- $n$ : tamaño de muestra

Debido a que el *modelo de valor extremo ordenado* presenta mayor valor de  $\mathcal{L}$  y menor valor en los criterios *Schwarz* y *Hannan-Quinn*, se elige éste porque es el que mejor se ajusta.

Luego de haber obtenido el modelo *Valor Extremo Ordenado*, se debe realizar el contraste de significación de los coeficientes estimados, a través del estadístico *t de Student*. Se observa que

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

cuyo estadístico es

$$T_{obs} = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\beta_i}} \sim t_{\alpha}(n - k)$$

y la región de no rechazo es

$$\Pr \left( -t_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i}{S_{\beta_i}} < t_{\frac{\alpha}{2}} \right) = 1 - \alpha.$$

Realizando un proceso iterativo con todos los coeficientes, se obtiene el modelo definitivo (ver figuras 14 y 15).

Dependent Variable: BOPY				
Method: ML - Ordered Extreme Value (Quadratic hill climbing)				
Date: 09/11/11 Time: 23:52				
Sample: 1 13544				
Included observations: 13544				
Number of ordered indicator values: 2				
Convergence achieved after 12 iterations				
Covariance matrix computed using second derivatives				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
E2	-0.180773	0.028126	-6.427230	0.0000
E3	-0.412822	0.043176	-9.561333	0.0000
E4	0.574075	0.039177	14.65341	0.0000
E6	0.017937	0.007190	2.494702	0.0126
E9	-0.770954	0.042719	-18.04716	0.0000
E10	-0.057517	0.018963	-3.033142	0.0024
F1	-0.255305	0.092126	-2.771255	0.0056
F3	-1.47E-08	3.46E-09	-4.236574	0.0000
F4	-0.122109	0.041018	-2.976990	0.0029
F5	-0.107477	0.030830	-3.486133	0.0005
I1	0.117128	0.067193	1.743162	0.0813
T	8.57E-07	3.05E-07	2.804902	0.0050

Limit Points				
LIMIT_1:C(13)	-3.100234	0.246376	-12.58334	0.0000
Akaike info criterion	0.975113	Schwarz criterion	0.982325	
Log likelihood	-6590.466	Hannan-Quinn criter.	0.977518	
Restr. log likelihood	-7209.527	Avg. log likelihood	-0.486597	
LR statistic (12 df)	1238.121	LR index (Pseudo-R2)	0.085867	
Probability(LR stat)	0.000000			

Figura 14. Modelo de Valor Extremo definitivo para BOP. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

ID. CENSO	ID. EVIEWS	DESCRIPCIÓN
m_c_s_114	E2	Sector
s6p12_64	E3	Afiliación a un gremio
s2p7_06	E4	Local propio o arrendado
s4p7c2_21	E6	Principal cliente provincial
s6p11_63	E9	Uso internet
tra_per_110	E10	Personal ocupado
s6p3_40	F1	Obtuvo financiamiento
s6p3_1_41	F3	Monto del financiamiento
s6p5_54	F4	Requiere financiamiento
financ_107	F5	Fuentes de financiamiento
s6p6_56	I1	Inv. en investigación de mercado
tax_103	T	Impuestos

Figura 15. Variables significativas en el modelo. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

Finalmente, la variable dependiente estimada mide la probabilidad de que ocurra cada una de las categorías de *BOP*; es decir, que dada alguna característica empresarial entorno a las variables que son significativas, se calcula la

probabilidad de obtener una potencia positiva hacia la generación de valor.

El modelo OEV se define como

$$Y_i^* = \Omega(X_i\beta) + \mu_i.$$

Utilizando la función de valor extremo tipo I (Gompit).

$$Y_i^* = e^{-e^{-(X_i\beta)}} + u_i,$$

de forma que

$$BOPy_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_i^* \leq -3,1002336 \\ 1 & \text{si } -3,1002336 < Y_i^* \end{cases}$$

la probabilidad de ocurrencia de cada categoría, está definida mediante las siguientes funciones de distribución de valor extremo

$$\Pr(BOPy_i = 0 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = \Omega(-3,1002336 - X_i\hat{\beta})$$

y

$$\Pr(BOPy_i = 1 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 1 - \Omega(-3,1002336 - X_i\hat{\beta})$$

La representación gráfica de las probabilidades estimadas de ocurrencia de cada una de las categorías de BOP se pueden apreciar en la Figura 16.

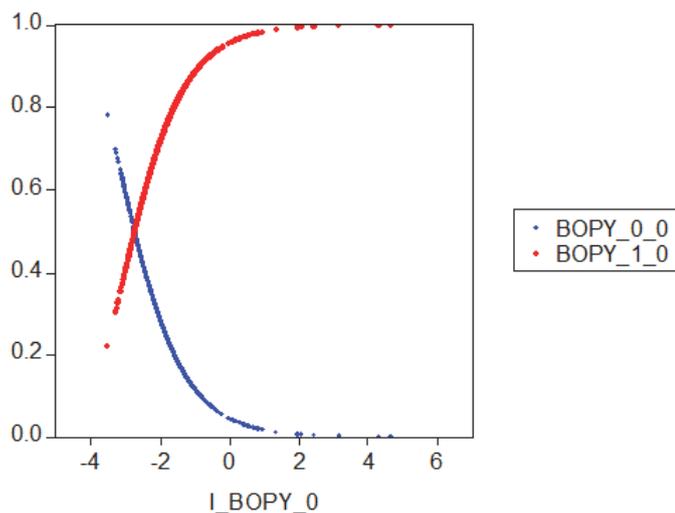


Figura 16. Gráfico de probabilidad de cada una de las categorías del BOP. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

El resultado más importante de esta investigación es la posibilidad de calcular la probabilidad de que una empresa, con determinadas características, presente una potencia operativa positiva, lo que implica una relación con las políticas fiscales, la inversión y la financiación. Sin embargo, es importante destacar el papel de los factores estratégicos dentro de la medida de estudio y el rango de  $\Pr(BOPy_i = 1)$ .

La necesidad de obtener los límites empíricos estimados de la función, obliga a realizar un estudio de simulación para los casos en los cuales se presenten las condiciones más extremas de las variables. Se realizó un proceso de simulación Monte Carlo y se obtuvo la dinámica del comportamiento de la probabilidad de potencia operativa positiva, los límites y el respectivo rango de la probabilidad estimada (ver figura 17).

$$0,3911 < \Pr(BOPy_i = 1) < 1.$$

Entonces, se espera que la probabilidad de que las empresas presenten un BOP positivo está entre 0,3911 y 1, con un nivel de confianza del 90 %, bajo la estructura de información obtenida en el censo económico.

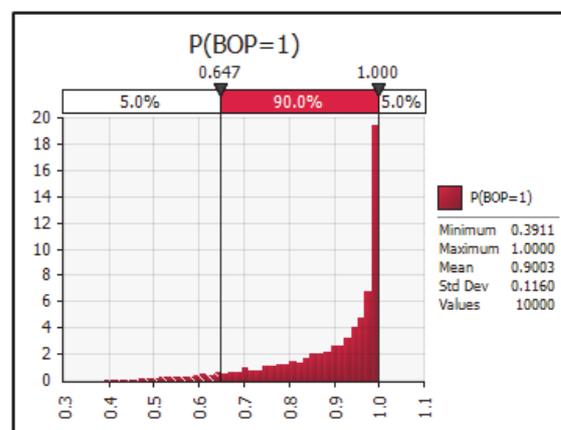


Figura 17. SMC de la probabilidad de que una empresa presente BOP positivo. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

## 5 Resultados e interpretación

El modelo estimado es

$$\hat{Y}_i^* = e^{-e^{-(X_i\hat{b})}} + u_i,$$

de forma que

$$BOPy_i = \begin{cases} 0 & \text{si } \hat{Y}_i^* \leq -3,1002336 \\ 1 & \text{si } -3,1002336 < \hat{Y}_i^* \end{cases}$$

donde los coeficientes  $b_i$  estimados son:

$$\begin{aligned} b_{E2} &= -0,180773 & b_{F1} &= -0,255305 \\ b_{E3} &= -0,412822 & b_{F3} &= -1,47E - 08 \\ b_{E4} &= 0,574075 & b_{F4} &= -0,122109 \\ b_{E6} &= 0,017937 & b_{F5} &= -0,107477 \\ b_{E9} &= -0,770954 & b_{I1} &= 0,117128 \\ b_{E10} &= -0,057517 & b_T &= 8,57E - 07. \end{aligned}$$

Si se supone que una empresa tiene las características que se indican en la Tabla 1, la probabilidad de que presente una potencia operativa positiva es del 0,995687, lo que

significa que hay una alta probabilidad que esta empresa logre atender el pago de impuestos, la inversión, el servicio a la deuda y el reparto de dividendos dadas las características anteriores.

Para las características empresariales antes mencionadas, se obtuvo un índice  $X_i\beta = Z_i = -1,4053301$ , reemplazando en las ecuaciones,

$$\Pr(BOPy_i = 0 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = \Omega(-3,1002336 - (-1,4053301)),$$

$$\Pr(BOPy_i = 1 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 1 - \Omega(-3,1002336 - (-1,4053301))$$

se obtiene,

$$\Pr(BOPy_i = 0 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = \Omega(-1,6949035)$$

y

$$\Pr(BOPy_i = 1 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 1 - \Omega(-1,6949035).$$

Variable	Descripción	Tipo	Valor
E2	Sector	Cualitativa	Manufactura (1)
E3	Afiliado a un gremio	Cualitativa	Si (1)
E4	Local propio o arrendado	Cualitativa	Propio (1)
E6	Principal cliente provincial	Cualitativa	Privado (2)
E9	Uso de internet	Cualitativa	Si (1)
E10	Personal ocupado	Cualitativa	1 a 9 pers (1)
F1	Obtuvo financiamiento	Cualitativa	Si (1)
F3	Monto del financiamiento	Continua	US\$10.000
F4	Requiere de financiamiento	Cualitativa	No (2)
F5	Fuente de financiamiento	Cualitativa	Privado (2)
I1	Inv. en investigación de mercados	Cualitativa	Si (1)
T	Impuestos	Continua	US\$ 5.000

**Tabla 1.** Recopilación de características empresariales para la elaboración del ejemplo. Fuente: Elaboración propia a partir del Censo Nacional Económico 2010.

Al reemplazar,

$$\Pr(BOPy_i = 0 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = e^{-e^{-(-1,6949035)}}$$

y

$$\Pr(BOPy_i = 1 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 1 - e^{-e^{-(-1,6949035)}}$$

llegamos a tener

$$\Pr(BOPy_i = 0 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 0,004313$$

y

$$\Pr(BOPy_i = 1 | X_i, \hat{\beta}, \hat{c}) = 0,995687.$$

La interpretación de los parámetros se efectúa a través de la derivada parcial o efecto marginal del regresor para la potencia operativa positiva,

$$\frac{\partial \Pr(BOPy = 0)}{\partial X_k} = -\omega(c_1 - X_i\beta) \beta_k$$

$$\frac{\partial \Pr(BOPy = 1)}{\partial X_k} = \omega(c_1 - X_i\beta) \beta_k,$$

donde  $\omega(\cdot)$  es la función de densidad de Gompit

$$\omega(X_i\beta) = e^{-X_i\beta} e^{-e^{-X_i\beta}}.$$

En este caso, el efecto marginal del monto de financiamiento para un BOP+ es

$$\frac{\partial \Pr(BOP+)}{\partial F_3} = e^{-(c_1 - X_i\beta)} e^{-e^{-(c_1 - X_i\beta)}} b_{F_3},$$

$$\frac{\partial \Pr(BOP+)}{\partial F_3} = e^{-(-1,6949035)} e^{-e^{-(-1,6949035)}} (-1,47 \times 10^{-8}),$$

$$\frac{\partial \Pr(BOP+)}{\partial F_3} = -3,4529 \times 10^{-10}.$$

Es importante tener presente que no causa un efecto proporcional en la probabilidad del BOP+. Solo se puede afirmar que su efecto en el indicador es mínimo y por lo tanto el monto de financiamiento por sí solo no lo impacta.

Por otra parte, si se realiza el estudio del impacto que tiene sobre el BOP+, el tener o no financiamiento  $F_1$ , se obtiene que

$$\Pr(BOPy_i = 1 | F_1 = 1, \hat{\beta}, \hat{c}) = 0,995687$$

$$\Pr(BOPy_i = 1 | F_1 = 2, \hat{\beta}, \hat{c}) = 0,985287$$

y los efectos marginales

$$\text{Efecto Marginal} = |\Pr(BOPy_i = 1 | F_1 = 1) - \Pr(BOPy_i = 1 | F_1 = 2)|$$

$$\text{Efecto Marginal} = 0,995687 - 0,985287 = 0,0104003,$$

Para las características de la empresa, tener o no financiamiento implica un cambio en 0,0104003 en la probabilidad del BOP+.

Además, se puede calcular el Odds y ratio Odds para comparar situaciones distintas entre las empresas.

$$\text{ratio Odds} = \frac{(1 - P_j) P_i}{(1 - P_i) P_j'}$$

donde Odds =  $\frac{P_i}{(1 - P_i)}$ , se define como el cociente que compara la potencia operativa positiva frente a la negativa.

Si se tiene otra empresa del mismo sector con las siguientes características:  $E_9 = 2$ ,  $F_1 = 2$  y  $F_3 = 0$  entonces

$$\begin{aligned} \text{Ratio Odds} &= \frac{(1 - P_j) P_i}{(1 - P_i) P_j} \\ &= \frac{(0,0805223) 0,985287}{(0,0147133) 0,919477663} \\ &= 5,864, \end{aligned}$$

por lo que la empresa que utiliza el internet y obtiene financiamiento es más ventajosa que la que no lo hace.

## 6 Conclusiones

Aunque se logró establecer un modelo que permite relacionar los bloques estratégicos, impositivos, de inversión y financiación en las empresas privadas no financieras, públicas y extranjeras, con la potencia operativa del negocio; se evidenció que algunas variables con fuerte contenido teórico en valoración, no inducen potencia en las compañías del país. Es el caso de la inversión en activos, en capacitación y control ambiental.

Por otra parte, se deduce que las empresas tienen un fuerte componente de gestión operativa, es decir, la generación de potencia operativa de las empresas estudiadas depende fuertemente de su estructura de ventas, costos y

gastos operativos. La financiación juega un papel determinante en el alcance de sus objetivos, como se pudo apreciar en el modelo.

La bondad del modelo no solo implica su capacidad de clasificar las compañías, sino de presentar una herramienta tanto para el INEC como para las empresas que permita estudiar el estado de la economía de forma agregada y a las empresas le sirva de indicador comparativo con el mercado, de tal manera que tomen las medidas para aumentar la potencia operativa del negocio.

Como cualquier otro modelo de clasificación, es indispensable para futuras estimaciones profundizar más en la información relevante y realizar muestreos periódicos de empresas para una especificación más precisa. Cabe destacar que el indicador permitirá construir los betas del Ecuador para la valoración de empresas en mercados emergentes, el cual se presentará en una próxima investigación.

## Referencias

- [1] Cochrane, John H. *Asset pricing*. Graduate school of business, University of Chicago. Chicago (2001).
- [2] Greenwood, Robin; Scharfstein, David. *Calculating free cash flows*. Harvard business school, Harvard University. Boston (2010).
- [3] García, Oscar L. *Valoración de empresas, gerencia del valor y EVA*. Digital Express Ltda. Medellín (2003).
- [4] Cabrer Borrás, Bernardí; Sancho Pérez, Amparo; Serrano Domingo, Guadalupe. *Microeconomía y decisión*. Ediciones Pirámide. Madrid (2001).
- [5] Greene, William H. *Econometric analysis, 6th ed.* Pearson. New Jersey, 2008.
- [6] Instituto Nacional de Estadística y Censos. *Censo Nacional Económico*. Quito, Ecuador (2010).

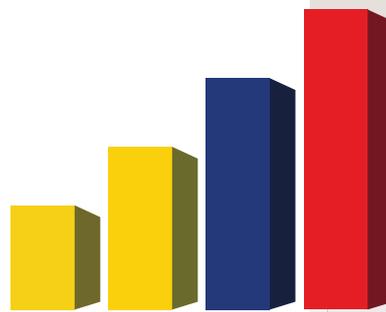


# Analítica

Evolución de la población inmigrante en Ecuador

Evolution of the immigrant population of Ecuador

Patricia Cortez y Paúl Medina



[www.inec.gob.ec](http://www.inec.gob.ec) | [www.ecuadorencifras.com](http://www.ecuadorencifras.com)



# Evolución de la población inmigrante en Ecuador

## Evolution of the immigrant population of Ecuador

Patricia Cortez<sup>†</sup> y Paúl Medina<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>*Dirección de Estudios Analíticos Estadísticos, Instituto Nacional de Estadística y Censos, Quito, Ecuador*

<sup>‡</sup>*Departamento de Ciencias Exactas, Escuela Politécnica del Ejército, Quito, Ecuador*

<sup>‡</sup>*Instituto Gregorio Millán, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España*

<sup>†</sup>patricia\_cortez@inec.gob.ec, <sup>‡</sup>plmedina@espe.edu.ec

**Recibido:** 30 de octubre de 2011

**Aceptado:** 2 de diciembre de 2011

### Resumen

En este trabajo se estima y predice por primera vez el stock y el flujo de inmigrantes que arribarán a Ecuador, en el periodo comprendido entre los años 2011 y 2016, divididos por nacionalidades y en su totalidad. Para esto se analiza, principalmente la influencia del PIB per cápita y la tasa de desempleo en la inmigración humana. Se lo hace a través de modelos de regresión lineal múltiple (mínimos cuadrados ordinarios) y de efectos fijos, utilizando para ello, los datos de entradas de extranjeros al Ecuador desde el año 2002 hasta el año 2010, el PIB per cápita y la tasa de desempleo de los países de origen y de Ecuador, desde el año 2002 hasta el año 2016. Los datos utilizados para el análisis han sido tomados del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) y del Fondo Monetario Internacional (FMI).

**Palabras clave:** stock, flujo, regresión lineal múltiple, efectos fijos.

### Abstract

This paper pioneers in estimating and forecasting the stock and flow of immigrants that could arrive in Ecuador in the period 2011 - 2016. We analyze the influence of the GDP per capita and the unemployment rate as factors for human migration. Multiple linear regression models (OLS) are made using information of foreigners entry into Ecuador in the period 2002 - 2010, the GDP per capita and the unemployment rate in the countries of origin and in Ecuador as well. The data are taken from the Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) and the International Monetary Fund (IMF).

**Keywords:** stock, flow, multiple linear regression, fixed effects.

**Código JEL:** C51, F22.

## 1 Introducción

La inmigración humana es un fenómeno demográfico que no posee la concepción que tienen otros procesos biológicos relativamente sencillos, al momento de su registro, tales como el nacimiento y la muerte. Su estudio es complejo, pues es una transición espacial, temporal y social que caracteriza el desarrollo económico, político y cultural de las sociedades; aún más, cuando se trata de un fenómeno mundial. Sin embargo, este fenómeno, lamentablemente, ha sido poco estudiado y hasta ignorado bajo la figuración

de que la población es cerrada. No obstante desempeña un papel determinante en el desarrollo económico del Ecuador, en especial cuando se ha incrementado en los últimos años.

Países como Alemania y España, que durante varios años han recibido población extranjera cuentan con estudios acerca de la predicción de flujos migratorios. Es así que en Alemania se efectuó un estudio realizado por el Consorcio de la Integración Europea y, se estimó que el cre-

cimiento anual de la población migrante, proveniente de diez países, es de alrededor de 220 000 personas por año, mientras que para España se pronostica un descenso notable en el ritmo de llegada de inmigrantes, especialmente los originarios de Alemania, Francia e Italia, de acuerdo a los resultados exhibidos en [2].

Se ha demostrado en [11] que a través de las migraciones pasadas se produjo un proceso de creación de redes sociales que originaron contactos, entre el país de origen y el país de destino, que se conciben como un elemento interpretativo clave del aumento de las posibilidades de posteriores migraciones entre los individuos dispuestos a migrar. Estas ataduras sociales se han transformado en un significativo recurso para las decisiones de migración entre países, puesto que sirven para reducir los riesgos e inseguridades al momento de migrar; además, hacen que la migración familiar sea más frecuente y viable.

En Ecuador, el fenómeno migratorio es más reciente y no se contaba con un modelo de este tipo. Tener conocimiento de cuántos desean venir, y de qué país provienen, es una herramienta importante a la hora de tomar decisiones adecuadas en cuanto a destinación de recursos y políticas de integración. Las inversiones públicas como por ejemplo, viviendas, carreteras, escuelas y hospitales, requieren de cierta anticipación en la información en cuanto a su extensión y localización. De aquí surge la importancia del estudio. Por lo tanto, apoyándose en resultados aprendidos de otros países como [1] y [2], el objetivo de este trabajo consiste en dar una aproximación de un modelo que estime la cantidad de inmigrantes que llegarán al Ecuador en los próximos años, haciendo uso de las características propias de nuestro país, pues la inmigración juega un papel significativo en nuestra economía y está cambiando a una enorme celeridad la sociedad ecuatoriana. Así, según los últimos datos proporcionados por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) [8], el stock de población extranjera en Ecuador en el año 2010 fue de alrededor de 45 000 personas, y el flujo fue cerca de un millón de personas.

El estudio tiene la siguiente estructura. En la sección 2 se expone un breve resumen de los conceptos y teorías que se utilizaron para formular y desarrollar el modelo. En la sección 3 se presentan los datos, la definición de variables y la explicación del modelo empírico. En la sección 4, se muestra la técnica para construir predicciones y los resultados más destacados. Finalmente, en la sección 5 se enumeran las conclusiones más relevantes y se proponen ciertas aplicaciones.

## 2 Marco Teórico

Dentro del desarrollo del estudio, se empieza por definir lo que se considerará como stock y flujo.

**DEFINICIÓN 1.** Se llama stock de inmigrantes, a la cantidad de

extranjeros que seleccionan a Ecuador como su lugar habitual de residencia. En un periodo de tiempo igual a un año.

**DEFINICIÓN 2.** Se llama flujo de inmigrantes, a la cantidad de extranjeros que arriban a Ecuador. En un periodo de tiempo igual a un año.

Existen varios métodos para realizar predicciones de stock y flujo de inmigrantes. Sin embargo, en [3] y [5] se distinguen dos de los procedimientos más utilizados. El primero, se basa en encuestas de opinión que reflejan la intención de migrar pero, presenta limitaciones, debido a que es difícil determinar si una persona que indica una tendencia a migrar, en un sondeo de opinión, tenga serias intenciones de moverse. El segundo, hace uso del análisis multivariante para episodios de migraciones pasadas, con el fin de extrapolar movimientos migratorios futuros. Un tercer procedimiento descrito en [6], hace uso de ciertos determinantes demográficos como tasa de natalidad, tasa de mortalidad y tasa de fecundidad, para calcular la predicción de inmigrantes a través de simulaciones. Los estudios mencionados consideran las condiciones macroeconómicas del país de destino y excluyen condiciones económicas del país de origen del migrante.

Este inconveniente se resuelve con un cuarto método de predicción de stock y flujo de inmigrantes, toda la teoría que encierra este tipo de modelo se encuentra detallada a profundidad en los trabajos de [1, 7, 9], que toma en cuenta características tanto del país receptor como del país emisor. Aunque los resultados de estos estudios difieren, el enfoque metodológico es muy similar. Implícita o explícitamente se asume que las diferencias del PIB per cápita son la fuerza principal que motiva la migración laboral.

Básicamente, este último método es el que se toma como base para el desarrollo del presente trabajo y se deriva de un análisis microeconómico de la decisión de emigrar. El modelo empírico subyacente puede ser formalizado como

$$m_{ijt} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y_{it} - \alpha_2 \ln Y_{jt} + \varepsilon_{ijt}, \quad (1)$$

donde  $m_{ijt}$  representa la inmigración, como porcentaje de envío de la población existente en la región  $j$  a la región  $i$  en el tiempo  $t$ ;  $Y_{it}$  el PIB per cápita en paridad del poder adquisitivo de la región de destino;  $Y_{jt}$  el PIB per cápita en paridad del poder adquisitivo de la región de origen;  $\alpha_0$  el término constante;  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  los parámetros correspondientes a cada variable y  $\varepsilon_{ijt}$  el error asociado al modelo que recoge los factores de la realidad no controlables y que por tanto se asocian con el azar, es el que otorga al modelo su carácter estocástico. Finalmente, cabe resaltar los supuestos asociados al modelo: La relación entre las variables es lineal; los errores en la medición de las variables son independientes entre sí, tienen varianza constante, y esperanza matemática nula.

El modelo mostrado en la ecuación (1) se basa en supuestos relativamente limitados. La relajación de éstos ha proporcionado una serie de extensiones en la teoría de la

migración. Desde una perspectiva macroeconómica, que trata de explicar las diferencias en las decisiones de la migración entre los individuos, se introduce las diferencias de la tasa de desempleo como un motivo para la migración [7]. Además, el acceso a los servicios sociales, los costos de los bienes no transables y la calidad de la infraestructura, pues éstos son determinantes potencialmente importantes en la migración, que a su vez se relaciona con una amplia variedad de costos sociales, psicológicos y políticos.

Un nuevo modelo que incluye una lista mucho más extensa de variables que explican la migración de forma más adecuada, en relación a lo que se propuso en la ecuación (1), es el siguiente

$$m_{ijt} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y_{it} - \alpha_2 \ln Y_{jt} + \alpha_3(1 - U_{jt}) + \alpha_4(1 - U_{it}) + \gamma_1 Z_{it} + \gamma_2 Z_{jt} + \varepsilon_{ijt}, \quad (2)$$

donde  $m_{ijt}$ ,  $Y_{it}$  y  $Y_{jt}$  tienen la misma descripción que en la ecuación (1),  $U_{it}$  y  $U_{jt}$  son las tasas de desempleo en el país receptor y en el país emisor, respectivamente; los vectores  $Z_{it}$  y  $Z_{jt}$  encierran variables que contienen características macroeconómicas y microeconómicas, tanto del país receptor como del emisor;  $\alpha_0$  es el término constante;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  y  $\alpha_4$  son los parámetros asociados a las variables;  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son los parámetros asociados a los vectores. El error  $\varepsilon_{ijt}$  y los supuestos asociados al modelo tienen igual esquema que el presentado en la ecuación (1).

Una explicación más detallada de las variables contenidas en  $Z_{it}$  y  $Z_{jt}$  se puede encontrar en [1] y un compendio de ellas se resume en la Tabla 1.

En el modelo representado por la ecuación (2), obviamente, se incluyen más variables. Sin embargo, los factores determinantes de la migración internados en  $Z_{it}$  y  $Z_{jt}$ , no cambian radicalmente con el tiempo. Por lo tanto, pueden ser modelados como constantes invariables en el tiempo para cada país. Esto significa que los términos  $Z_{it}$  y  $Z_{jt}$  pueden ser expresados como el sumatorio de un determinado número de efectos fijos, que no cambian en el tiempo;  $D_i$  para el país de destino, y  $D_j$  para el país de origen. De tal forma que:

$$\gamma_1 Z_{it} = \sum_{i=1}^I \lambda_i D_i, \quad (3)$$

y

$$\gamma_2 Z_{jt} = \sum_{j=1}^J \lambda_j D_j. \quad (4)$$

La representación de los vectores  $Z_{it}$  y  $Z_{jt}$ , con lo indicado en las ecuaciones (3) y (4), conduce a un nuevo modelo empírico

$$m_{ijt} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y_{it} - \alpha_2 \ln Y_{jt} + \alpha_3(1 - U_{jt}) + \alpha_4(1 - U_{it}) + \sum_{i=1}^I \lambda_i D_i + \sum_{j=1}^J \lambda_j D_j + \varepsilon_{ijt}. \quad (5)$$

Este último modelo es el que se utiliza para predecir el stock y flujo de inmigrantes en Ecuador, el cual se deriva de un modelo empírico, es decir, se formula la relación matemática entre una serie de variables a partir de las observaciones disponibles de las mismas y; por tanto, no se reproduce la naturaleza física del proceso. Las variables que se pueden considerar son del tipo macroeconómico, gubernamental y cultural. Las primeras consideran la tasa de desempleo y el PIB de los países de destino y de origen; para las segundas se puede incluir la gestión de bienes y la administración del estado; y para las terceras, el idioma y las costumbres de cada país.

Determinantes macroeconómicos.	Variables operativas (medidas).
Diferencias de los ingresos reales.	Diferencias salariales en paridad del poder adquisitivo, diferencias del PIB per cápita en paridad del poder adquisitivo.
Posibilidades de empleo.	Tasa de desempleo, contrataciones, vacantes, crecimiento demográfico.
Locales, organizaciones no transables (diferencias en los niveles de vida)	Índice de vida, porcentaje de propietarios de vivienda, grado de urbanización, gastos de educación pública, nivel de transferencias sociales.
Determinantes microeconómicos.	Variables operativas (medidas).
Edad	Estructura por edades.
Cualificación (preparación necesaria para el desempeño de actividades de tipo profesional).	Estructura por cualificación.
Estructura del hogar.	Tamaño medio del hogar.
Aversión al riesgo (actitud de rechazo que experimenta un inversor ante la posibilidad de sufrir pérdidas en el valor de sus activos).	Coefficiente de correlación de las variaciones de los ingresos.
Costo directo de la migración.	Distancia en kilómetros entre los países.
Información y costo de la búsqueda.	Número de inmigrantes residentes en el país receptor (efecto red), tasas anteriores de inmigración.
Otros determinantes de costos sociales, psicológicos y políticos.	Índice de estabilidad política y social, índice de aceptación de inmigrantes en el país de destino.

**Tabla 1.** Variables determinantes de la migración que pueden considerarse para formular el modelo expuesto en la ecuación (2). Las variables se escogen de acuerdo a las características de cada país. Fuente: elaboración propia a partir de la Tabla 4.1 mostrada en [1].

Finalmente, es claro que si se dispone de un conjunto de datos que proporcione los flujos migratorios entre una serie

de regiones durante varios periodos de tiempo, la ecuación (5) se puede estimar mediante las técnicas econométricas estándar como, por ejemplo, mínimos cuadrados o efectos fijos.

### 3 Datos y Modelación

El presente trabajo se apoya en los modelos exhibidos en la sección anterior, primordialmente en el descrito por la ecuación (5). No obstante, la particularidad de este estudio radica en ser el primero que aplica esta metodología para la inmigración en Ecuador, teniendo como principal objetivo construir predicciones para las diferentes nacionalidades presentes en el área ecuatoriana. Sin embargo, es preciso señalar que la exploración se basa en supuestos que en ocasiones se separan del ambiente observado, debido a la falta de datos más precisos. También conviene subrayar que el único país considerado como destino es Ecuador, al contrario de lo expuesto en trabajos anteriores [3], donde se estima un panel de 15 países de destino y 20 países de origen. El modelo únicamente procura revelar un posible patrón de los movimientos de la población inmigrante, sin dejar a un lado los supuestos realizados sobre las variables macroeconómicas y la incertidumbre ligada a los modelos econométricos de predicción.

Ecuador recibe población inmigrante de alrededor de 60 países, pero para la obtención de este estudio se ha preferido los países que más contribuyen con inmigrantes a Ecuador, puesto que representan cerca del 90 % de la inmigración total en el país. En la Tabla 2 se resume los países considerados para el análisis<sup>1</sup>.

Las Figuras 1 y 2 muestran el progreso de la población inmigrante total y de la muestra considerada, según el stock y el flujo desde el año 2002, respectivamente.

Puesto que no existe un convenio sobre la definición de tasa de inmigración, el análisis se efectuará analizando el stock de inmigrantes y el flujo de inmigrantes. Para lo cual, se define la Tasa de Inmigración según el Stock de inmigrantes (TIS) como el cociente entre el stock de inmigrantes en un año y la población en el país de origen. La TIS permite estar al tanto de manera precisa acerca del número de inmigrantes que cada año se radican en el país.

$$TIS_j = \frac{\text{stock de inmigrantes}_j}{\text{población}_j * 1000}, \quad (6)$$

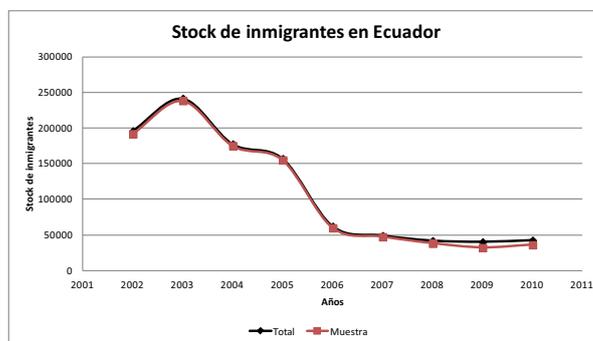
y la Tasa de Inmigración según los Flujos de entrada (TIF) como el cociente entre los flujos de inmigrantes que llegan en un determinado año y la población del país de origen. La TIF sólo muestra el número de inmigrantes que llegan a Ecuador.

$$TIF_j = \frac{\text{flujo de inmigrantes}_j}{\text{población}_j * 1000}. \quad (7)$$

<sup>1</sup>No se ha incluido a Cuba por falta de información macroeconómica.

Países más significativos	Según el stock	Según el flujo
Alemania	0,32 %	2,20 %
Argentina	0,22 %	1,98 %
Brasil	0,16 %	1,23 %
Canadá	0,22 %	1,90 %
Chile	0,34 %	2,16 %
China	1,16 %	0,58 %
Colombia	40,32 %	19,53 %
España	1,57 %	3,94 %
Estados Unidos	2,63 %	21,55 %
Francia	0,20 %	1,66 %
Gran Bretaña	0,29 %	2,33 %
Holanda	0,16 %	1,00 %
Italia	0,17 %	1,29 %
México	0,14 %	1,19 %
Perú	49,58 %	15,91 %
Venezuela	0,55 %	2,10 %
<b>Total</b>	<b>98,03 %</b>	<b>80,55 %</b>

**Tabla 2.** Países que aportan con mayor población migrante en el Ecuador. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2010. Fuente: elaboración propia a partir de los datos de entradas de extranjeros al Ecuador proporcionados por el INEC.

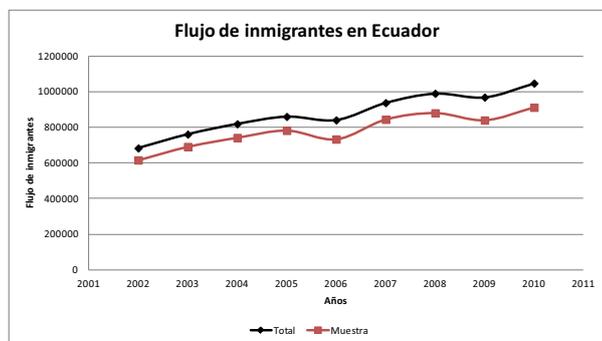


**Figura 1.** Evolución de la población extranjera en Ecuador según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2010. El Total representa a todos los países que aportan con inmigrantes a Ecuador, y la Muestra representa a los países considerados en la Tabla 2. Fuente: elaboración propia a partir de los datos de entradas de extranjeros al Ecuador proporcionados por el INEC.

La TIS y la TIF se obtienen mediante los datos anuales proporcionados por el INEC.

El análisis se basa en las diferencias macroeconómicas entre Ecuador y otros países; por tanto, se adoptan las diferencias en el PIB y la tasa de desempleo como las primordiales variables interpretativas. Los datos se han obtenido del World Economic Outlook (WEO) de abril de 2011 [13], organismo dependiente del Fondo Monetario Internacional (FMI), que posee estimaciones hasta el 2016. La población de los países que intervienen en la muestra también ha

sido obtenida del FMI y, servirá para elaborar las predicciones de stock y flujo de inmigrantes, una vez obtenidas las estimaciones de la TIS y la TIF.



**Figura 2.** Evolución de la población extranjera en Ecuador según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2010. El *Total* representa a todos los países que aportan con inmigrantes a Ecuador, y la *Muestra* representa a los países descritos en la Tabla 2. Fuente: elaboración propia a partir de los datos de entradas de extranjeros al Ecuador proporcionados por el INEC.

Como se ha señalado en [1], las condiciones macroeconómicas son un importante determinante de la inmigración, pero no el único. Existen características que pueden hacer la diferencia en la elección entre dos países de destino como; por ejemplo, la infraestructura, la educación y la salud. Es así que se debilita la suposición de que la migración es determinada exclusivamente por las diferencias en los ingresos laborales. Este hecho refuerza las motivaciones del por qué se adopta el modelo que involucra éstas características.

En vista del marco teórico exhibido inicialmente y haciendo uso de los resultados presentados en [2] se resuelve estimar el siguiente modelo empírico

$$m_{ijt} = \beta_0 + \beta_1(\ln Y_{it} - \ln Y_{jt}) + \beta_2(U_{it} - U_{jt}) + \beta_3 m_{ij(t-1)} + \sum_{k=4}^6 \beta_k D_{k-3} + \varepsilon_{ijt} \quad (8)$$

donde  $m_{ijt}$ ,  $Y_{it}$ ,  $Y_{jt}$ ,  $U_{it}$  y  $U_{jt}$  tienen la misma descripción que en la ecuación (2),  $i$  es el país de destino de la inmigración (Ecuador, en este caso),  $j$  es el país de origen de los inmigrantes,  $t$  es el tiempo (en años),  $D_k$  es un extracto de variables ficticias de tiempo (en años) que encierran características del país emisor. Además, por comodidad, a la hora de estimar los parámetros del modelo se hacen las siguientes sustituciones:

$$\beta_0 = \alpha_0 \quad (9)$$

$$\beta_1 = \frac{\alpha_1 Y_{it} - \alpha_2 Y_{jt}}{Y_{it} - Y_{jt}} \quad (10)$$

$$\beta_2 = \frac{\alpha_3(1 - U_{jt}) - \alpha_4(1 - U_{it})}{U_{it} - U_{jt}} \quad (11)$$

$$\beta_k = \lambda_k, \quad k = 3, \dots, 6 \leq I \quad (12)$$

$\beta_0$  es el término constante,  $\beta_k, k = 1, \dots, 6$  son los parámetros asociados a las variables. El error  $\varepsilon_{ijt}$  y los supuestos asociados al modelo tienen igual esquema que el presentado en la ecuación (1).

No se incluyen variables ficticias de Ecuador, pues es el único considerado como receptor en el modelo. La variable dependiente  $m_{ijt}$  mide el número de inmigrantes en Ecuador, utilizando la TIS y la TIF como tasas de la población de origen. Las principales variables explicativas son las macroeconómicas propuestas por el modelo teórico presentado en la sección anterior y descritas precedentemente en la Tabla 1.

En resumen, se incluye la diferencia del logaritmo del PIB real per cápita de la paridad de poder adquisitivo (PPA) y la diferencia de la tasa de desempleo entre el país de destino (Ecuador) y los países de origen (los considerados en la muestra). También se incluye un rezago en la variable dependiente  $m_{ij(t-1)}$ , para captar el efecto ocasionado por las tasas de inmigración anteriores, es decir, el efecto de red social, señalado en [11]. También se incluyen tres variables ficticias que ayudan a inspeccionar algunas de las particularidades de la inmigración en Ecuador. En primer lugar, se considera la variable *Idioma español*, puesto que influye en la elección del inmigrante en la adaptación al país de destino; toma el valor de 1 para los países cuyo idioma es el español y el valor de 0 en el caso contrario. En segundo lugar, se toma en cuenta la variable *País fronterizo*, debido al gran aporte de inmigrantes fronterizos en el Ecuador. Según los datos proporcionados por el INEC el stock de inmigrantes provenientes de Colombia y Perú es de alrededor del 90 % y el flujo de inmigrantes asciende a cerca del 40 %, estos países tendrán el valor de 1 y el resto de la muestra el valor de 0. Finalmente, se incluye la variable *País productor de droga*, pues se considera que los conflictos internos ocasionados por el tráfico de drogas propician la inmigración así, los países que se encuentran dentro de la lista de grandes productores de droga tienen el valor de 1 y 0 de otra forma. En la Tabla 3 se abrevian éstas variables y, en la Tabla 4, se resumen los principales estadísticos descriptivos de las variables utilizadas.

## 4 Técnicas y Resultados

Uno de los objetivos de este estudio es proporcionar predicciones hasta el año 2016 del stock y flujo de inmigrantes en Ecuador. Es así que el análisis empírico consta de tres partes: la primera consiste en estimar el modelo presentado en la sección anterior y descrito por la ecuación (8), para determinar los efectos de las variables macroeconómicas y de las variables ficticias. En la segunda etapa se determina el valor del *error medio cuadrático* (RECM) para las dos técnicas econométricas utilizadas, mínimos cuadrados y efectos fijos. Se distingue la más apropiada y estudiando la capacidad de pronóstico del modelo estimado y, en la tercera etapa, con los coeficientes estimados obtenidos, se construyen las predicciones de la TIS y de la TIF.

Variable	Valor
Idioma español	1 para países que tienen como idioma oficial el español.
	0 para países que tienen un idioma oficial distinto al español.
País fronterizo	1 para países que limitan con Ecuador.
	0 para países que no limitan con Ecuador.
País productor de droga	1 para países considerados como productores de droga.
	0 para países que no son productores de droga.

**Tabla 3.** Variables ficticias consideradas en el modelo y valor que adopta cada una. Fuente: elaboración propia a partir de los indicios dados por el Marco Teórico.

Variable	Registros	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
TIS	128	0,1832618	0,7093496	-0,0064636	4,756641
TIF	128	1,049265	1,591056	0,0023594	7,137554
Diferencia en PIB	128	-0,9714341	0,6875827	-1,963868	0,5136265
Diferencia en tasa de desempleo	128	1,071109	3,386308	-12,49	7,112
Idioma español	128	0,4375	0,4980276	0	1
País fronterizo	128	0,125	0,3320184	0	1
País productor de droga	128	0,1875	0,391846	0	1

**Tabla 4.** Descripción estadística de las variables. *Registros* hace referencia al conjunto de datos con información macroeconómica, en el periodo de tiempo de un año, para los 16 países de la muestra. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

#### 4.1 Estimación del modelo

En la sección 3, en la ecuación (8), se describió el modelo de regresión lineal como una relación estadística entre una variable dependiente y seis variables explicativas. El problema de la regresión lineal consiste en elegir unos valores determinados para los parámetros desconocidos  $\beta_k$ ,  $k = 0, \dots, 6$ , de modo que la ecuación quede completamente especificada.

Existen diversos métodos para estimar los parámetros del modelo, se hará uso de las técnicas econométricas estándar, mínimos cuadrados ordinarios y efectos fijos.

##### 4.1.1 Mínimos cuadrados ordinarios

El método de mínimos cuadrados ordinarios es un método estadístico para obtener estimaciones de los parámetros desconocidos  $\beta_0, \dots, \beta_6$ , a partir de un conjunto de observaciones sobre las variables que intervienen en el modelo.

Si se supone que las estimaciones de los parámetros desconocidos  $\beta_0, \dots, \beta_6$  son  $\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_6$ , respectivamente, y se los reemplaza en la ecuación (8), se obtiene:

$$m_{ijt} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(\ln Y_{it} - \ln Y_{jt}) + \hat{\beta}_2(U_{it} - U_{jt}) + \hat{\beta}_3 m_{ij(t-1)} + \sum_{k=4}^6 \hat{\beta}_k D_{k-3} + \hat{\varepsilon}_{ijt}, \quad (13)$$

donde  $\hat{\varepsilon}_{ijt}$  es una estimación del error  $\varepsilon_{ijt}$ . El valor ajustado

$\hat{m}_{ijt}$  es la combinación lineal

$$\hat{m}_{ijt} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(\ln Y_{it} - \ln Y_{jt}) + \hat{\beta}_2(U_{it} - U_{jt}) + \hat{\beta}_3 m_{ij(t-1)} + \sum_{k=4}^6 \hat{\beta}_k D_{k-3}. \quad (14)$$

Así,

$$m_{ijt} = \hat{m}_{ijt} + \hat{\varepsilon}_{ijt}, \quad (15)$$

donde se puede interpretar al valor ajustado  $\hat{m}_{ijt}$  como la predicción de  $m_{ijt}$  dada por el modelo estimado y el residuo  $\hat{\varepsilon}_{ijt}$  como el error de predicción asociado. Es claro que distintas estimaciones de los parámetros conducirán a distintos residuos o valores ajustados, siendo preferibles aquellas estimaciones que proporcionan un mayor número de valores ajustados muy próximos a los valores observados. Esta es la idea que subyace al método de estimación de mínimos cuadrados ordinarios. Se empieza utilizando este método, pues permite utilizar variables que son invariantes en el tiempo; en este caso, las variables ficticias (ver Tabla 3). Adicionalmente, se verifican si los *betas* de la regresión son adecuados.

La *Prueba t de Student* es utilizada para medir la significancia estadística de los parámetros del modelo, es decir, los *betas*. El estadístico *t* que se calcula como cociente entre el estimador y su desviación estándar

$$t_k = \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma}_k}, \quad k = 0, \dots, 6; \quad (16)$$

permite contrastar la hipótesis de que el coeficiente es igual a cero

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_k &= 0 \\ H_a : \beta_k &\neq 0 \end{aligned} \quad (17)$$

y por lo tanto, la variable en cuestión no es individualmente significativa para explicar el comportamiento del mode-

lo, para lo cual se busca un intervalo de confianza con un nivel del 95 %, con un p-valor entre 0 y 0,05 para que los parámetros sean estadísticamente significativos.

Con los antecedentes descritos anteriormente, se presenta los resultados de las estimaciones obtenidas tanto para la TIS como para la TIF, que se encuentran detalladas en la Tabla 5 y en la Tabla 6, respectivamente.

Parámetro	Coficiente	Desviación estándar	t	p >  t	Intervalo de confianza al 95 %	
Diferencia en PIB	0,0032559	0,0532414	0,06	0,951	-0,1021494	0,1086612
Diferencia en tasa de desempleo	-0,0011231	0,0112596	-0,1	0,921	-0,0234144	0,0211682
Idioma español	0,0004337	0,0880256	0	0,996	-0,1738361	0,1747035
País fronterizo	0,0483643	0,1963079	0,25	0,806	-0,3402791	0,4370076
País productor de droga	0,0003058	0,1520968	0	0,998	-0,3008099	0,3014215
Retraso variable dependiente	0,7955087	0,056339	14,12	0	0,6839707	0,9070466
Constante	0,0070975	0,0841332	0,08	0,933	-0,1594662	0,1736613

**Tabla 5.** Resultados de las estimaciones de la TIS por MCO. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Parámetro	Coficiente	Desviación estándar	t	p >  t	Intervalo de confianza al 95 %	
Diferencia en PIB	-0,0762602	0,045216	-1,69	0,094	-0,1657771	0,0132567
Diferencia en tasa de desempleo	0,0103236	0,0092464	1,12	0,266	-0,0079822	0,0286294
Idioma español	0,2633009	0,0831029	3,17	0,002	0,0987768	0,4278249
País fronterizo	1,505149	0,3486515	4,32	0	0,8149017	2,195397
País productor de droga	-0,3143844	0,1342357	-2,34	0,021	-0,5801394	-0,0486293
Retraso variable dependiente	0,7230106	0,0617145	11,72	0	0,6008305	0,8451907
Constante	-0,0152486	0,0681572	-0,22	0,823	-0,1501837	0,1196866

**Tabla 6.** Resultados de las estimaciones de la TIF por MCO. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

A continuación, se analiza la significancia estadística de las variables que intervienen en el modelo, haciendo uso de la *Prueba t de Student*, que fue descrita anteriormente. Si el p-valor mostrado ( $p > |t|$ ) se encuentra entre 0 y 0,05 la variable tiene significancia estadística, caso contrario la variable no tiene significancia estadística.

Se empieza examinando la Tabla 5, para lo cual, se hace referencia a la quinta columna. De esto, se observa que los parámetros de las variables *Diferencia en PIB* y *Diferencia en tasa de desempleo*, obtenidos para la TIS, no son estadísticamente significativos, lo que indica que Ecuador no sólo recibe población inmigrante de países con estrato económico inferior, sino que también atrae a población de países desarrollados. Análogamente, los parámetros de las variables ficticias, tampoco tienen significancia estadística, lo que indica que estos factores no influyen en la decisión de elegir a Ecuador como país de residencia.

Del mismo modo, haciendo mención a la quinta columna de la Tabla 6, donde se muestran las estimaciones de los parámetros para la TIF se observa un resultado similar en cuanto a las variables *Diferencia en PIB* y *Diferencia en tasa de desempleo*. Por otro lado, las variables ficticias son estadísticamente significativas, al contrario de lo que sucede con la TIS, donde no lo son. Lo que indica que el idioma, la distancia entre países y los conflictos internos influyen en la decisión de migrar a Ecuador, más no en la decisión de quedarse en él.

Finalmente, el parámetro de la variable *Retraso variable dependiente*, es estadísticamente significativo para los dos casos, lo que confirma lo expuesto en [11], indicando que la influencia de *amigos y familiares* es un factor decisivo a la hora de migrar.

#### 4.1.2 Efectos Fijos

Las características de los datos, enunciados en los párrafos anteriores, hacen que los datos registrados constituyan medidas repetidas en el tiempo para cada país. Este tipo de datos en la literatura econométrica se conoce como datos de panel [10]. Un panel de datos es un conjunto de datos que combinan series temporales con unidades de sección cruzada o de corte transversal (países en nuestro caso), de forma que un estudio de los datos, considerando estas dos dimensiones por separado (tiempo y sección cruzada), deja cuestiones sin resolver. En [4] se enumeran algunas de las ventajas e inconvenientes del uso de los datos de panel.

La estimación por efectos fijos es un método para estimar parámetros de un conjunto de datos panel. Puesto que se cuenta con 16 países en la muestra, la estimación por efectos fijos equivale a 16 modelos de regresión. Al utilizar efectos fijos se introduce al modelo la varianza no explicada, en un modelo de regresión lineal clásico, debido a cada uno de los países. Adicionalmente permite a las variables ficticias correlacionarse, con las variables explicativas, a través del tiempo.

Para la estimación, se parte de la ecuación (8) y se toman los promedios por país. Lo que conlleva a la siguiente ecuación

$$\bar{m}_{ij} = \beta_0 + \beta_1(\ln \bar{Y}_i - \ln \bar{Y}_j) + \beta_2(\bar{U}_i - \bar{U}_j) + \beta_3 \hat{m}_{ij} + \sum_{k=4}^6 \beta_k D_{k-3} + \bar{\varepsilon}_{ij}. \quad (18)$$

Restando las ecuaciones (8) y (18),

$$(m_{ijt} - \bar{m}_{ij}) = \beta_1[(\ln Y_{it} - \ln Y_{jt}) - (\ln \bar{Y}_i - \ln \bar{Y}_j)] + \beta_2[(U_{it} - U_{jt}) - (\bar{U}_i - \bar{U}_j)] + \beta_3(m_{ij(t-1)} - \hat{m}_{ij}) + (\varepsilon_{ijt} - \bar{\varepsilon}_{ij}), \quad (19)$$

se obtiene el modelo denominado *within model* [12], que permite correlacionar las variables  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  con las variables explicativas, en cualquier periodo. El modelo descrito por la ecuación (19) se estima por el método de mínimos cuadrados ordinarios.

Los resultados de la estimación por efectos fijos (EF) se muestran en la Tabla 7 y en la Tabla 8 tanto para la TIS como para la TIF, respectivamente. Estas estimaciones no incluyen las variables ficticias, pues el método de efectos fijos las cancela debido a que no varían en el tiempo.

La estimación por efectos fijos muestra un resultado similar en cuanto a significancia estadística (ver descripción en 4.1.1) de los parámetros de las variables *Diferencia en PIB*, *Diferencia en tasa de desempleo* y *Retraso* de la variable dependiente, tanto para la TIS como para la TIF. Lo que confirma lo descrito en la estimación por mínimos cuadrados ordinarios.

## 4.2 Validación del modelo

Una vez obtenidas las estimaciones mediante las dos técnicas, mínimos cuadrados ordinarios y efectos fijos, se procede a analizar la capacidad predictiva de las mismas. Para la validación de las técnicas utilizadas en la estimación de los parámetros se ha optado por utilizar el error medio cuadrático, puesto que no sólo mide el ajuste total sino también la capacidad predictiva.

El error medio cuadrático se define como

$$\sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{h}}, \quad (20)$$

donde  $\hat{y}_t$  son los datos pronosticados,  $y_t$  son los datos observados y  $h$  es el número de observaciones.

Usando la ecuación (20), en la Tabla 9, se muestran los valores obtenidos para las dos técnicas utilizadas.

De aquí se concluye que la estimación por mínimos cuadrados es la más adecuada para predecir tanto la TIS como la TIF, puesto que su error mínimo cuadrático es de menor valor.

Parámetro	Coefficiente	Desviación estándar	$t$	$p >  t $	Intervalo de confianza al 95 %	
Diferencia en PIB	0,1259783	0,514814	0,24	0,807	-0,8943664	1,146323
Diferencia en tasa de desempleo	-0,0052906	0,0162092	-0,33	0,745	-0,0374167	0,0268355
Idioma español	.....	.....	...	...	.....	.....
País fronterizo	.....	.....	...	...	.....	.....
País productor de droga	.....	.....	...	...	.....	.....
Retraso variable dependiente	0,7578134	0,0644727	11,75	0	0,6300306	0,8855962
Constante	0,145327	0,4980044	0,29	0,771	-0,8417015	1,132356

**Tabla 7.** Resultados de las estimaciones de la TIS por EF. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Parámetro	Coefficiente	Desviación estándar	$t$	$p >  t $	Intervalo de confianza al 95 %	
Diferencia en tasa de desempleo	-0,0034769	0,0108976	-0,32	0,75	-0,0250755	0,0181218
Idioma español	.....	.....	...	...	.....	.....
País fronterizo	.....	.....	...	...	.....	.....
País productor de droga	.....	.....	...	...	.....	.....
Retraso variable dependiente	0,3390668	0,0777425	4,36	0	0,1849836	0,4931499
Constante	1,121799	0,3569817	3,14	0,002	0,4142724	1,829325

**Tabla 8.** Resultados de las estimaciones de la TIF por EF. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Técnica	Error medio cuadrático
MCO (TIS)	<b>0,435322</b>
EF (TIS)	0,435387
MCO (TIF)	<b>0,442918</b>
EF (TIF)	1,020338

**Tabla 9.** Error medio cuadrático de las técnicas utilizadas. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

### 4.3 Construcción de predicciones

En base al resultado mostrado en la sección precedente, las predicciones se basarán en los coeficientes obtenidos a partir de la técnica de mínimos cuadrados ordinarios. Sin embargo, a la hora de realizar predicciones hasta el año 2016, se necesita que las variables consideradas tengan estimaciones hasta ese mismo año. Esto explica la necesidad de obtener las predicciones del PIB real per cápita en PPA y la tasa de desempleo propuestas por el FMI, pues estas están estimadas hasta el año 2016, como se había señalado en la sección 3.

A continuación se detallan los resultados obtenidos para las predicciones de stock y de flujo para los países considerados en la muestra. En la Tabla 10 se presentan las tasas de crecimiento tanto para el flujo como para el stock de los diferentes países divididas en dos periodos. El primero va desde el año 2002 hasta el año 2010, que son los datos reales y, el segundo desde el año 2011 hasta el año 2016 que son los datos pronosticados.

Detalladamente se analizan a los países que aportan, en mayor porcentaje, con inmigrantes al Ecuador, para lo cual se expone las tasas de crecimiento de diferentes periodos de tiempo y las figuras de evolución y predicción de la población, de éstas tres naciones, según el stock y el flujo. De igual forma, se incluyen figuras adicionales donde se muestran únicamente las predicciones obtenidas, puesto que la variación es del orden de miles, y aquí se visualiza mejor la evolución de las predicciones. Los países analizados a continuación son: Colombia (ver Tablas 11 y 12, Figuras 3, 4, 5 y 6), Estados Unidos (ver Tablas 13 y 14, Figuras 7, 8, 9 y 10) y Perú (ver Tablas 15 y 16, Figuras 11, 12, 13 y 14).

Medida de inmigrantes	Periodo	Alemania	Argentina	Brasil	Canadá	Chile	China	Colombia	España
Stock	2002-2010	-95,01 %	-39,78 %	-35,99 %	1045,45 %	110,79 %	-27,79 %	-84,95 %	318,99 %
	2011-2016	72,00 %	98,24 %	198,20 %	-46,74 %	-33,22 %	34,03 %	-9,80 %	-15,18 %
Flujo	2002-2010	42,59 %	114,88 %	95,43 %	86,84 %	53,35 %	115,64 %	3,47 %	248,40 %
	2011-2016	20,90 %	30,12 %	33,19 %	-18,41 %	-16,18 %	443,17 %	15,92 %	-12,85 %
Medida de inmigrantes	Periodo	Estados Unidos	Francia	Gran Bretaña	Holanda	Italia	México	Perú	Venezuela
Stock	2002-2010	-69,01 %	-48,34 %	-22,84 %	-118,33 %	-4,96 %	-74,85 %	-84,97 %	-1,69 %
	2011-2016	-89,44 %	104,37 %	-14,64 %	-43,81 %	60,68 %	89,90 %	-3,87 %	124,80 %
Flujo	2002-2010	65,41 %	59,99 %	27,32 %	13,71 %	51,70 %	81,76 %	44,43 %	153,27 %
	2011-2016	-17,66 %	8,09 %	14,08 %	-7,44 %	18,62 %	-8,33 %	8,97 %	-7,08 %

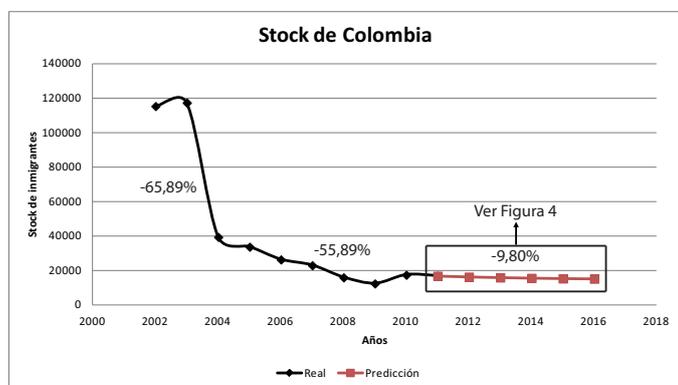
**Tabla 10.** Tasas del comportamiento del stock y el flujo de la inmigración en Ecuador, fraccionadas para cada país. Se muestran en dos periodos, el primero para datos observados y el segundo para datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock
Colombia	2002-2004	-65,89 %
	2004-2010	-55,89 %
	2011-2016	-9,80 %

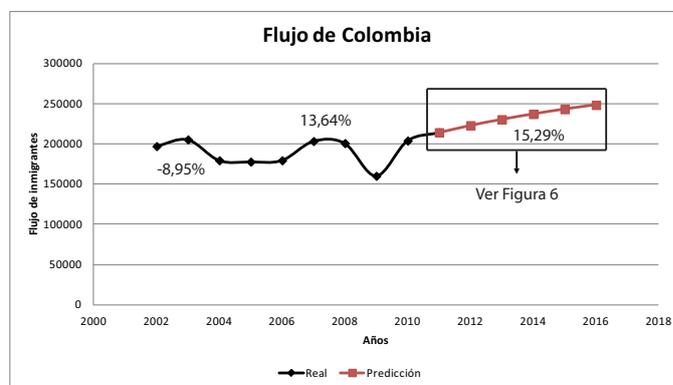
**Tabla 11.** Tasas del comportamiento del stock de inmigración colombiana en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de flujo
Colombia	2002-2004	-8,95 %
	2004-2010	13,64 %
	2011-2016	15,92 %

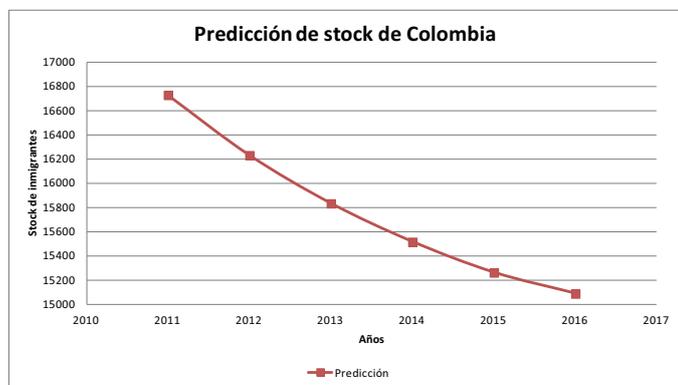
**Tabla 12.** Tasas del comportamiento del flujo de inmigración colombiana en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



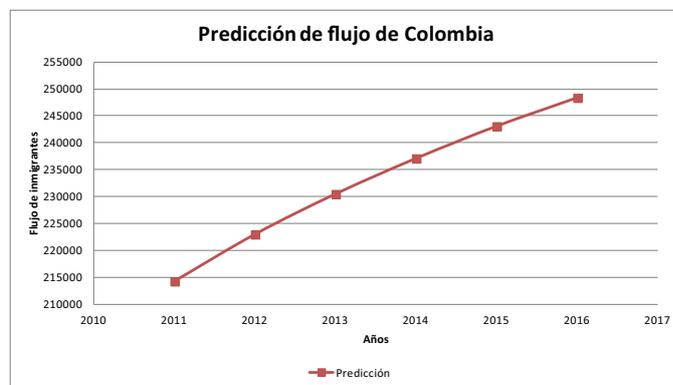
**Figura 3.** Evolución y predicción de la población de Colombia según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 5.** Evolución y predicción de la población de Colombia según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 4.** Predicción de la población de Colombia según el stock. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



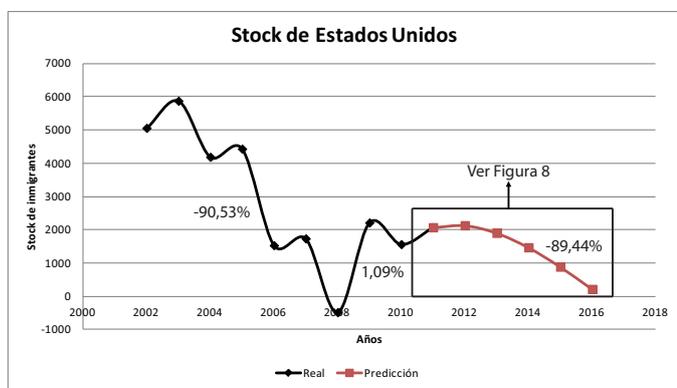
**Figura 6.** Predicción de la población de Colombia según el flujo. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock
Estados Unidos	2002-2008	-90,53 %
	2008-2010	1,09 %
	2011-2016	-89,44 %

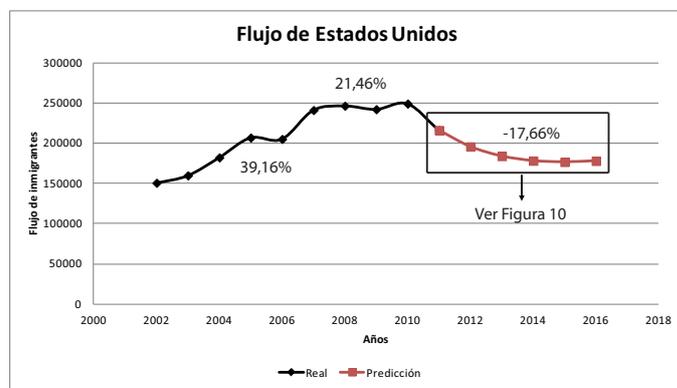
**Tabla 13.** Tasas del comportamiento del stock de inmigración estadounidense en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de flujo
Estados Unidos	2002-2008	39,16 %
	2008-2010	21,46 %
	2011-2016	-17,66 %

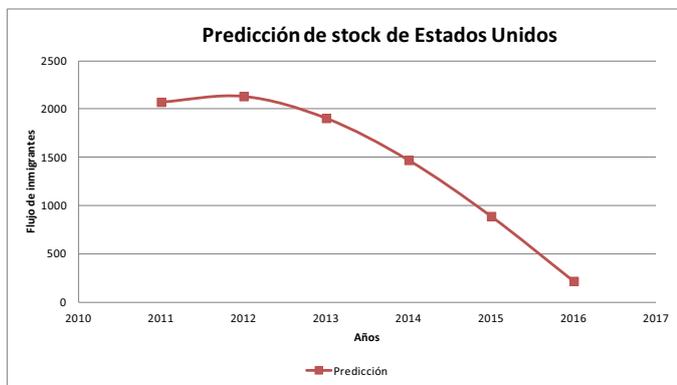
**Tabla 14.** Tasas del comportamiento del flujo de inmigración estadounidense en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



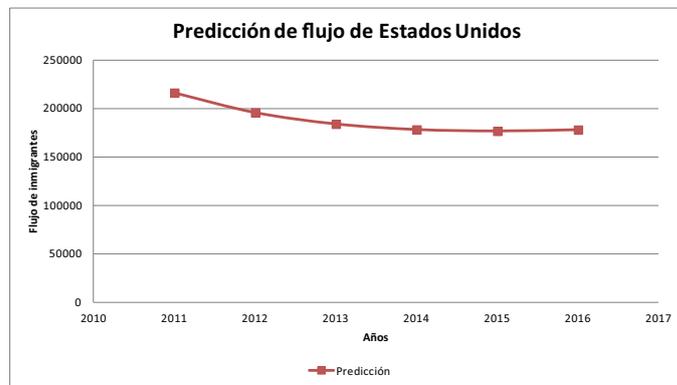
**Figura 7.** Evolución y predicción de la población de Estados Unidos según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 9.** Evolución y predicción de la población de Estados Unidos según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 8.** Predicción de la población de Estados Unidos según el stock. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 10.** Predicción de la población de Estados Unidos según el flujo. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

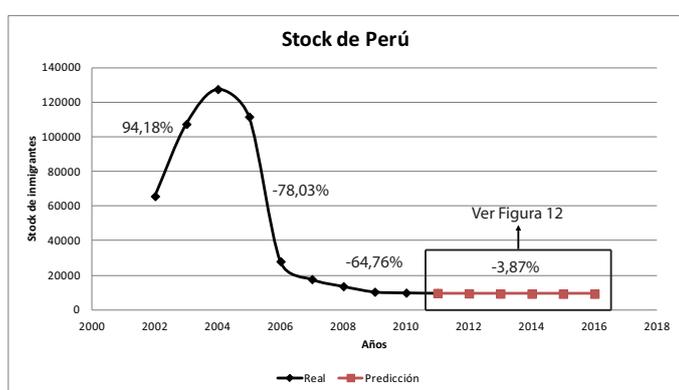
Evolución de la población inmigrante en Ecuador

País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock
Perú	2002-2004	94,18 %
	2004-2006	-78,03 %
	2006-2010	-64,76 %
	2011-2016	-3,87 %

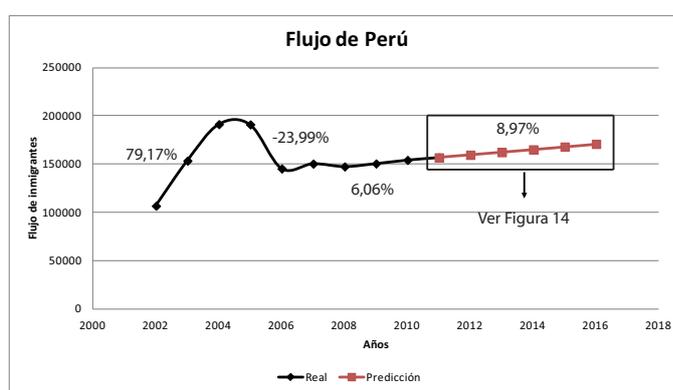
**Tabla 15.** Tasas del compotamiento del stock de inmigración peruana en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de flujo
Perú	2002-2004	79,17 %
	2004-2006	-23,99 %
	2006-2010	6,06 %
	2011-2016	8,97 %

**Tabla 16.** Tasas del compotamiento del flujo de inmigración peruana en Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 11.** Evolución y predicción de la población de Perú según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 13.** Evolución y predicción de la población de Perú según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 12.** Predicción de la población de Perú según el stock. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 14.** Predicción de la población de Perú según el flujo. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Se observa que en los tres países existe un descenso en la tasa de crecimiento del stock, siendo más acelerado el declive en Estados Unidos. Para Colombia y Perú se nota que la desaceleración en el stock de inmigrantes será menor en

relación a lo que se experimentó en los últimos años. En cuanto al flujo se observa un incremento en la tasa de crecimiento para Colombia y Perú siendo similar a la que se observa en los periodos anteriores. Sin embargo, para Esta-

dos Unidos se aprecia un descenso considerable en la tasa de crecimiento. Lo que significa, haciendo alusión a las definiciones 1 y 2 mostradas en la sección 2, que disminuirá la cantidad de extranjeros que eligen como país de residencia a Ecuador. Así mismo, se muestra que los extranjeros provenientes de Estados Unidos, que posiblemente aportaban al turismo, también disminuirán en cantidad, al contrario de lo que sucederá con Colombia y Perú.

A continuación, se presentan, a brevedad, los resultados obtenidos para el resto de países considerados en la muestra.

Se empieza el análisis con Alemania, Argentina, Brasil, China, Francia, Italia, México y Venezuela, en los cuales se pronostica un aumento en la tasa de crecimiento del stock. Estos resultados se visualizan en la Tabla 17, que es un extracto de la Tabla 10, y en la Figura 15.

Medida de inmigrantes	Periodo	Alemania	Argentina	Brasil	China	Francia	Italia	México	Venezuela
Stock	2002-2010	-95,01 %	-39,78 %	-35,99 %	-27,79 %	-48,34 %	-4,96 %	-74,85 %	-1,69 %
	2011-2016	72,00 %	98,24 %	198,20 %	34,03 %	104,37 %	60,68 %	89,90 %	124,80 %

Tabla 17. Tasas del comportamiento del stock de inmigración correspondiente a Alemania, Argentina, Brasil, China, Francia, Italia, México y Venezuela. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

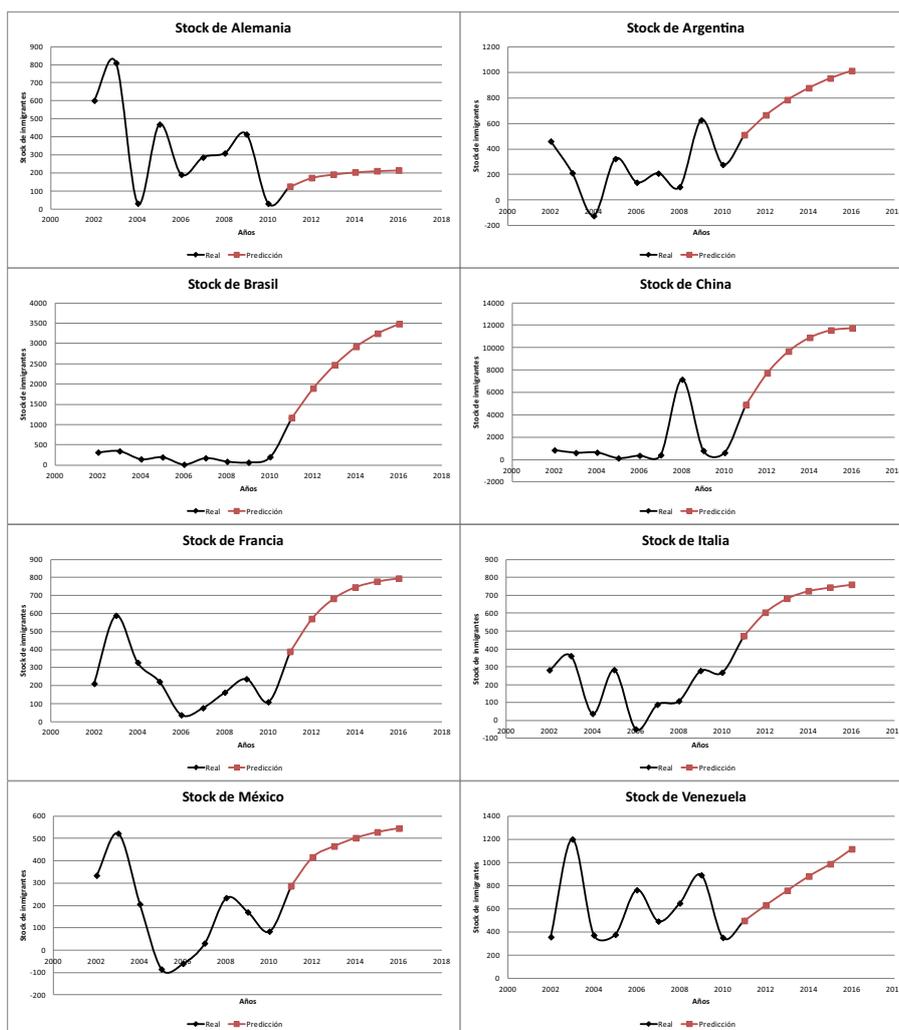


Figura 15. Evolución y predicción del comportamiento migrante de Alemania, Argentina, Brasil, China, Francia, Italia, México y Venezuela según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. Real representa a los datos observados, y Predicción representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

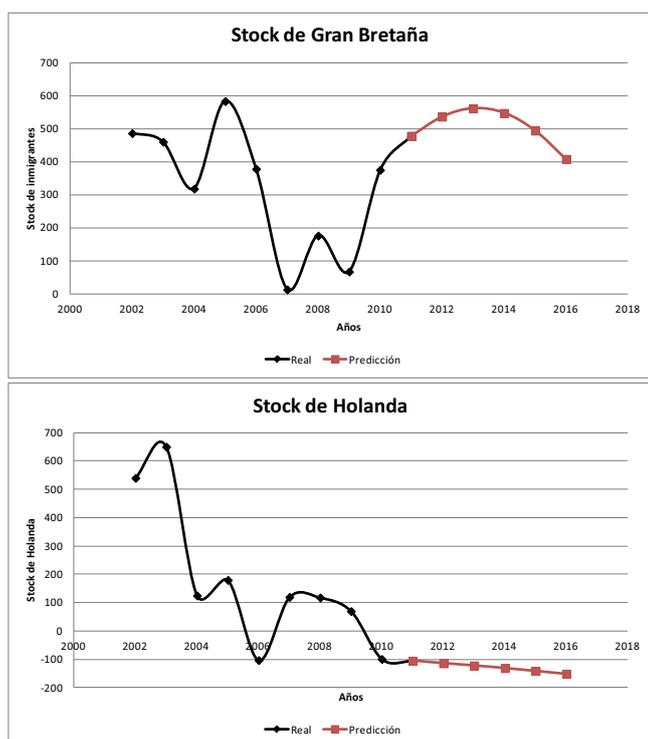
Para Gran Bretaña y Holanda, también se pronostica un aumento en las tasas de crecimiento del stock. Pero esto no significa que la cantidad de inmigrantes provenientes de estos países vaya a aumentar, sino que se va a producir una desaceleración en el fenómeno que ya se viene presentando en los últimos años. En la Tabla 18 y la Figura 16 se visualizan estos resultados.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock
Gran Bretaña	2002-2010	-22,84 %
	2011-2016	-14,64 %
Holanda	2002-2010	-118,33 %
	2011-2016	-43,81 %

**Tabla 18.** Tasas del comportamiento del stock de inmigración correspondiente a Gran Bretaña y Holanda. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

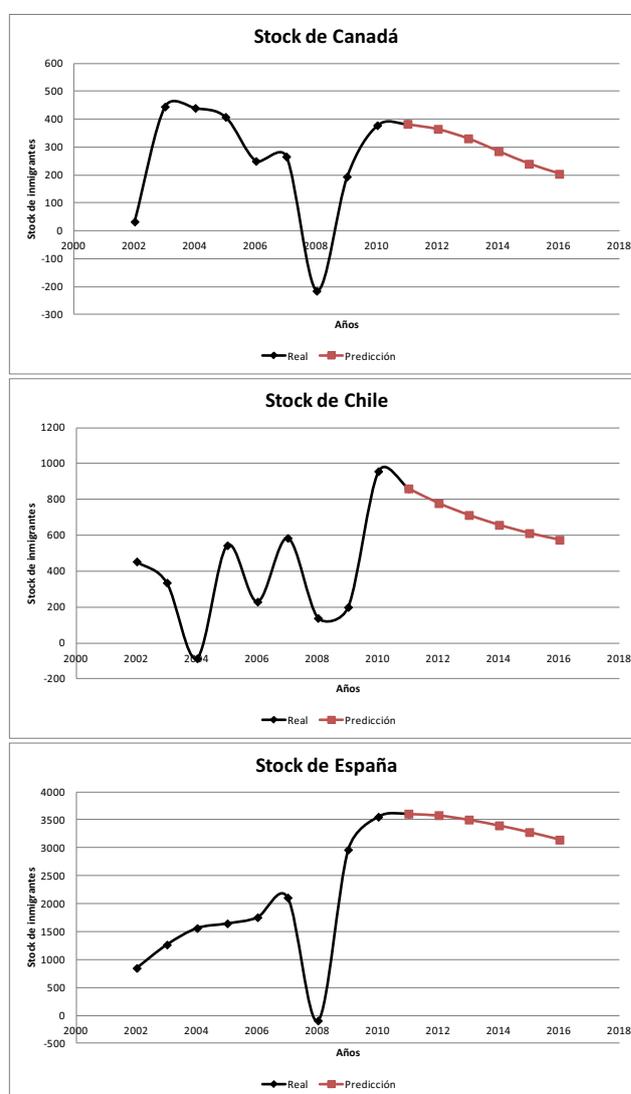
País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock
Canadá	2002-2010	1045,45 %
	2011-2016	-46,74 %
Chile	2002-2010	110,79 %
	2011-2016	-33,22 %
España	2002-2010	318,99 %
	2011-2016	-15,18 %

**Tabla 19.** Tasas del comportamiento del stock de inmigración correspondiente a Canadá, Chile y España. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 16.** Evolución y predicción del comportamiento migrante de Gran Bretaña y Holanda según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

A diferencia de los países antes señalados, en Canadá, Chile y España, se presenta una reducción en la tasa de crecimiento del stock. En la Tabla 19 y la Figura 17 se representan estos resultados.



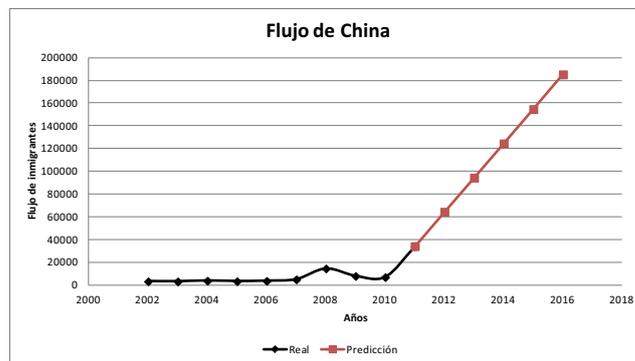
**Figura 17.** Evolución y predicción del comportamiento migrante de Canadá, Chile y España según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

En cuanto a la tasa de crecimiento en relación al flujo de inmigrantes, el único país que presenta un aumento, a excepción de Colombia que ya fue mostrado anteriormente, es China. En la Tabla 20 y la Figura 18, se exhiben estos resultados.

País	Periodo	Tasa de crecimiento de flujo
China	2002-2010	115,64 %
	2011-2016	443,17 %

**Tabla 20.** Tasas del comportamiento del flujo de inmigración correspondiente a China. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Esto conduce a que en el resto de países considerados en la muestra se produce un descenso en la tasa de crecimiento del flujo. Estos resultados se precisan en la Tabla 21 y la Figura 19.



**Figura 18.** Evolución y predicción del comportamiento migrante de China según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Medida de inmigrantes	Periodo	Alemania	Argentina	Brasil	Canadá	Chile	España
Flujo	2002-2010	42,59 %	114,88 %	95,43 %	86,84 %	53,35 %	248,40 %
	2011-2016	20,90 %	30,12 %	33,19 %	-18,41 %	-16,18 %	-12,85 %
Medida de inmigrantes	Periodo	Francia	Gran Bretaña	Holanda	Italia	México	Venezuela
Flujo	2002-2010	59,99 %	27,32 %	13,71 %	51,70 %	81,76 %	153,27 %
	2011-2016	8,09 %	14,08 %	-7,44 %	18,62 %	-8,33 %	-7,08 %

**Tabla 21.** Tasas del comportamiento del flujo de inmigración correspondiente a Alemania, Argentina, Brasil, Canadá, Chile, España, Francia, Gran Bretaña, Holanda, Italia, México y Venezuela. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

Este análisis refleja que Ecuador sufrirá un fuerte descenso tanto en flujo como en stock de la población proveniente de Canadá, Chile, España y Estados Unidos. Es decir, Ecuador será un país poco atractivo para personas provenientes de países desarrollados, mientras que seguirá recibiendo a población de países con similares características macroeconómicas a las nuestras, a excepción de China.

Finalmente, un resumen de las tasas de crecimiento para los periodos 2002-2006, 2006-2010 y 2011-2016 se presentan en la tabla 22, en las figuras 20 y 22 se ilustra el comportamiento. Las Figuras 21 y 23, respectivamente, no son más que una ampliación del periodo 2011-2016.

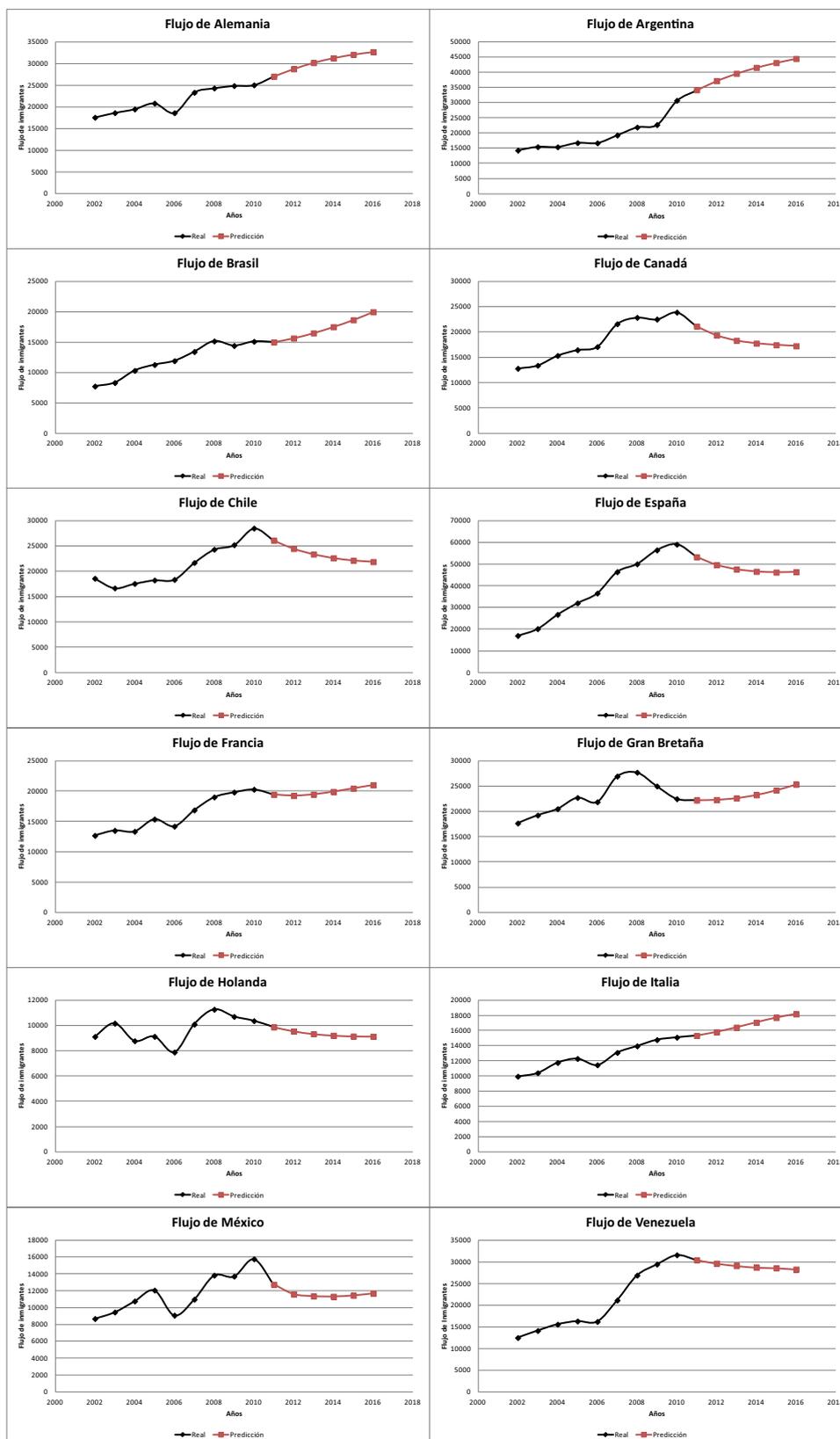
De esto, se observa que en Ecuador aunque se mantiene una tasa de crecimiento del flujo, positiva, ésta se reducirá en el periodo de años comprendido entre 2011 y 2016. Al contrario de lo que se prevé para el stock, donde de una

tasa de crecimiento negativa se pasa a una tasa de crecimiento positiva, estimando un aumento en la población inmigrante en cuanto a stock. Es decir, que se reducirá la población en cuanto a los extranjeros que arriban a nuestro país, mientras que aumentará la población que elige al Ecuador como país de residencia.

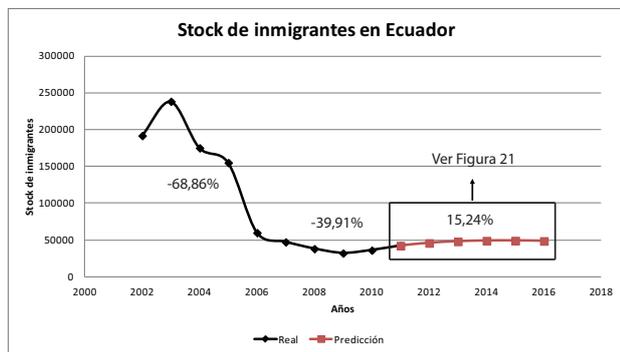
País	Periodo	Tasa de crecimiento de stock	Tasa de crecimiento de flujo
Ecuador	2002-2006	-68,86 %	19,04 %
	2006-2010	-39,91 %	24,35 %
	2011-2016	15,24 %	18,79 %

**Tabla 22.** Tasas del comportamiento del stock y flujo de la población inmigrante en el Ecuador. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

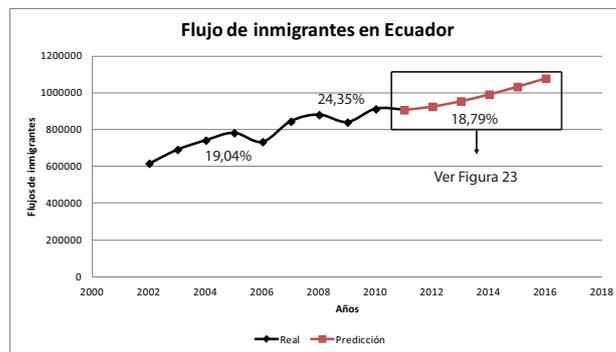
Evolución de la población inmigrante en Ecuador



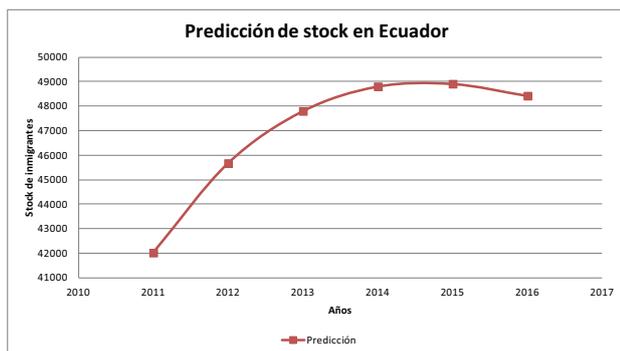
**Figura 19.** Evolución y predicción del comportamiento migrante de Alemania, Argentina, Brasil, Canadá, Chile, España, Francia, Gran Bretaña, Holanda, Italia, México y Venezuela según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI



**Figura 20.** Evolución y predicción del comportamiento inmigrante en el Ecuador según el stock. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 22.** Evolución y predicción del comportamiento inmigrante en el Ecuador según el flujo. Datos considerados desde el año 2002 hasta el año 2016. *Real* representa a los datos observados, y *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 21.** Predicción del comportamiento inmigrante en el Ecuador según el stock. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.



**Figura 23.** Predicción del comportamiento inmigrante en el Ecuador según el flujo. Datos considerados desde el año 2011 hasta el año 2016. *Predicción* representa a los datos pronosticados. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

## 5 Conclusiones

- Predecir la cantidad de población inmigrante que llegará al país es un instrumento de particular utilidad en el diseño de políticas migratorias, pues ayuda a la correcta concesión de los fondos destinados para las inversiones sociales, ya que se estima cuántos van a venir y cuándo lo van a hacer. La actual crisis económica que atraviesa el país, exige la necesidad de dar respuesta a estas preguntas.
- Este estudio es el primer resultado que se conoce sobre el sentido de los flujos migratorios en Ecuador mediante el modelo empírico que los pronostica, el cual hace uso de modelos teóricos de la inmigración que toman como principales protagonistas las diferencias en las condicio-

nes macroeconómicas de los países (PIB per cápita, tasa de desempleo).

- Se estimó el modelo para un panel de 16 países, utilizando dos medidas de la inmigración: la tasa de inmigración según el stock de inmigrantes (TIS) y la tasa de inmigración según el flujo de inmigrantes (TIF).
- Se va a originar un descenso en el ritmo de arribo de los inmigrantes en el periodo de años comprendido entre 2011 y 2016. Se puede suponer, que el factor que incide en esta reducción, se debe al adverso perfil económico que los organismos internacionales pronostican para nuestro país y, que lo muestra como poco atractivo para recibir población extranjera.

- Continuarán llegando inmigrantes a Ecuador, principalmente de Colombia, Estados Unidos y Perú, en la siguiente tabla se muestra una síntesis de los porcentajes con los que aportará cada país, en cuanto a stock y flujo, según nuestras predicciones para el año 2016.

País	Porcentaje de stock	Porcentaje de flujo
Colombia	31,16 %	23,03 %
Estados Unidos	0,45 %	16,50 %
Perú	19,15 %	15,85 %

**Tabla 23.** Porcentajes de aporte de población inmigrante proveniente de Colombia, Estados Unidos y Perú, estimada para el año 2016. Fuente: elaboración propia a partir de los datos proporcionados por el INEC y por el FMI.

- Aunque los flujos de llegada van a descender, especialmente para los dos últimos, Estados Unidos y Perú, el estudio predice un stock de 48 000 inmigrantes y un flujo de 1 070 000 inmigrantes para el año 2016.
- Ecuador será poco atractivo para países desarrollados. Sin embargo, seguirá siendo llamativo para países en vías de desarrollo. Así, Ecuador, continuará, de acuerdo a nuestras predicciones, recibiendo emigrantes de los dos principales países emisores: Colombia y Perú. Aunque en una proporción menor, pues haciendo referencia a las Tablas 2 y 23, se observa que el porcentaje de aporte en cuanto a stock, disminuye para los dos países, siendo más drástico para Perú y, el porcentaje de aporte en cuanto a flujo, prácticamente mantiene los mismos valores. Esto indica que el ingreso de extranjeros provenientes de los países fronterizos a Ecuador se mantendrá similar a lo que se tiene en la actualidad; pese a lo cual disminuirá el porcentaje de colombianos y peruanos que seleccionen a Ecuador como su país de residencia habitual.

## Referencias

- [1] B. Alecke, P. Huber, G. Untiedt "What a difference a constant makes how predictable are international migration flows?". OECD (ed.) Migration policies and EU-enlargement, the case of central and Eastern Europe. Paris: OECD, P. 63-78, (2001).
- [2] M. Alloza, B. Anghel, P. Vásquez "¿Seguirán llegando inmigrantes a España?". CIDOB La inmigración en tiempos de crisis, (2009).
- [3] P. Álvarez-Plata, H. Brücker, B. Siliverstovs "Potential migration from Central and Eastern Europe into the EU-15 - an update". Report for the European Commission, DG Employment and Social Affairs. Berlin: German Institute for Economic Research (DIW Berlin), (2003).
- [4] B. Baltagi "Econometric Analysis of Panel Data". John Wiley & Sons, (1995).
- [5] H. Brücker, A. Damelang, K. Wolf "Forecasting potential migration from the New Member States into the EU-15: Review of Literature, Evaluation of Forecasting Methods and Forecast Results". Institute for Employment Research (IAB). VC/2007/0293, (2007).
- [6] C. González, J. Conde-Ruiz, M. Boldrin "Efectos de la inmigración sobre el sistema español de pensiones". FEDEA (ed.) Efectos económicos de la inmigración en España. Madrid: Marcial Pons, P. 267-306, (2009).
- [7] J. Harris, M. Todaro "Migration, unemployment, and development: a two-sector analysis". American Economic Review. Vol. 60. No. 1. P. 126-142, (1970).
- [8] Instituto Nacional de Estadística y Censos "Base de Datos de Entradas y Salidas de personas a Ecuador". Quito, Ecuador (2002-2010).
- [9] T. J. Hatton "A model of UK migration 1870-1913". Review of Economics and Statistics. Vol. 77. No. 3, P. 407-415, (1995).
- [10] C. Hsiao "Analysis of Panel Data". Econometric Society Monographs N°11. Cambridge University Press, (1986).
- [11] R. Sandell "Redes sociales y la inmigración española: un análisis de la inmigración". FEDEA (ed.) Efectos económicos de la inmigración en España. Madrid: Marcial Pons, P. 29-60, (2009).
- [12] J. Wooldridge "Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data.". London: The IMT Press, (2002).
- [13] World Economic Outlook "Tensions from the Two-Speed Recovery". Unemployment, Commodities and Capital Flows, (Apr. 2011).

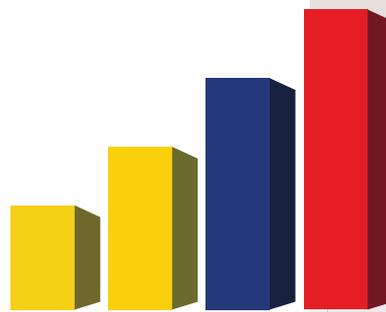


# Analítica

Normas para la presentación de trabajos

Norms for submission of papers

Código de ética



[www.inec.gob.ec](http://www.inec.gob.ec) | [www.ecuadorencifras.com](http://www.ecuadorencifras.com)



# Normas para la presentación de trabajos

Los autores están invitados a enviar sus artículos a la revista Analítica, ya sea en español o en inglés.

Para la publicación de los artículos, los autores deben seguir los siguientes lineamientos:

## Originalidad

El trabajo presentado se entenderá que es inédito, original y que no se ha presentado a ningún otro medio antes de conocer la decisión de esta revista. Si el artículo ha sido publicado en otra revista, impresa o digital, este deberá tener el permiso o autorización de la revista, detallando el nuevo aporte o modificación correspondiente. Después de la aceptación, la autorización deberá ser enviada al editor de la revista Analítica.

## Presentación

Los artículos deberán ser presentados en formato digital, el cual puede ser *.pdf* o *.doc*. Comprometiéndose el autor o los autores, a proporcionar el trabajo en formato *.tex* (siguiendo los estándares de la American Mathematical Society (AMS)), si el mismo es aceptado para su publicación.

Toda la documentación correspondiente debe remitirse al editor de la revista Analítica, al siguiente correo electrónico: [analitika@inec.gob.ec](mailto:analitika@inec.gob.ec) / [analitika@analitika.ec](mailto:analitika@analitika.ec).

## Requerimientos técnicos

Para ser sometidos a revisión, los trabajos deberán cumplir los siguientes requerimientos técnicos:

- Las ilustraciones y tablas, deben estar numeradas secuencialmente, incluyendo una descripción explicativa para cada una.
- Las figuras deben tener formato *.eps*, de preferencia, o formato *.jpg*, o *.png* de alta resolución.
- El texto en las figuras y mapas debe escribirse con letras fácilmente legibles.
- Diferentes elementos de un gráfico deben contener sus correspondientes explicaciones. Por ejemplo, en un gráfico de pastel se deberá especificar qué representa cada color.

- Asegúrese de que las inscripciones o detalles, así como las líneas, tengan tamaños y grosores adecuados; de tal manera que sean legibles (números, letras y símbolos).
- Las fotografías deben grabarse con alto contraste y en alta resolución. Recuerde que las fotografías frecuentemente pierden contraste en el proceso de la impresión. No combine fotografías y dibujos en la misma figura.
- Si las figuras, gráficos, ilustraciones o fotografías incluidas en el trabajo tienen derecho de autor, es responsabilidad del autor que presenta el trabajo a evaluación, obtener el permiso correspondiente para su uso.
- Los gráficos, ilustraciones y fotografías incluidas en el trabajo deben ser enviados en una carpeta exclusiva, la cual debe llevar el nombre: "Figuras\_(las dos primeras iniciales del título del artículo en mayúsculas)." Por ejemplo, si el trabajo tiene como título: "Densidad poblacional del Ecuador continental", el nombre de la carpeta debe ser: "Figuras\_DP".
- El formato general para la etiquetas identificativas de los diversos ambientes deberá ser:

Para tablas:  
`\label{DP_tab:001}`

Para figuras  
`\label{DP_fig:001}`

Para ecuaciones  
`\label{DP_eq:001}`

Para definiciones  
`\label{DP_def:001}`

Para teoremas  
`\label{DP_teo:001}`

etc.

## Estructura y formato

La estructura del documento será de la siguiente forma:

Obligatorias	Opcionales
Título	Agradecimientos
Resumen	Recomendaciones
Palabras clave	Futuros trabajos
Abstract	Anexos
Keys words	
Clasificación	
Introducción	
Marco Teórico o Metodología	
Aplicación o Resultados	
Conclusiones	
Referencias	

Tabla 1. Estructura del documento a ser evaluado.

### Formato del documento

Detallaremos las particularidades a considerar, para algunos de los componentes del documento.

**Título.** El título debe incluir la siguiente información: título del artículo, nombre completo del autor o de los autores, dirección del autor o de los autores, incluyendo su correo electrónico.

**Resumen (Abstract).** El resumen debe ser en español y en inglés. El resumen debe ser corto y conciso (máximo 250 palabras) y en el mismo se debe expresar los resultados relevantes del estudio. Debe ser informativo y no indicativo; por ejemplo diga:

“En este trabajo se analiza el papel que desempeñan las características individuales, familiares y laborales en la probabilidad de tener un contrato temporal frente a un contrato indefinido,”

lo cual es informativo. No diga

“La probabilidad de tener un contrato temporal frente a un contrato indefinido es discutido y aceptado,”

lo cual es indicativo.

**Palabras claves (Keywords).** Las palabras claves deben ser de tres a seis y, representarán los principales temas del artículo. Deberán ser colocadas al final del resumen y del abstract, respectivamente.

**Clasificación.** Se debe incluir el sistema de clasificación del Journal of Economic Literature, **JEL**.

**Referencias.** La sección de referencias debe incluir todas las publicaciones citadas en el texto. No se debe incluir reportes no publicados u otro tipo de información que no es posible verificar. Las tesis deben citarse únicamente cuando estén disponibles para consulta en una biblioteca física o virtual. En el texto las referencias deben ir en orden alfabético y deben seguir el sistema “inicial del nombre apellido”. Las referencias de portales electrónicos deben seguir un esquema similar al de las publicaciones, pero adicionalmente se deberá incluir la fecha de consulta. A continuación se muestra un ejemplo:

### Referencias

- [1] M. AGUAYO, y E. LORE, *Cómo hacer una Regresión Logística binaria paso a paso II análisis multivariante*, Fundación Andalucía Beturia para la Investigación en Salud, Dot. N° 0702013, (2007).
- [2] C. GAMERO, *Satisfacción Laboral y tipo de contrato en España*, Investigative Radiology 34, Vol. 10, 636 - 642, (1999).
- [3] LEY No. 100, *Código de la niñez y adolescencia*, Registro Oficial 737, Enero, (2003).
- [4] SCIENTIFIC INSTRUMENT SERVICES, Inc. 2006. *MASS Spectral Library*. En línea: <http://www.sisweb.com/software/ms/nist.htm>, Consulta: 10 de abril del 2010.

**Agradecimientos.** Los agradecimientos podrán incluirse como una sección, la cual deberá estar al final del artículo y constará de un párrafo.

### Procedimiento editorial

Cuando el trabajo ha sido recibido por el editor, éste pasa por dos procesos de calificación. El primero, se lleva a cabo dentro de un consejo editorial interno que determinará la pertinencia y solvencia científica y, el segundo, es la evaluación por expertos nacionales o extranjeros, considerando el método *blind review*.

Si el artículo es aceptado para su publicación, éste pasará por las siguientes etapas:

1. El editor enviará al autor principal las observaciones realizadas por los evaluadores para que éste realice las correcciones y cambios necesarios. El tiempo asignado para esto no será mayor a un mes.
2. Cuando el trabajo corregido es regresado al editor, éste hará la copia-edición y empezará el proceso de formato. Después de que el trabajo ha sido formateado para la publicación, una prueba de impresión (“page proofs”) será enviada al autor para corregir posibles

errores. En este punto, no será posible hacer cambios en el documento, sino solamente corregir errores de edición o formato. El autor debe retornar la prueba de impresión al editor con sus observaciones, si las hubiere, máximo en una semana después de haberla recibido.

3. Finalmente, el documento corregido será archivado hasta que la revista empiece su proceso de impresión. Cuando esto ocurra, se enviará una copia impresa y una digital de la revista al autor.

Si el artículo no es aceptado para su publicación, será devuelto al autor notificando el motivo.

## Comentarios finales

La publicación del volumen de la revista depende de la colaboración entre los autores, los revisores, la imprenta y el editor. La colaboración y cumplimiento de los plazos establecidos es fundamental.

La revista Analítica publica dos volúmenes por año.

## Norms for submission of papers

All authors are invited to send their studies to Analítica Journal in Spanish or English; for being eligible to publish, the paper must meet the following guidelines:

### Originality

The paper must be original, unpublished and not be submitted to any other media before knowing the decision of this journal. If the paper has been previously published in another journal, printed or digital, it must have a written permit or authorization detailing any addition or modification made since the last publication. After the acceptance of the paper, such authorization must be sent to the Editor of Analítica Journal.

### Format

The papers must be sent in digital format, either **PDF** or **DOC**. If accepted for publication, the author(s) must send the document in **TEX** (according to the standards of the American Mathematical Society (AMS)) format.

All the documentation must be emailed to the Editor of Analítica Journal to: [analitika@inec.gob.ec](mailto:analitika@inec.gob.ec) / [analitika@analitika.ec](mailto:analitika@analitika.ec).

### Technical Requirements

For being subject for review, a paper must meet the following technical requirements:

- Each illustration and table must include an explicative description and be sequentially numbered.
- Pictures must be in format EPS (preferable), JPG or high-resolution PNG.
- Text inside maps or pictures must be easily legible.
- Each element within a graphic must contain its own explanation. For example, a pie chart must show what each color represents.
- Make sure the inscriptions, details and lines have adequate sizes and dimensions, so all numbers, characters and symbols are legible.

- Photographs must be saved in high contrast and high resolution. Remember that pictures usually lose contrast during the printing process. Do not put together photographs and drawings in the same picture.
- If the pictures, drawings, illustrations or photographs included in the paper are copyrighted, it is responsibility of the author of the study to obtain the permission to use that material.
- Pictures, illustrations and photographs included in the paper must be gathered in one single folder named: "Figures\_(the first letter of the first two words of the title of the paper in capital letters)." For example, if the title of the paper is "Population density in mainland Ecuador", the name of the folder should be: "**Figures\_PD**".
- The general format for the identification labels of different material is:

For tables:  
`\label{PD_tab:001}`

For figures:  
`\label{PD_fig:001}`

For equations:  
`\label{PD_eq:001}`

For definitions:  
`\label{PD_def:001}`

For theorems:  
`\label{PD_teo:001}`

etc.

## Structure and Style

The structure of the paper must be as follows:

Mandatory	Optional
Title	Acknowledgements
Abstract	Recommendations
Keywords	Future studies
Resumen	Appendix
Palabras clave	
Classification	
Introduction	
Theoretical framework or Methodology	
Application or Results	
Conclusions	
References	

Tabla 2. Paper structure for evaluation.

## Style of the document

For some parts of the document, various particularities must be considered.

**Title.** The Title must include the following information: name of the study, name of the author(s), addresses and emails of the author(s).

**Abstract (in Spanish: Resumen).** The Abstract must be in Spanish and English. It must be short and concise (250 words maximum); it must show the relevant results of the study, be informative and not indicative. For example:

“This paper analyzes the role played by individual, familiar and labor characteristics in the probability of obtaining a temporary or an indefinite contract,”

is informative.

“The probability of obtaining a temporary or an indefinite contract is discussed and accepted,”

is indicative and should be avoided.

**Keywords (in Spanish: Palabras claves).** There must be between 3 and 6 keywords that represent the main topics of the study. They must go at the end of the Abstract and the Resumen.

**Classification.** The paper must include the classification system from Journal of Economic Literature, **JEL**.

**References.** This section must include all the publications quoted in the text; it should not include unpublished articles or any other unverifiable information. Thesis should only be quoted if they are available in a physical or digital library. References must be in alphabetical order by last names. References to websites must follow a scheme similar to publications, including the access date. For example:

## Referencias

- [1] M. AGUAYO, y E. LORE, *Cómo hacer una Regresión Logística binaria paso a paso II análisis multivariante*, Fundación Andalucía Beturia para la Investigación en Salud, Dot. N° 0702013, (2007).
- [2] C. GAMERO, *Satisfacción Laboral y tipo de contrato en España*, *Investigative Radiology* 34, Vol. 10, 636 - 642, (1999).
- [3] LEY No. 100, *Código de la niñez y adolescencia*, Registro Oficial 737, Enero, (2003).
- [4] SCIENTIFIC INSTRUMENT SERVICES, Inc. 2006. *MASS Spectral Library*. En línea: <http://www.sisweb.com/software/ms/nist.htm>, Consulta: 10 de abril del 2010.

**Acknowledgements.** They could be included as a whole section, at the end of the document, in a single paragraph.

## Editorial procedures

Once the paper has been received by the Editor, it undergoes two qualifying processes. The first is performed by an internal editorial board which will determine the pertinence and scientific content of the paper. The second one consists of a *blind review* made by local and foreign experts. If the draft is accepted for publishing, it shall go through the following stages:

1. The Editor will inform the author of any observation made by the evaluators, so all the necessary corrections and changes would be made. This must not exceed a month.
2. Once the corrected paper has been received, the Editor will perform the copying-editing process. After the document has been formatted, a page proof will be sent to the author to check edition or format mistakes; the author shall not make any change to the document. The author must return the proof page, along with any observation, to the Editor one week after having receiving it.

3. The final draft will be kept until the printing process starts. The author will receive a Journal in hard copy and digital format.

If the paper is not accepted for publication, it will be returned to the author explaining the reasons for such decision.

## Final Comments

The publication of the journal depends on the cooperation of authors, evaluators, printing shop and Editor; collaboration and meeting deadlines is fundamental.

Analítica Journal is published twice a year.

## Código de ética

Es fundamental contar con el aval del Committee on Publication Ethics (COPE) lo que nos ha permitido mejorar las prácticas de ética de las publicaciones que se ha promovido en diferentes ámbitos de la investigación [4, 2], tanto para editores [3], autores [5] y lectores [1].

### Editores

Responsabilidades generales de los editores:

- Mejorar continuamente la revista.
- Garantizar la calidad de los artículos publicados.
- Cuidar la integridad de su experiencia académica.
- Publicar correcciones, aclaraciones, retractaciones y disculpas de ser necesarias.
- Proteger la propiedad intelectual y derechos de autor.
- Mantener independencia editorial.

Responsabilidades de los editores con los lectores:

- Ofrecer un producto que considere los estándares internacionales manejados por las revistas científicas de mayor prestigio.
- Asegurar que el material publicado fue sometido a revisión y aprobación.

Responsabilidades de los editores con los autores:

- Consensuar la calidad del material a publicarse.
- Aceptar o rechazar un artículo para su publicación, basándose en su importancia, originalidad, claridad, relevancia para la revista.
- Informar sobre el proceso de revisión de sus artículos por parte de sus pares.
- Estar preparado para justificar los procesos de revisión, en caso de requerir un informe por parte del autor.
- Mantener actualizada la norma de publicación de trabajos.
- Cumplir la decisión de aceptación o rechazo de un artículo para su publicación.

- Editores nuevos no deben revocar las decisiones de publicar documentos presentados por el editor anterior, salvo excepciones (cuando va en contra de la imagen institucional y/o de la revista).

Responsabilidades con los revisores:

- Publicar y mantener actualizada la norma de revisión de trabajos.
- Mantener comunicación constante con los revisores.

Proceso de revisión por pares:

- Asegurar que el material remitido para su revisión es confidencial mientras lo examinan.

### Autores

Responsabilidades generales de los autores:

- Estructurar el artículo cumpliendo el método científico, conforme reglas gramaticales y las normas de publicación de trabajo<sup>1</sup>.
- Presentar suficientes referencias de fuentes públicas.

Responsabilidades de los autores con los lectores:

- Asumir la responsabilidad pública del contenido.
- Proporcionar a los lectores interesados copias de los datos, manual de procedimiento, material experimental.

Responsabilidades de los autores con los editores:

- Defender el contenido del artículo (datos, metodología, conclusiones).
- Mantener comunicación constante con el editor en jefe, para correcciones y revisiones.

<sup>1</sup>Normas de presentación de trabajos, Analítica, Revista de Análisis Estadístico

## Lectores

Responsabilidades generales de los lectores:

- Referenciar la bibliografía del artículo usado<sup>2</sup>.
- Participar en el desarrollo y progreso de la revista, enviando sugerencias de los artículos publicados<sup>3</sup>.

Responsabilidades de los lectores con los editores<sup>4</sup>:

- Hacer pública discrepancias a través de cartas al editor.
- Señalar errores especificando el artículo y el autor.

Responsabilidades de los lectores con los autores<sup>5</sup>:

- Tener una actitud crítica con el contenido publicado señalando los errores.
- Enviar su opinión, crítica o discusión directamente a la dirección del autor/autores.

\*Puede encontrar más recursos en COPE (Committee on Publication Ethics - Comité de Ética de Publicación) [1].

## Referencias

[1] COMMITTEE ON PUBLICATION ETHICS, *Resources: Code of conduct*, COPE,

<http://publicationethics.org/resources/code-conduct>, (2011).

[2] INTERNATIONAL COMMITTEE OF MEDICAL JOURNAL EDITORS, *Uniform requirements for manuscripts submitted to biomedical journals: writing and editing for biomedical publication*, ICMJE, [www.icmje.org/urm\\_full.pdf](http://www.icmje.org/urm_full.pdf), (2010).

[3] KLEINERT, S. Y WAGER, E., *Responsible research publication: international standards for editors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).

[4] SCOTT-LICHTER, D. Y EDITORIAL POLICY COMMITTEE, *Cse's white paper on promoting integrity in scientific journal publications*, Wheat Ridge, [www.councilscienceeditors.org/files/public/entire\\_whitepaper.pdf](http://www.councilscienceeditors.org/files/public/entire_whitepaper.pdf), (2012).

[5] WAGER, E. Y KLEINERT, S., *Responsible research publication: international standards for authors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).

<sup>2</sup> A1. AUTOR1 y A2. AUTOR2, *Título del artículo*. Analítica, Vol N°, ISSN: 1390-6208, (año). páginas.

<sup>3 4 5</sup> El lector debe estar debidamente identificado.

# Analítica

## volumen

# 2

Revista de Análisis Estadístico  
Journal of Statistical Analysis

ISSN 1390-6208  
e-ISSN 1390-7867  
Número 2 - 2011  
julio - diciembre

### Administración Central

Quito  
Juan Larrea N15-36 y José Riofrío  
Teléfonos: (593) 22544 326 - 22544 561  
Fax: (593) 22509 836 Casilla postal: 135C  
correo-e: [planta\\_central@inec.gob.ec](mailto:planta_central@inec.gob.ec)  
[analitika@inec.gob.ec](mailto:analitika@inec.gob.ec)



instituto nacional de estadística y censos