

ISSN 1390-6208
e-ISSN 1390-7867
Número 1 - 2014
enero - junio

Analítica

volumen 7

Revista de Análisis Estadístico
Journal of Statistical Analysis



“Implantación”

Estrategia objetiva para la generación de un proceso evolutivo exigente como referente académico.

Analítica

volumen 7

Revista de Análisis Estadístico
Journal of Statistical Analysis

ISSN 1390-6208

e-ISSN 1390-7867

Analítica * Volumen 7 * Número 1 * enero - junio 2014 * Año 4 * Quito - Ecuador. Revista semestral de análisis estadístico del Instituto Nacional de Estadística y Censos, Ecuador. Publicación internacional bilingüe dedicada a estudios relacionados con ciencias sociales, económicas, análisis estadístico y de datos. Las ideas y opiniones expresadas en las colaboraciones, son de exclusividad de las autoras y los autores.

DIRECTORIO DE LA REVISTA

EDITOR - DIRECTOR CIENTÍFICO

Paúl Medina, Ph.D.

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE - Ecuador

Universidad Carlos III de Madrid - Instituto

Gregorio Millán - España



COMITÉ EDITORIAL INTERNACIONAL

Francisco Venegas Martínez Ph.D.

Instituto Politécnico Nacional - México



Diego Chamorro Ph.D.

Université d'Evry Val d'Essonne - Francia



Eduardo Cepeda Ph.D.

Kepler Cheuvreux - Francia



Carlos Almeida Ph.D.

Université Catholique de Louvain - Bélgica



Silviu Glavan Ph.D.

IE University - España



Adriana Uquillas Ph.D.

Banco Itau - Unibanco - Brazil



Carlos Machicado Ph.D.

Instituto de Estudios Avanzados en

Desarrollo - Bolivia



Ricardo Castro Santis Ph.D.

Universidad del Bío-Bío - Chile



Ana Molina M.Sc., Ph.D.(c)

Instituto Universitario de Investigación José

Ortega y Gasset - España



Verónica Morales M.Sc.

AMARUN, Bélgica



COMITÉ EDITORIAL NACIONAL - ECUADOR



Juan Mayorga-Zambrano Ph.D.

Pontificia Universidad Católica del Ecuador - Sede Ambato



Rolando Sáenz Ph.D.

Borys Álvarez Ph.D.

Petronio Álvarez Ph.D.

Universidad Central del Ecuador



Wilson Pérez Ph.D.

Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales



Edisson Coba Ph.D.

Universidad Técnica de Ambato



Juan Carlos García M.Sc.

Universidad de Las Américas



Sergio Castillo M.Sc.

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE



COORDINACIÓN EDITORIAL

Lilia Quituisaca Samaniego

DISEÑO, DIAGRAMACIÓN Y MAQUETACIÓN

Luis Antamba

Sara Vásquez

REVISIÓN DE ESTILO Y REDACCIÓN

Martha Rodríguez

COPYRIGHT. Analítica. Se permite la reproducción total o parcial de esta revista citando la fuente.

El sistema tipográfico utilizado para componer esta revista fue L^AT_EX, el cual es un sistema de composición orientado especialmente a la creación de libros y documentos científicos de alta calidad sobre software libre.

Analítica, se encuentra indizada en la base de datos científicas, repositorios digitales, catálogos físicos/digitales, comunidades/redes académicas, como:

C O P E COMMITTEE OF PUBLICATION ETHICS

BASES DE DATOS / DIRECTORIOS SELECTIVOS

- Latindex
- Dialnet
- EBSCO HOST
- GALE CENGAGE Learning
- Publidex
- Academic Journals Database
- SHERPA/RoMEO
- e-revist@s
- BASE
- ULRICH'S

ACCESO ABIERTO / BUSCADORES CIENTÍFICOS

- DOAJ
- OJS
- OAlib
- Recolecta
- iFind discovery
- icerc@dor + plus
- Lexis Web

RANKINGS / CITAS BIBLIOGRÁFICAS

- MIAR
- Research Bible
- GoogleAcadémico
- MENDELEY
- zotero
- science gate
- RePEc
- CiteFactor

REPOSITORIOS DIGITALES / CATÁLOGOS DE BIBLIOTECA

- cedia
- universia
- DSPACE 3.0
- CRUE REBIUN
- AbSys7 WebOpac
- Documat-Unirioja
- CIB - ESPOL
- bíee - EPN
- Biblioteca de la Universidad Guayaquil
- California State University Monterey Bay Library
- International Scientific e-Journals
- Genamics JournalSeek
- BEARDSLEE LIBRARY JOURNALS
- University of South Australia UniSA Librarys Catalogue
- State Library New South Wales / Catalogue
- The GROVE Library
- uOttawa Bibliotheque Library
- LIBRIS
- LIBRARY
- NTHRYS
- WRLC
- SNU FRIC
- BABORD
- Biblioteca Electrónica Digital de Ciencia y Tecnología Mincyt-Argentina
- Concordia University Collage of Alberta
- Birmingham Public Library
- Mercyhurst University
- Biblioteca universitaria di Lugano
- sabre
- National Taiwan Normal University Library
- Biusante
- Charles University in Prague

COMUNIDADES DE INVESTIGACIÓN / REDES EDUCATIVAS

- RESEARCHID
- ORCID
- THOMSON REUTERS COMMUNITY
- World Cat
- Academia.edu
- ResearchGate
- Scoop.it
- Scribd
- ebookbrowse
- .docstoc
- Gaudeamus
- OEI Ibertic
- Social Services Knowledge Scotland
- Calameo
- Bimpe
- i-Search engine
- Paper.li
- cyclopaedia.net
- free ebook search engine
- e-bookspdf.org
- MORE SITE LIKES

COPE. - Proporciona asesoramiento a los directores y editores de todos los aspectos del Código de Ética.

BASES DE DATOS CIENTÍFICAS/DIRECTORIOS SELECTIVOS. - Procesos de indización/evaluación exigidos por las bases de datos científicas (cumplimiento de criterios de evaluación).

DIRECTORIOS DE ACCESO ABIERTO/BUSCADORES CIENTÍFICOS. -Abarcan las revistas científicas y académicas de acceso abierto que utilizan un sistema de control de calidad para garantizar su contenido, lo que permite incrementar la visibilidad, la facilidad de uso y medición de impacto de las revistas.

REPOSITORIOS DIGITALES/CATÁLOGOS DE BIBLIOTECA. - Depósitos centralizados donde se almacena y mantiene información digital, los depósitos más conocidos son los de carácter académico e institucional y tienen por objetivo organizar, archivar, preservar y difundir la producción intelectual resultante de la actividad investigadora propia o instituciones miembros.

COMUNIDADES DE INVESTIGACIÓN/REDES EDUCATIVAS. - Estructuras colaborativas que fomentan la investigación, colaboración profesional y oportunidades de aprendizaje.

PRESENTACIÓN

Estimados lectores,

El Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC) en su afán por contribuir a la sociedad ecuatoriana tiene como uno de sus pilares fundamentales convertirse en una Institución referente en el desarrollo de estudios y análisis de alto nivel, relacionados con las ciencias sociales, económicas, análisis estadístico y de datos.

La Revista Analítika forma parte de esta nueva visión institucional al consolidarse como un espacio de referencia para investigación científica. En su séptimo volumen destacamos los logros alcanzados al estar registrados en 10 Bases de datos y Directorios Selectivos, 7 Bases de Acceso Abierto y Buscadores Científicos, 8 Rankings de Citas Bibliográficas, 32 Repositorios Digitales y Catálogos de Biblioteca y 20 Comunidades de Investigación y Redes Educativas. Resaltando sobremanera el ingreso a e-Revistas, que es impulsado por el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC) - España; y el reconocimiento de “The academic network for publishing in journals (Gaudemus)” ya que consideran a Analítika como una de las revistas latinoamericanas más relevantes.

Analítika se ha caracterizado por brindar la apertura a nuevas ideas y contribuciones, por el rigor en la evaluación de los contenidos y por su carácter cooperativo. En este sentido queremos destacar las investigaciones publicadas en el presente número:

- On Dufresne's Translated Perpetuity and Some Black-Scholes Annuities, Francia.
- Factores que Influyen en la Satisfacción Laboral de una Universidad Ecuatoriana, Ecuador
- El Crédito de Desarrollo Humano Asociativo en la Economía social y Solidaria de la Provincia de Tungurahua- Ecuador, Ecuador
- Movilidad Endógena y Variaciones Demográficas: Una Aplicación Para Ecuador, Ecuador.

Por otra parte, es grato como INEC evidenciar que cada vez más investigadores, ecuatorianos y extranjeros, confían en Analítika para mostrar sus estudios, esto no hace más que comprometerlos a mantener los estándares de calidad de la revista y mejorarlos, con el ánimo de seguir desarrollando la sociedad basada en el conocimiento. También invitamos a todos los lectores a ser parte de este proyecto siendo críticos, ayudándonos a crecer con sus observaciones y comentarios e incentivarles a postular sus trabajos de investigación para seguir consolidando la revista.

Analítika es una muestra más de nuestra transparencia y nuestro compromiso con el país de entregarle información adecuada, oportuna y de calidad que cubra las necesidades de los usuarios, apegados al Código de Buenas Prácticas Estadísticas.

José Rosero
Director Ejecutivo

CONTENIDO

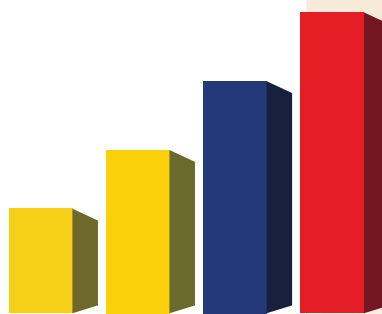
Presentación	1
On Dufresne's Translated Perpetuity and Some Black-Scholes Annuities	7
Sobre la Perpetuidad Traslada de Dufresne y Algunas Anualidades de Black-Scholes	
<i>Christophe Profeta</i>	
Factores que Influyen en la Satisfacción Laboral de una Universidad Ecuatoriana	23
Factors Influencing in the Labor Satisfaction of an Ecuadorian University	
<i>Marco Flores-Calero, Cristina Manzano y Santiago López</i>	
El Crédito de Desarrollo Humano Asociativo en la Economía social y Solidaria de la Provincia de Tungurahua-Ecuador	33
The Associative Credit for Human Development in the Social and Solidarity Economy in the Province of Tungurahua-Ecuador	
<i>Edisson Coba-Molina y Jaime Díaz-Córdova</i>	
Movilidad Endógena y Variaciones Demográficas: Una Aplicación Para Ecuador	51
Endogenous Mobility and Demographic Variations: An Application to Ecuador	
<i>Luis Antamba y Paúl Medina</i>	
Normas para la presentación de trabajos	75
Norms for submission of papers	78
Código de ética	81
Code of ethics	83

Analítica

On Dufresne's translated perpetuity and some
Black-Scholes annuities

Sobre la perpetuidad trasladada de Dufresne
y algunas anualidades de Black-Scholes

Christophe Profeta



www.ecuadorencifras.gob.ec

ON DUFRESNE'S TRANSLATED PERPETUITY AND SOME BLACK-SCHOLES ANNUITIES

SOBRE LA PERPETUIDAD TRASLADADA DE DUFRESNE Y ALGUNAS ANUALIDADES DE BLACK-SCHOLES

Christophe Profeta

Laboratoire d'Analyse et Probabilités, Université d'Évry - Val d'Essonne, Bâtiment I.B.G.B.I., Évry, France.

christophe.profeta@univ-evry.fr

Recibido: 5 de mayo de 2013

Aceptado: 21 de noviembre de 2013

Abstract

Let $(\mathcal{E}_t, t \geq 0)$ be a geometric Brownian motion. In this paper, we compute the law of a generalization of Dufresne's translated perpetuity (following the terminology of Salminen-Yor) :

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds,$$

and show that, in some cases, this perpetuity is identical in law with the first hitting time of a three-dimensional Bessel process with drift. We also study the law of the following pair of annuities

$$\left(\int_0^t (\mathcal{E}_s - 1)^+ ds, \int_0^t (\mathcal{E}_s - 1)^- ds \right)$$

via a Feynman-Kac approach, and discuss some particular cases for which we are able to recover the associated perpetuities.

Keywords: Geometric Brownian motion; Bessel processes ; Feynman-Kac formula.

Resumen

Sea $(\mathcal{E}_t, t \geq 0)$ un movimiento geométrico Browniano. En este artículo, calculamos la ley de una generalización de la perpetuidad trasladada de Dufresne (con la terminología de Salminen-Yor) :

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds,$$

y mostramos que en algunos casos, esta perpetuidad tiene la misma ley que el primer tiempo en el que un proceso de Bessel de dimensión tres con deriva alcanza una cierta barrera. Estudiamos también la ley del par de anualidades siguientes

$$\left(\int_0^t (\mathcal{E}_s - 1)^+ ds, \int_0^t (\mathcal{E}_s - 1)^- ds \right)$$

con un teorema de Feynman-Kac, y discutimos algunos casos en los cuales podemos recuperar la ley de la perpetuidad asociada.

Palabras clave: Movimiento geométrico Browniano ; Proceso de Bessel ; Fórmula de Feynman-Kac.

Código MSC2000 : 60J65, 60J60, 60J55.

1 Introduction

One of the most important concept in finance theory is the *time value of money* which states that a given amount of money at the present time is worth more than the same amount in the future. This is due to the fact that you may invest the money you hold today and earn interest. Assuming that the rate of interest is constant and equal to $r > 0$, the value of the money $V(k)$ at time $k \in \mathbb{N}$ satisfies:

$$V(k) = V(0) \times (1 + r)^k.$$

This formula may be used to compute the present value of an annuity, that is, of a series of equal payments P that occur at evenly spaced intervals. For a period of n payments, the present value of an annuity $A_n(0)$ equals:

$$A_n(0) = \sum_{k=1}^n \frac{P}{(1+r)^k} = \frac{P}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right). \quad (1)$$

Classic examples of annuities are for instance lease payments, insurance payments or regular deposits to a savings account. Letting n tend towards $+\infty$ in Formula (1), we obtain the present value of a perpetuity $A_\infty(0)$, that is, when the payments are not limited in time:

$$A_\infty(0) = \frac{P}{r}.$$

All these computations may be extended to a continuous-time framework. In the continuous case, the value of the money $V(s)$ at time $s \geq 0$ satisfies :

$$V(s) = V(0) \exp(rs).$$

A natural generalization may be obtained by considering varying interest rates, in which case r is no longer a positive constant but a function which fluctuates over time. The value of the money $V(s)$ at time $s \geq 0$ then satisfies :

$$V(s) = V(0) \exp \left(\int_0^s r(u) du \right).$$

By analogy with (1), the present value of an annuity paid continuously up to time $t > 0$ is thus given by :

$$A_t(0) = P \int_0^t \exp \left(- \int_0^s r(u) du \right) ds$$

and, letting t tend to $+\infty$, the analogous perpetuity equals :

$$A_\infty(0) = P \int_0^{+\infty} \exp \left(- \int_0^s r(u) du \right) ds.$$

Unfortunately, the future evolution of interest rates (i.e. the function r) is unknown, and is therefore often modeled by a stochastic process. In other words, when dealing with long term guaranteed payments, one is often led to study the law of random variables of the form

$$\int_0^{+\infty} X_s ds$$

where $(X_s, s \geq 0)$ is a given (positive) stochastic process. One of the most famous example is certainly Dufresne's perpetuity. In his study of the value of a pension fund, Dufresne [5] proved the equality

$$\int_0^{+\infty} e^{aB_s - \nu s} ds \stackrel{(\text{law})}{=} \frac{2}{a^2 \gamma_{2\nu/a^2}}$$

where $(B_t, t \geq 0)$ is a Brownian motion started from 0 and γ_μ denotes a Gamma random variable with parameter μ :

$$\mathbb{P}(\gamma_\mu \in dz) = \frac{1}{\Gamma(\mu)} e^{-z} z^{\mu-1} 1_{\{z>0\}} dz.$$

Since then, many perpetuities involving geometric Brownian motion $\left(\exp \left(\nu B_t - \frac{\nu^2 t}{2} \right), t \geq 0 \right)$ have been considered, which is of no surprise due to its prominent role in the celebrated Black-Scholes model. Observe that, in the set-up of perpetuities, the parameter ν may be removed by scaling since:

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} f \left(e^{\nu B_s \pm \frac{\nu^2 s}{2}} \right) ds &\stackrel{(\text{law})}{=} \int_0^{+\infty} f \left(e^{B_{\nu^2 s} \pm \frac{\nu^2 s}{2}} \right) ds \\ &= \frac{1}{\nu^2} \int_0^{+\infty} f \left(e^{B_u \pm \frac{u}{2}} \right) du. \end{aligned}$$

Therefore, in the following, we shall emphasize our study on the processes :

$$\mathcal{E}_t = \exp \left(B_t + \frac{t}{2} \right) \quad \text{and} \quad \mathcal{M}_t = \exp \left(B_t - \frac{t}{2} \right).$$

In [16], Salminen and Yor introduced a translated version of Dufresne's perpetuity, to circumvent the fact that the original one does not have all his moments finite. They prove in particular the equality :

$$\int_0^{+\infty} \frac{ds}{(2a + \mathcal{E}_s)^2} \stackrel{(\text{law})}{=} \inf \left\{ s \geq 0, B_s + as = \frac{1}{2a} \ln(1 + 2a) \right\}$$

which we shall recover in Section 2. In fact, many perpetuities involving Brownian motion with drift are seen to be identical in law with the first hitting time of some associated diffusions, see [17] for a discussion and many examples on this subject.

In this paper, we study a generalization of Dufresne's translated perpetuity, that is,

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds,$$

and show, in particular, the following equalities in law:

THEOREM 1. Assume that $b > 0$ and $a^2 - b \geq 0$. Let $(R_t^{(3, \sqrt{a^2-b})}, t \geq 0)$ be a three-dimensional Bessel process with drift $\sqrt{a^2 - b}$. Then, if $\mathcal{E}_0 = \mathcal{M}_0 = x > 0$,

$$\begin{aligned} &\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds \\ &\stackrel{(\text{law})}{=} \inf \left\{ t \geq 0, R_t^{(3, \sqrt{a^2-b})} = \eta(\infty) \right\}, \\ &\text{with } R_0^{(3, \sqrt{a^2-b})} = \eta(x), \end{aligned}$$

and

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds$$

$$\stackrel{(\text{law})}{=} \inf \left\{ t \geq 0, R_t^{(3, \sqrt{a^2 - b})} = \eta(\infty) \right\},$$

with $R_0^{(3, \sqrt{a^2 - b})} = \eta(b/x)$.

where

$$\eta(x) = \int_0^x \frac{dz}{z^2 + 2az + b}.$$

We give two proofs of this result:

- i) a direct proof relying on a martingale approach and on the weak absolute continuity formula between Brownian motion and the three-dimensional Bessel process,
- ii) and a slightly more probabilistic proof relying on the third Ray-Knight theorem and on a decomposition of the three-dimensional Bessel paths at its last passage times.

In the remainder of the paper, we study via a Feynman-Kac approach the law of the pair :

$$\left(\int_0^t (e^{2\beta(B_s + \nu s)} - 1)^+ ds, \int_0^t (e^{2\beta(B_s + \nu s)} - 1)^- ds \right)$$

where $x^+ = \max(0, x)$ and $x^- = \min(0, x)$. This study answers a problem raised in the monograph [14, Chapter 4], where the authors compute the Laplace transform of the Black-Scholes call perpetuity

$$\int_0^{+\infty} (e^{x + B_u + \nu u} - K)^+ du$$

and leave as an open question the study of the analogous annuity. We then discuss several special cases (among which the Black-Scholes call annuity, the positive sojourn time of Brownian motion with drift and Yor's functional), and recover the Laplace transform of the associated perpetuities.

Note that annuities also appear in the computation of Asian options, where the payoff is determined by the average price of the underlying asset $(S_t, t \geq 0)$ on the considered period, see [7]. For instance, the price of an Asian Call option with exercise price K and maturity T is given by

$$\mathbb{E} \left[\left(\frac{1}{T} \int_0^T S_t dt - K \right)^+ \right].$$

This is somewhat different from the price of a classic European Call option, where only the final value of the underlying asset at time T is considered (see [3]) :

$$\mathbb{E} \left[(S_T - K)^+ \right].$$

Of course, Asian options are harder to compute in practice as they depend on the entire past history of the underlying

asset, but they make it possible to reduce the risk of price manipulation near the maturity date.

The paper is finally concluded by a short appendix on Bessel functions and Bessel processes (with drift).

2 A generalization of Dufresne's translated perpetuity

In this section, we compute the law of the perpetuities :

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds \quad \text{and}$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds.$$

THEOREM 2. Assume that the polynomial $z^2 + 2az + b$ does not have positive roots. For $2\lambda + a^2 - b \geq 0$, we have:

$$\mathbb{E}_x \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds \right) \right] =$$

$$\frac{\sqrt{x^2 + 2ax + b}}{x} \frac{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^x \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right)}{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right)}$$

and

$$\mathbb{E}_x \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds \right) \right] =$$

$$\frac{\sqrt{b + 2ax + x^2}}{\sqrt{b}} \frac{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^{b/x} \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right)}{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right)}.$$

The equality in law given in Theorem 1 follows directly from this result, since when $a^2 - b \geq 0$, one recognizes in the right-hand side the expression of the Laplace transform of the first passage time of a three-dimensional Bessel process with drift $\sqrt{a^2 - b}$. A short review of Bessel processes with drift is given in Section A, where these Laplace transforms are also inverted thanks to Jacobi's theta function.

2.1 A martingale approach to Dufresne's translated perpetuity

Let $x > 0$ and assume that $\mathcal{E}_0 = x$. By Lamperti's relation (see Theorem 7), there exists a three-dimensional Bessel process $(R_t, t \geq 0)$ started from x such that:

$$\mathcal{E}_t = R_{A_t} \quad \text{with } A_t = \langle \mathcal{E} \rangle_t = \int_0^t (\mathcal{E}_s)^2 ds.$$

Using this transform and the change of variable $u = A_s$, we obtain :

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2a\mathcal{E}_s + b)^2} ds &= \int_0^{+\infty} \frac{R_{A_s}^2}{(R_{A_s}^2 + 2aR_{A_s} + b)^2} ds \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{1}{(R_u^2 + 2aR_u + b)^2} du. \end{aligned} \quad (2)$$

To compute the law of this perpetuity, we shall construct the appropriate martingale, thanks to the following lemma:

LEMMA 3 ([13]). Let $\Delta = a^2 - b$ and $2\lambda + \Delta > 0$. Set for $x \geq 0$:

$$\eta(x) = \int_0^x \frac{dz}{z^2 + 2az + b}.$$

Then, the functions

$$\phi_{\pm}(x) = \sqrt{x^2 + 2ax + b} \exp\left(\pm \eta(x) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right)$$

are two independent solutions of the equation:

$$f'' - \frac{2\lambda}{(x^2 + 2ax + b)^2} f = 0.$$

Let $(W_t, t \geq 0)$ be a Brownian motion. Applying Itô's formula, we deduce that the process

$$\begin{aligned} M_t &= \sqrt{W_t^2 + 2aW_t + b} \sinh\left(\eta(W_t) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right) \\ &\quad \exp\left(-\lambda \int_0^t \frac{du}{(W_u^2 + 2aW_u + b)^2}\right) \end{aligned}$$

is a continuous martingale, and with $T_0 = \inf\{t \geq 0, W_t = 0\}$, Doob's optional stopping theorem implies:

$$\begin{aligned} &\sqrt{x^2 + 2ax + b} \sinh\left(\sqrt{2\lambda + \Delta} \eta(x)\right) \\ &= \mathbb{E}_x \left[\sqrt{W_{t \wedge T_0}^2 + 2aW_{t \wedge T_0} + b} \sinh\left(\eta(W_{t \wedge T_0}) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right) \right. \\ &\quad \left. \exp\left(-\lambda \int_0^{t \wedge T_0} \frac{du}{(W_u^2 + 2aW_u + b)^2}\right) \right] \\ &= \mathbb{E}_x \left[\sqrt{W_t^2 + 2aW_t + b} \sinh\left(\eta(W_t) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right) \right. \\ &\quad \left. \exp\left(-\lambda \int_0^t \frac{du}{(W_u^2 + 2aW_u + b)^2}\right) 1_{\{t < T_0\}} \right]. \end{aligned}$$

Now, from the absolute continuity formula between Brownian motion and the three-dimensional Bessel process (14), we deduce that:

$$\begin{aligned} &\sqrt{x^2 + 2ax + b} \sinh\left(\eta(x) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right) \\ &= x \mathbb{E}_x^{(3)} \left[\frac{1}{R_t} \sqrt{R_t^2 + 2aR_t + b} \sinh\left(\eta(R_t) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right) \right] \end{aligned}$$

$$\exp\left(-\lambda \int_0^t \frac{du}{(R_u^2 + 2aR_u + b)^2}\right)$$

and, letting t go towards $+\infty$, we obtain from the dominated convergence theorem :

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}_x^{(3)} \left[\exp\left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{du}{(R_u^2 + 2aR_u + b)^2}\right) \right] \\ &= \frac{1}{x} \sqrt{x^2 + 2ax + b} \frac{\sinh\left(\eta(x) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right)}{\sinh\left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right)}, \end{aligned} \quad (3)$$

which, thanks to (2), gives the first part of Theorem 2.

Next, the analogous formula for $\mathcal{M}$ follows by symmetry. Indeed, since when $B_0 = 0$,

$$\mathcal{M}_t = \exp\left(B_t - \frac{t}{2}\right) \stackrel{(\text{law})}{=} \exp\left(-B_t - \frac{t}{2}\right) = \frac{1}{\mathcal{E}_t}, \quad (4)$$

we obtain :

$$\begin{aligned} &\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \mathcal{M}_s^2}{(x^2 \mathcal{M}_s^2 + 2ax \mathcal{M}_s + b)^2} ds \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{x^2 \mathcal{E}_s^2}{(x^2 + 2ax \mathcal{E}_s + b \mathcal{E}_s^2)^2} ds \\ &= x^2 \int_0^{+\infty} \frac{b^2 \mathcal{E}_s^2}{(bx^2 + 2axb \mathcal{E}_s + b^2 \mathcal{E}_s^2)^2} ds \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}_x \left[\exp\left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a \mathcal{M}_s + b)^2} ds\right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{b + ax + x^2}}{\sqrt{b}} \frac{\sinh\left(x \sqrt{2\lambda + \Delta} \int_0^b \frac{dz}{z^2 + 2axz + bx^2}\right)}{\sinh\left(x \sqrt{2\lambda + \Delta} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z^2 + 2axz + bx^2}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{b + 2ax + x^2}}{\sqrt{b}} \frac{\sinh\left(\sqrt{2\lambda + \Delta} \int_0^{b/x} \frac{dy}{y^2 + 2ay + b}\right)}{\sinh\left(\sqrt{2\lambda + \Delta} \int_0^{+\infty} \frac{dy}{y^2 + 2ay + b}\right)}. \end{aligned}$$

after the change of variable $y = xz$. □

Remark 4. Letting x tend towards 0 in (3), we obtain the simple formula:

$$\begin{aligned} &\mathbb{E}_0^{(3)} \left[\exp\left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{du}{(R_u^2 + 2aR_u + b)^2}\right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{2\lambda + \Delta}}{\sqrt{b} \sinh\left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta}\right)}. \end{aligned}$$

2.2 A probabilistic approach to Dufresne's translated perpetuity

We now give another proof of Theorem 2, with a slightly more probabilistic approach. Let $x > 0$ and assume that $\mathcal{M}_0 = x$. From the Dambis, Dubins-Schwarz theorem (see [15, Theorem 1.6, p.181]), there exists a Brownian motion $(B_t, t \geq 0)$ started from x such that:

$$\mathcal{M}_t = B_{\langle \mathcal{M} \rangle_t} \quad \text{with } \langle \mathcal{M} \rangle_t = \int_0^t (\mathcal{M}_s)^2 ds.$$

Therefore:

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{B_{\langle \mathcal{M} \rangle_s}^2}{(B_{\langle \mathcal{M} \rangle_s}^2 + 2aB_{\langle \mathcal{M} \rangle_s} + b)^2} ds \\ &= \int_0^{T_0} \frac{1}{(B_u^2 + 2aB_u + b)^2} du, \end{aligned} \quad (5)$$

where $T_0 = \inf\{u \geq 0, B_u = 0\}$. By the classic time-reversal result of Brownian motion (see Section A), this last expression is seen to be identical in law with:

$$\begin{aligned} & \int_0^{T_0} \frac{1}{(B_u^2 + 2aB_u + b)^2} du \\ &= \int_0^{T_0} \frac{1}{(B_{T_0-s}^2 + 2aB_{T_0-s} + b)^2} ds \\ &\stackrel{(\text{law})}{=} \int_0^{G_x} \frac{1}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} ds \end{aligned} \quad (6)$$

where $(R_s, s \geq 0)$ is a three-dimensional Bessel process starting from 0 and $G_x = \sup\{s \geq 0, R_s = x\}$.

To compute the law of this last expression, we shall first consider the whole perpetuity

$$\int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2}.$$

From the occupation time formula and Ray-Knight's third theorem (see Theorem 10):

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} &= \int_0^{+\infty} \frac{L_\infty^y(R)}{(y^2 + 2ay + b)^2} dy \\ &\stackrel{(\text{law})}{=} \int_0^{+\infty} \frac{Z_y^{(2)}}{(y^2 + 2ay + b)^2} dy \end{aligned}$$

where $(Z_y^{(2)}, y \geq 0)$ denotes a two-dimensional squared Bessel process starting from 0. Then, from Theorem 8, the Laplace transform of the right-hand side equals :

$$\mathbb{E} \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{Z_y^{(2)}}{(y^2 + ay + b)^2} dy \right) \right] = F(\infty)$$

where F is the unique solution on $[0, +\infty[$ of :

$$F'' = \frac{2\lambda}{(x^2 + 2ax + b)^2} F$$

such that F is positive, non increasing, and $F(0) = 1$.

Therefore, from Lemma 3, there exist two constants α and β such that :

$$F(x) = \sqrt{x^2 + 2ax + b} \left(\alpha \cosh \left(\eta(x) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right) + \beta \sinh \left(\eta(x) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right) \right).$$

Since $F(0) = 1$, we deduce that:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{b}}.$$

Next, as F is positive and non increasing, the limit $F(\infty)$ necessarily exists, so we must have :

$$\frac{1}{\sqrt{b}} \cosh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right) + \beta \sinh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right) = 0$$

which yields

$$\beta = -\frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\cosh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right)}{\sinh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right)}.$$

Finally, thanks to the additivity formula of sinh:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{\sqrt{x^2 + 2ax + b}}{\sqrt{b}} \frac{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + \Delta} (\eta(\infty) - \eta(x)) \right)}{\sinh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right)} \\ &\xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2\lambda + \Delta}}{\sqrt{b} \sinh \left(\eta(+\infty) \sqrt{2\lambda + \Delta} \right)} \end{aligned}$$

and we recover the result of Remark 4. Now, to obtain the result for any $x > 0$ we shall use a decomposition of the paths of the three-dimensional Bessel process at its last passage time $G_x = \sup\{t \geq 0, R_t = x\}$. From Theorem 9, we may write :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} \\ &= \int_0^{G_x} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} + \int_{G_x}^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} \\ &= \int_0^{G_x} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} + \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_{G_x+s}^2 + 2aR_{G_x+s} + b)^2} \\ &\stackrel{(\text{law})}{=} \int_0^{G_x} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} + \int_0^{+\infty} \frac{ds}{((x + \tilde{R}_s)^2 + 2a(x + \tilde{R}_s) + b)^2} \end{aligned}$$

where $(\tilde{R}_s, s \geq 0)$ is an independent copy of $(R_s, s \geq 0)$. Taking the Laplace transform of both sides, we obtain, from

(5) and (6):

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_0^{(3)} \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} \right) \right] \\ &= \mathbb{E}_0^{(3)} \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{G_x} \frac{ds}{(R_s^2 + 2aR_s + b)^2} \right) \right] \\ &= \mathbb{E}_0^{(3)} \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{ds}{((x + \tilde{R}_s)^2 + 2a(x + \tilde{R}_s) + b)^2} \right) \right] \\ &= \mathbb{E}_x \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds \right) \right] \\ &= \mathbb{E}_0^{(3)} \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s^2 + (2a + 2x)R_s + x^2 + 2ax + b)^2} \right) \right], \end{aligned}$$

which yields the formula:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_x \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{M}_s^2}{(\mathcal{M}_s^2 + 2a\mathcal{M}_s + b)^2} ds \right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{x^2 + 2ax + b}}{\sqrt{b}} \\ &= \frac{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z^2 + 2(a+x)z + x^2 + 2ax + b} \right)}{\sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right)}. \end{aligned}$$

This new expression is seen to agree with Theorem 2 by applying the change of variable $z = \frac{b}{y} - x$ in the integral on the numerator. The other relation follows as before thanks to (4).

2.3 A few particular cases

- i) When $a = 1$ and $b = 1$, we recover a particular case of Hariya's identity :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2\mathcal{E}_s + 1)^2} ds \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s + 1)^4} \stackrel{(\text{law})}{=} \inf \{t \geq 0, R_t = 1\}. \end{aligned}$$

with $\mathcal{E}_0 = x$ and $R_0 = 1 - \frac{1}{1+x}$.

- ii) More generally, when $a = \sqrt{b}$,

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} \frac{\mathcal{E}_s^2}{(\mathcal{E}_s^2 + 2b\mathcal{E}_s + b^2)^2} ds \\ &= \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(R_s + b)^4} \stackrel{(\text{law})}{=} \inf \left\{ t \geq 0, R_t = \frac{1}{b} \right\}, \end{aligned}$$

with $\mathcal{E}_0 = x$ and $R_0 = \frac{1}{b} - \frac{1}{x+b}$.

- iii) We may recover the result of Salminen-Yor [17] by letting $b \rightarrow 0$. Indeed, for $0 < b < a^2$, we have:

$$\begin{aligned} & \int_0^x \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{a^2 - b}} \left(\ln \left(\frac{x + a - \sqrt{a^2 - b}}{x + a + \sqrt{a^2 - b}} \right) - \ln \left(\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{a + \sqrt{a^2 - b}} \right) \right) \end{aligned}$$

so that, letting b go towards 0, we obtain:

$$\begin{aligned} & \sinh \left(\sqrt{2\lambda + a^2 - b} \int_0^x \frac{dz}{z^2 + 2az + b} \right) \\ & \underset{b \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{2} \exp \left(\frac{\sqrt{2\lambda + a^2}}{2a} \left(\ln \left(\frac{x}{x + 2a} \right) - \ln \left(\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{b}{a^2}}}{2} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_x \left[\exp \left(-\lambda \int_0^{+\infty} \frac{ds}{(\mathcal{E}_s + 2a)^2} \right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{x + 2a}}{\sqrt{x}} \left(\frac{x}{x + 2a} \right)^{\frac{\sqrt{2\lambda + a^2}}{2a}} = \left(\frac{x}{x + 2a} \right)^{\frac{\sqrt{2\lambda + a^2}}{2a} - \frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

This last expression is seen to coincide with the Laplace transform of the first hitting time at level $\frac{1}{2a} \ln \left(\frac{x+2a}{x} \right)$ of a Brownian motion with drift a started from 0, which was the announced result in the introduction, with $x = 1$.

We refer to Salminen & Yor [16, 17] and Decamps, De Schepper, Goovaerts & Schoutens [4] for similar articles on this subject.

3 Some Black-Scholes annuities

Let $(B_t + vt, t \geq 0)$ be a standard Brownian motion with drift v started from 0. In this section, we study the law of the pair of annuities :

$$\left(\int_0^t \left(e^{2\beta(B_s + vs)} - 1 \right)^+ ds, \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s + vs)} - 1 \right)^- ds \right) \quad (7)$$

where $x^+ = \max(0, x)$ and $x^- = \min(0, x)$.

THEOREM 5. Let $\alpha, \beta, a, b, \lambda \geq 0$ and $v \in \mathbb{R}$. The double Laplace transform of the couple (7) is given by:

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda + a)t} \mathbb{E}_0 \left[\exp \left(-\alpha \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s + vs)} - 1 \right)^+ ds - \right. \right. \\ & \quad \left. \left. a \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s + vs)} - 1 \right)^- ds \right) \right] dt \\ &= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) \int_{-\infty}^0 e^{\nu y} I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} e^{by} \right) dy + \right. \\ & \quad \left. I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) \int_0^{+\infty} e^{\nu y} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} e^{\beta y} \right) dy \right) \end{aligned}$$

where the Wronskien ω_λ equals:

$$\omega_\lambda = \sqrt{2a} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2a}}{\beta} \right) I'_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) - \sqrt{2a} K'_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2a}}{\beta} \right) I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right)$$

and I_{2c} and $K_{2\gamma}$ denote the third modified Bessel functions with respective indexes

$$c = \frac{1}{2b} \sqrt{2\lambda + v^2} \quad \text{and} \\ \gamma = \begin{cases} \frac{1}{2\beta} \sqrt{2(\lambda + a) - 2\alpha + v^2} & \text{if } 2(\lambda + a) - 2\alpha + v^2 \geq 0 \\ \frac{i}{2\beta} \sqrt{2\alpha - 2(\lambda + a) - v^2} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

The proof of this result is given in the next Sections 3.1 and 3.2. We will discuss in Section 4 some special cases for which the expression on the right-hand side simplifies.

3.1 A useful version of the Feynman-Kac formula

To prove Theorem 5, we shall apply the following well-known Feynman-Kac formula, see for instance Janson [9, Appendix C] where many other Brownian areas are also studied.

THEOREM 6 (Feynman-Kac). *Let $V(x) \geq 0$ be a positive continuous function on $\mathbb{R}$, $\lambda > 0$, and let ϕ_+ and ϕ_- be two $\mathcal{C}^2$ -solutions of the differential equation*

$$\frac{1}{2} \phi''(x) = (V(x) + \lambda) \phi(x) \quad (8)$$

such that, for A large enough :

$$\begin{aligned} \phi_+ &\text{ is positive and bounded on } [A, +\infty[\quad \text{and} \\ \phi_- &\text{ is positive and bounded on }]-\infty, -A]. \end{aligned} \quad (9)$$

Let $w_\lambda := \phi_+(0)\phi'_-(0) - \phi_-(0)\phi'_+(0)$ and assume that $w_\lambda \neq 0$. Then, for any positive and measurable function f on $\mathbb{R}$ and any $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} &\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_x \left[e^{-\int_0^t V(B_s) ds} f(B_t) \right] dt = \\ &\frac{2}{\omega_\lambda} \left(\phi_+(x) \int_{-\infty}^x \phi_-(y) f(y) dy + \phi_-(x) \int_x^{+\infty} \phi_+(y) f(y) dy \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Demostración.

We sketch the proof of this result for the sake of completeness. First, define the Wronskien:

$$W_\lambda(x) = \phi_+(x)\phi'_-(x) - \phi_-(x)\phi'_+(x).$$

Since ϕ_+ and ϕ_- are solutions of (8), we deduce that $W'_\lambda(x) = 0$, hence for any $x \in \mathbb{R}$, $W_\lambda(x) = W_\lambda(0) = \omega_\lambda$.

Assume first that f is continuous and has compact support, and define:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \phi_+(x) \int_{-\infty}^x \phi_-(y) f(y) dy + \\ &\phi_-(x) \int_x^{+\infty} \phi_+(y) f(y) dy. \end{aligned}$$

ϕ is a function of $\mathcal{C}^1$ -class, and differentiation yields:

$$\begin{aligned} \phi'(x) &= \phi'_+(x) \int_{-\infty}^x \phi_-(y) f(y) dy + \\ &\phi'_-(x) \int_x^{+\infty} \phi_+(y) f(y) dy. \end{aligned}$$

We thus deduce that ϕ is of $\mathcal{C}^2$ -class, and from (8):

$$\begin{aligned} \phi''(x) &= 2(V(x) + \lambda)\phi(x) - W_\lambda(x)f(x) \\ &= 2(V(x) + \lambda)\phi(x) - \omega_\lambda f(x). \end{aligned}$$

Observe also that, since f is a function with compact support, the function ϕ is bounded on $\mathbb{R}$. Consider now the process

$$M_t = e^{-\lambda t - \int_0^t V(B_s) ds} \phi(B_t) + \frac{\omega_\lambda}{2} \int_0^t e^{-\lambda u - \int_0^u V(B_s) ds} f(B_u) du.$$

From Itô's formula, this process is a local martingale and we have the estimate:

$$\begin{aligned} |M_t| &\leq \sup_{x \in \mathbb{R}} |\phi(x)| + \frac{\omega_\lambda}{2} \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)| \int_0^t e^{-\lambda u} du \\ &\leq \sup_{x \in \mathbb{R}} |\phi(x)| + \frac{\omega_\lambda}{2\lambda} \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|. \end{aligned}$$

Therefore M is uniformly bounded, i.e. M is a bounded martingale and

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \mathbb{E}_x [M_0] = \mathbb{E}_x [M_\infty] \\ &= \frac{\omega_\lambda}{2} \mathbb{E}_x \left[\int_0^{+\infty} e^{-\lambda u - \int_0^u V(B_s) ds} f(B_u) du \right]. \end{aligned}$$

By a monotone class argument, the assumption on the continuity of f may be dropped, so Relation (10) is in fact valid for any positive and measurable function with compact support. Let now f be a positive and measurable function, and consider the sequence of functions

$$f_n(y) = f(y) 1_{\{|y| \leq n\}}.$$

Since the f_n have compact support, we may apply Relation (10) and write, for n large enough:

$$\begin{aligned} &\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_x \left[e^{-\int_0^t V(B_s) ds} f(B_t) 1_{\{|B_t| \leq n\}} \right] dt \\ &= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\phi_+(x) \int_{-\infty}^x \phi_-(y) f(y) dy + \phi_-(x) \int_x^{+\infty} \phi_+(y) f(y) dy \right). \end{aligned}$$

We finally end the proof by letting $n \rightarrow +\infty$ and applying the monotone convergence theorem thanks to the Condition (9). $\square$

3.2 Proof of Theorem 5

We restrict our attention to the case $x = 0$, for which the formulae take a simpler form. To prove Theorem 5, we first remove the drift thanks to the Cameron-Martin formula, which states that for every functional F :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_0[F(B_s + \nu s, s \leq t)] &= \mathbb{E}_0\left[e^{\nu B_t - \frac{\nu^2 t}{2}} F(B_s, s \leq t)\right] \\ &= e^{-\frac{\nu^2 t}{2}} \mathbb{E}_0\left[e^{\nu B_t} F(B_s, s \leq t)\right].\end{aligned}$$

Therefore the double Laplace transform reads:

$$\begin{aligned}&\int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+a)t} \mathbb{E}_0\left[\exp\left(-\alpha \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1\right)^+ ds - \right.\right. \\ &\quad \left.\left. a \int_0^t \left(e^{2b(B_s+\nu s)} - 1\right)^- ds\right)\right] dt \\ &= \int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+\frac{\nu^2}{2})t} \mathbb{E}_0\left[e^{\nu B_t} \exp\left(-\alpha \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1\right)^+ ds \right.\right. \\ &\quad \left.\left. - at - a \int_0^t \left(e^{2b(B_s+\nu s)} - 1\right)^- ds\right)\right] dt\end{aligned}$$

Consider the ordinary differential equation:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\phi''(x) &= \left(\alpha(e^{2\beta x} - 1)1_{\{x>0\}} + a(e^{2bx} - 1)1_{\{x<0\}} + \right. \\ &\quad \left. a + \frac{\nu^2}{2} + \lambda\right)\phi(x).\end{aligned}$$

The function V defined by

$$V(x) = \alpha(e^{2\beta x} - 1)1_{\{x>0\}} + a(e^{2bx} - 1)1_{\{x<0\}} + a + \frac{\nu^2}{2}$$

is positive and continuous, so we may apply the Feynman-Kac Theorem 6. To simplify the notation, we set:

$$\begin{aligned}c &= \frac{1}{2b}\sqrt{2\lambda + \nu^2} \quad \text{and} \\ \gamma &= \begin{cases} \frac{1}{2\beta}\sqrt{2(\lambda + a) - 2\alpha + \nu^2} & \text{if } 2(\lambda + a) - 2\alpha + \nu^2 \geq 0 \\ \frac{i}{2\beta}\sqrt{2\alpha - 2(\lambda + a) - \nu^2} & \text{otherwise.} \end{cases}\end{aligned}$$

In this framework, the solutions ϕ_+ and ϕ_- which satisfy (9) are given by (see Section A.1):

$$\phi_+(x) = K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} e^{\beta x} \right) \quad \text{for } x \geq 0,$$

and

$$\phi_-(x) = I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} e^{bx} \right) \quad \text{for } x \leq 0.$$

Their Wronskien equals

$$\begin{aligned}\omega_\lambda &= \sqrt{2a}K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) I'_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) - \\ &\quad \sqrt{2\alpha}K'_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right),\end{aligned}$$

so the Feynman-Kac formula yields, for $x = 0$:

$$\begin{aligned}&\int_0^{+\infty} e^{-(\lambda+a)t} \mathbb{E}_0\left[\exp\left(-\alpha \int_0^t \left(e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1\right)^+ ds - \right.\right. \\ &\quad \left.\left. a \int_0^t \left(e^{2b(B_s+\nu s)} - 1\right)^- ds\right)\right] dt \\ &= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\phi_-(0) \int_0^{+\infty} e^{\nu y} \phi_+(y) dy + \phi_+(0) \int_{-\infty}^0 e^{\nu y} \phi_-(y) dy \right)\end{aligned}$$

which ends the proof. $\square$

4 Some special annuities

We now look at some particular cases of Theorem 5, according to the values of α, β, a and b . Most of the formulae we obtain may be found in [2].

4.1 The Black-Scholes call annuity

We first let $a \rightarrow 0$ in Theorem 5. Recall the asymptotics (see Section A.1):

$$\begin{aligned}I_\mu(z) &\underset{z \rightarrow 0}{\sim} \frac{z^\mu}{2^\mu \Gamma(\mu + 1)} \quad \text{and} \\ zI'_\mu(z) &= zI_{\mu+1}(z) + \mu I_\mu(z) \underset{z \rightarrow 0}{\sim} \frac{\mu z^\mu}{2^\mu \Gamma(\mu + 1)}.\end{aligned}$$

We thus obtain the double Laplace transform of the Black-Scholes call annuity:

$$\begin{aligned}&\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0\left[e^{-\alpha \int_0^t (e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1)^+ ds}\right] dt \\ &= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\int_0^{+\infty} e^{\nu y} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} e^{\beta y} \right) dy + \frac{K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}{\nu + \sqrt{2\lambda + \nu^2}} \right)\end{aligned}$$

where the Wronskien ω_λ equals:

$$\omega_\lambda = \sqrt{2\lambda + \nu^2} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) - \sqrt{2\alpha} K'_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right).$$

We may also recover the Laplace transform of the associated perpetuity as follows. Assume that $\nu < 0$ and replace λ by $\lambda\varepsilon$ to obtain:

$$\begin{aligned}&\int_0^{+\infty} e^{-\lambda\varepsilon t} \mathbb{E}_0\left[e^{-\alpha \int_0^t (e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1)^+ ds}\right] dt \\ &= \frac{1}{\varepsilon} \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0\left[e^{-\alpha \int_0^t (e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1)^+ ds}\right] dt.\end{aligned}$$

Now letting $\varepsilon \rightarrow 0$, we deduce that:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\lambda} \mathbb{E}_0\left[e^{-\alpha \int_0^{+\infty} (e^{2\beta(B_s+\nu s)} - 1)^+ ds}\right] \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{2\varepsilon}{w_{\lambda\varepsilon}} \left(\int_0^{+\infty} e^{\nu y} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} e^{\beta y} \right) dy + \frac{K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}{\nu + \sqrt{2\lambda\varepsilon + \nu^2}} \right)\end{aligned}$$

$$= \frac{2|\nu|}{\lambda} \frac{K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}{|\nu| K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) - \sqrt{2\alpha} K'_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)},$$

which agrees with [14, Section 4.4, p.107]. Unfortunately, it does not seem easy to invert this Laplace transform.

4.2 The positive sojourn time of Brownian motion with drift

Let first $\alpha \rightarrow 0$. From the asymptotics (see Section A.1):

$$K_\nu(z) \underset{z \rightarrow 0}{\sim} \frac{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)}{z^\nu} \quad \text{and} \\ zK'_\nu(z) = -zK_{\nu-1}(z) - \nu I_\nu(z) \underset{z \rightarrow 0}{\sim} \frac{\nu 2^{\nu-1} \Gamma(\nu)}{z^\nu}$$

we deduce that

$$\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0 \left[e^{-at - a \int_0^t (e^{2b(B_s + \nu s)} - 1)^- ds} \right] dt \\ = \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\int_{-\infty}^0 e^{\nu y} I_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} e^{by} \right) dy + \frac{I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right)}{\sqrt{2(\lambda + a) + \nu^2 - \nu}} \right)$$

where the Wronskien ω_λ equals:

$$\omega_\lambda = \sqrt{2a} I'_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) + \sqrt{2(\lambda + a) + \nu^2} I_{2c} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right).$$

We now let further $b \rightarrow +\infty$. The left-hand side yields :

$$t + \int_0^t (e^{2b(B_s + \nu s)} - 1)^- ds \\ = t + \int_0^t e^{2b(B_s + \nu s)} 1_{\{B_s + \nu s < 0\}} ds - \\ \int_0^t 1_{\{B_s + \nu s < 0\}} ds \xrightarrow{b \rightarrow +\infty} \int_0^t 1_{\{B_s + \nu s \geq 0\}} ds$$

To compute the limit as $b \rightarrow +\infty$ in the right-hand side, we rely on the following integral formula

$$I_\mu(z) = \frac{z^\mu}{2^\mu \sqrt{\pi} \Gamma(\mu + \frac{1}{2})} \int_0^\pi e^{z \cos(\theta)} \sin^{2\mu}(\theta) d\theta$$

which gives :

$$I_{\frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{b}} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} e^{by} \right) \xrightarrow{b \rightarrow +\infty} e^{y\sqrt{2\lambda + \nu^2}}$$

and

$$I'_{\frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{b}} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) = I_{\frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{b} + 1} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) + \\ \frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{\sqrt{2a}} I_{\frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{b}} \left(\frac{\sqrt{2a}}{b} \right) \xrightarrow{b \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{\sqrt{2a}}.$$

Therefore, we deduce that

$$\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0 \left[e^{-a \int_0^t 1_{\{B_s + \nu s > 0\}} ds} \right] dt$$

$$= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\int_{-\infty}^0 e^{\nu y} e^{y\sqrt{2\lambda + \nu^2}} dy + \frac{1}{\sqrt{2(\lambda + a) + \nu^2 - \nu}} \right) \\ = \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\frac{1}{\nu + \sqrt{2\lambda + \nu^2}} + \frac{1}{\sqrt{2(\lambda + a) + \nu^2 - \nu}} \right),$$

with

$$\omega_\lambda = \sqrt{2\lambda + \nu^2} + \sqrt{2(\lambda + a) + \nu^2}.$$

We now study two further simplifications :

i) When $\nu = 0$, this expression simplifies to:

$$\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0 \left[e^{-a \int_0^t 1_{\{B_s > 0\}} ds} \right] dt = \frac{1}{\sqrt{\lambda} \sqrt{\lambda + a}}$$

and this double Laplace transform may be inverted to recover the celebrated Arcsine law of Brownian motion:

$$\mathbb{P}_0 \left(\int_0^t 1_{\{B_s > 0\}} ds \in dz \right) = \frac{1}{\pi \sqrt{z} \sqrt{t - z}} 1_{\{0 < z < t\}} dz.$$

ii) When $\nu < 0$, we may obtain the Laplace transform of the associated perpetuity as before:

$$\mathbb{E}_0 \left[e^{-a \int_0^{+\infty} 1_{\{B_s + \nu s > 0\}} ds} \right] \\ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{2\lambda\varepsilon}{\omega_{\lambda\varepsilon}} \left(\frac{1}{\nu + \sqrt{2\lambda\varepsilon + \nu^2}} + \frac{1}{\sqrt{2(\lambda\varepsilon + a) + \nu^2 - \nu}} \right) \\ = \frac{2|\nu|}{|\nu| + \sqrt{2a + \nu^2}},$$

which may be inverted to give (see [6, Formula 4, p.233]):

$$\mathbb{P}_0 \left(\int_0^{+\infty} 1_{\{B_s + \nu s > 0\}} ds \in dz \right) \\ = \frac{|\nu| \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{z}} e^{-\frac{\nu^2}{2} z} - |\nu| \sqrt{2} \int_{\frac{|\nu| \sqrt{z}}{\sqrt{2}}}^{+\infty} e^{-t^2} dt \right) 1_{\{z > 0\}} dz.$$

4.3 Yor's functional

Take $a = \alpha$ and $b = \beta$. Then, from (11), the Wronskien simplifies to

$$\omega_\lambda = \beta$$

and from the formula (see [8, p.712]) :

$$2I_\gamma(x) K_\gamma(y) = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t}{2} - \frac{x^2 + y^2}{2t}} I_\gamma \left(\frac{xy}{t} \right) \frac{dt}{t}, \quad \text{for } y \geq x,$$

we obtain the expression :

$$\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0 \left[e^{-\alpha \int_0^t e^{2\beta(B_s + \nu s)} ds} \right] dt \\ = \frac{1}{\beta} \int_0^{+\infty} \frac{dt}{t} \exp \left(-\frac{t}{2} - \frac{\alpha}{t\beta^2} \right) \int_{\mathbb{R}} \exp \left(-\frac{\alpha}{t\beta^2} e^{2\beta y} \right)$$

$$\begin{aligned} & e^{\nu y} I_{2\gamma} \left(\frac{2\alpha e^{\beta y}}{t\beta^2} \right) dy \\ &= \frac{1}{\beta} \int_0^{+\infty} \frac{dz}{z} e^{-\alpha z} \exp \left(-\frac{1}{2z\beta^2} \right) \int_{\mathbb{R}} \exp \left(-\frac{1}{2z\beta^2} e^{2\beta y} \right) \\ & e^{\nu y} I_{2\gamma} \left(\frac{e^{\beta y}}{z\beta^2} \right) dy. \end{aligned}$$

We may therefore invert the Laplace transform in α to obtain:

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}_0 \left(\int_0^{\tau_\lambda} e^{2\beta(B_s + \nu s)} ds \in dz \right) \\ &= \frac{\lambda}{z\beta} e^{-\frac{1}{2z\beta^2}} \int_{\mathbb{R}} \exp \left(-\frac{1}{2z\beta^2} e^{2\beta y} \right) e^{\nu y} I_{\frac{\sqrt{2\lambda + \nu^2}}{\beta}} \left(\frac{e^{\beta y}}{z\beta^2} \right) dy \end{aligned}$$

where τ_λ denotes an exponential random variable with parameter λ independent from B .

Note that this last Laplace transform may be also inverted thanks to the Hartman-Watson function θ_r given by:

$$I_{\sqrt{2\lambda}}(r) = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \theta_r(t) dt$$

which, from Yor [19], admits the representation:

$$\theta_r(t) = \frac{r}{\sqrt{2\pi^3 t}} \int_0^{+\infty} e^{\frac{\pi^2 - y^2}{2t} - r \cosh(y)} \sinh(y) \sin \left(\frac{\pi y}{t} \right) dy.$$

4.4 One-sided Yor's functional

Take $a = \alpha$ and let $b \rightarrow +\infty$. We obtain :

$$\begin{aligned} & \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} \mathbb{E}_0 \left[e^{-\alpha \int_0^t e^{2\beta(B_s + \nu s)} ds} 1_{\{B_s + \nu s > 0\}} ds \right] dt \\ &= \frac{2}{\omega_\lambda} \left(\frac{K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}{\nu + \sqrt{2\lambda + \nu^2}} + \int_0^{+\infty} e^{\nu y} K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} e^{\beta y} \right) dy \right) \end{aligned}$$

with

$$\omega_\lambda = K_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right) \sqrt{2\lambda + \nu^2} - \sqrt{2\alpha} K'_{2\gamma} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right).$$

This allows to recover the associated perpetuity, for $\nu < 0$:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_0 \left[\exp \left(-\alpha \int_0^{+\infty} e^{2\beta(B_s + \nu s)} ds 1_{\{B_s + \nu s > 0\}} ds \right) \right] \\ &= \frac{2|\nu| K_{\frac{| \nu |}{\beta}} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}{\sqrt{2\alpha} K_{\frac{| \nu |}{\beta} + 1} \left(\frac{\sqrt{2\alpha}}{\beta} \right)}. \end{aligned}$$

We refer to Salminen & Yor [16, 17] for a comprehensive study of this family of perpetuities.

Referencias

- [1] M. ABRAMOWITZ AND I. A. STEGUN, eds., *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, Dover Publications Inc., New York, 1992. Reprint of the 1972 edition.
- [2] A. N. BORODIN AND P. SALMINEN, *Handbook of Brownian motion—facts and formulae*, Probability and its Applications, Birkhäuser Verlag, Basel, second ed., 2002.
- [3] D. CHAMORRO, *Algunas herramientas matemáticas para la economía y las finanzas: el movimiento Browniano y la integral de Wiener*, Analítica, 3 (2012), pp. 3–15.
- [4] M. DECAMPS, A. DE SCHEPPER, M. GOOVAERTS, AND W. SCHOUTENS, *A note on some new perpetuities*, Scand. Actuar. J., (2005), pp. 261–270.
- [5] D. DUFRESNE, *The distribution of a perpetuity, with applications to risk theory and pension funding*, Scand. Actuar. J., (1990), pp. 39–79.
- [6] A. ERDÉLYI, W. MAGNUS, F. OBERHETTINGER, AND F. G. TRICOMI, *Tables of integral transforms. Vol. I*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York-Toronto-London, 1954. Based, in part, on notes left by Harry Bateman.
- [7] H. GEMAN AND M. YOR, *Bessel processes, Asian options and perpetuities*, Mathematical finance, 3 (1993), pp. 349–375.
- [8] I. S. GRADSHTEYN AND I. M. RYZHIK, *Table of integrals, series, and products*, Elsevier/Academic Press, Amsterdam, seventh ed., 2007. Translated from the Russian, Translation edited and with a preface by Alan Jeffrey and Daniel Zwillinger, With one CD-ROM (Windows, Macintosh and UNIX).
- [9] S. JANSON, *Brownian excursion area, Wright's constants in graph enumeration, and other Brownian areas*, Probab. Surv., 4 (2007), pp. 80–145.
- [10] N. N. LEBEDEV, *Special functions and their applications*, Dover Publications Inc., New York, 1972. Revised edition, translated from the Russian and edited by Richard A. Silverman, Unabridged and corrected republication.
- [11] J. PITMAN AND M. YOR, *Bessel processes and infinitely divisible laws*, in Stochastic integrals (Proc. Sympos., Univ. Durham, Durham, 1980), vol. 851 of Lecture Notes in Math., Springer, Berlin, 1981, pp. 285–370.
- [12] J. W. PITMAN, *One-dimensional Brownian motion and the three-dimensional Bessel process*, Advances in Appl. Probability, 7 (1975), pp. 511–526.
- [13] A. D. POLYANIN AND V. F. ZAITSEV, *Handbook of exact solutions for ordinary differential equations*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, second ed., 2003.
- [14] C. PROFETA, B. ROYNETTE, AND M. YOR, *Option prices as probabilities*, Springer Finance, Springer-Verlag, Berlin, 2010. A new look at generalized Black-Scholes formulae.

- [15] D. REVUZ AND M. YOR, *Continuous martingales and Brownian motion*, vol. 293 of Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences], Springer-Verlag, Berlin, third ed., 1999.
- [16] P. SALMINEN AND M. YOR, *On Dufresne's perpetuity, translated and reflected*, in *Stochastic processes and applications to mathematical finance*, World Sci. Publ., River Edge, NJ, 2004, pp. 337–354.
- [17] ———, *Perpetual integral functionals as hitting and occupation times*, *Electron. J. Probab.*, 10 (2005), pp. no. 11, 371–419 (electronic).
- [18] D. WILLIAMS, *Path decomposition and continuity of local time for one-dimensional diffusions. I*, *Proc. London Math. Soc.* (3), 28 (1974), pp. 738–768.
- [19] M. YOR, *Loi de l'indice du lacet brownien, et distribution de Hartman-Watson*, *Z. Wahrsch. Verw. Gebiete*, 53 (1980), pp. 71–95.

A Appendix on Bessel functions and Bessel processes (with drift)

A.1 Modified Bessel functions [10, Chapter 5]

For $\nu \in \mathbb{C}$, let I_ν denote the modified Bessel function defined by:

$$I_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x/2)^{\nu+2k}}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)} \quad x > 0,$$

and K_ν the McDonald function defined, for $\nu \notin \mathbb{Z}$, by:

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2} \frac{I_{-\nu}(x) - I_\nu(x)}{\sin(\nu\pi)} \quad x > 0,$$

and for $\nu = n \in \mathbb{Z}$ by:

$$K_n(x) = \lim_{\substack{\nu \rightarrow n \\ \nu \neq n}} K_\nu(x).$$

It is known that these functions generate the set of solutions of the linear differential equation:

$$u'' + \frac{1}{x}u' - \left(1 + \frac{\nu^2}{x^2}\right)u = 0.$$

Their derivatives are seen to satisfy several recurrence relations:

$$\begin{cases} xI'_\nu(x) = xI_{\nu-1}(x) - \nu I_\nu(x) = xI_{\nu+1}(x) + \nu I_\nu(x), \\ xK'_\nu(x) = -xK_{\nu-1}(x) - \nu K_\nu(x) = -xK_{\nu+1}(x) + \nu K_\nu(x), \end{cases}$$

and their Wronskien takes a particularly simple form:

$$W(I_\nu(x), K_\nu(x)) := I_\nu(x)K'_\nu(x) - I'_\nu(x)K_\nu(x) = -\frac{1}{x}. \quad (11)$$

Note that they both simplify when $\nu = \pm 1/2$:

$$I_{-1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cosh(z), \quad I_{1/2}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sinh(z)$$

and

$$K_{-1/2}(z) = K_{1/2}(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z}.$$

For real and strictly positive $\nu > 0$, I_ν is a positive increasing function and K_ν is a positive decreasing function. In this case, they both admit some useful integral representation:

$$\begin{cases} I_\nu(x) = \frac{x^\nu}{2^\nu \sqrt{\pi} \Gamma(\nu + \frac{1}{2})} \int_0^\pi e^{x \cos(\theta)} \sin^{2\nu}(\theta) d\theta \\ K_\nu(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \int_0^{+\infty} \frac{1}{t^{\nu+1}} \exp\left(-t - \frac{x^2}{4t}\right) dt \end{cases}$$

from which we may deduce the following equivalents (still for $\nu > 0$):

$$I_\nu(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{x^\nu}{2^\nu \Gamma(\nu + 1)} \quad \text{and} \quad K_\nu(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{2^{\nu-1} \Gamma(\nu)}{x^\nu},$$

and the asymptotic formulae when $x \rightarrow +\infty$:

$$I_\nu(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}} \quad \text{and} \quad K_\nu(x) \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \sqrt{\frac{\pi}{2x}} e^{-x}.$$

A.2 Bessel processes with drift [11]

Let $\delta \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ and $c > 0$. The Bessel process of dimension δ (or equivalently of index $\nu = \frac{\delta}{2} - 1$) and drift c is the diffusion $(R_t^{(\delta,c)}, t \geq 0)$ with generator:

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{2\nu+1}{2x} + c \frac{I_{\nu+1}(cx)}{I_\nu(cx)} \right) \frac{\partial}{\partial x}. \quad (12)$$

We denote by $\mathbb{P}_x^{(\delta,c)}$ its law when started from x . This process may be obtained as the euclidean norm of a δ -dimensional Brownian motion $\vec{B}$ with drift $\vec{\mu} \in \mathbb{R}^\delta$ such that $\|\vec{\mu}\| = c$:

$$R_t^{(\delta,c)} = \|\vec{B}_t + \vec{\mu} \cdot \vec{t}\|.$$

The law of the first passage times of $(R_t, t \geq 0)$ is given by the following Laplace transform:

$$\mathbb{E}_x^{(\delta,c)} [e^{-\lambda T_a}] = \begin{cases} \frac{I_\nu(x\sqrt{2\lambda+c^2})}{I_\nu(a\sqrt{2\lambda+c^2})} \frac{I_\nu(ca)}{I_\nu(cx)} & \text{if } x \leq a, \\ \frac{K_\nu(x\sqrt{2\lambda+c^2})}{K_\nu(a\sqrt{2\lambda+c^2})} \frac{I_\nu(ca)}{I_\nu(cx)} & \text{if } x \geq a. \end{cases}$$

In particular, when $\delta = 3$, (i.e. $\nu = \frac{1}{2}$), these formulae simplify to:

$$\begin{aligned} & E_x^{(3,c)} [e^{-\lambda T_a}] \\ &= \begin{cases} \frac{\sinh(x\sqrt{2\lambda+c^2})}{\sinh(a\sqrt{2\lambda+c^2})} \frac{\sinh(ca)}{\sinh(cx)} & \text{if } x \leq a, \\ \exp\left(-(x-a)\sqrt{2\lambda+c^2}\right) \frac{\sinh(ca)}{\sinh(cx)} & \text{if } x \geq a. \end{cases} \end{aligned}$$

Note that this Laplace transform may be inverted, see [6, p.258]:

$$\mathbb{P}_x^{(3,c)}(T_a \in dt)/dt = \begin{cases} \frac{\sinh(ca)}{\sinh(cx)} \frac{1}{\sqrt{2\pi t^3}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} ((2n+1)a-x) \exp\left(-\frac{((2n+1)a-x)^2}{2t} - \frac{c^2}{2}t\right) & \text{if } x \leq a, \\ \frac{\sinh(ca)}{\sinh(cx)} \frac{(x-a)}{\sqrt{2\pi t^3}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2t} - \frac{c^2}{2}t\right) & \text{if } x \geq a. \end{cases}$$

A.3 Bessel processes

Letting $c \rightarrow 0$ informally in (12), we obtain the generator of the classic Bessel process with index ν :

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{2\nu+1}{2x} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (13)$$

These processes are deeply related with geometric Brownian motion thanks to the following Lamperti's relation:

THEOREM 7 ([18]). *Let $(B_t + \nu t, t \geq 0)$ be a Brownian motion with drift $\nu > 0$ starting from $\log(x)$. Then, there exists $(R_t^{(\nu)}, t \geq 0)$ a Bessel process of index ν started from x such that:*

$$\exp(B_t + \nu t) = R_{\int_0^t \exp(2(B_s + \nu s)) ds}^{(\nu)}.$$

In particular, for $\nu > 0$, $(R_t^{(\nu)}, t \geq 0)$ is transient and $\lim_{t \rightarrow +\infty} R_t^{(\nu)} = +\infty$ a.s. In the framework of perpetuities, we may mention the following theorem, which allows to compute the law of some perpetuities involving squared Bessel processes, see [15, Theorem 1.7 p.444]:

THEOREM 8. *Let φ be a positive and measurable function such that $\int_0^{+\infty} (1+x)\varphi(x)dx < +\infty$. Then:*

$$\mathbb{E}_x^{(\delta)} \left[\exp \left(- \int_0^{+\infty} R_t^2 \varphi(t) dt \right) \right] = F(+\infty)^{\delta/2} \exp \left(\frac{x}{2} F'(0) \right)$$

where F is the unique solution on $[0, +\infty[$ of:

$$\mathcal{F}'' = \varphi(x)F \text{ such that } F \text{ is positive, non increasing, and } F(0) = 1.$$

A.4 The three-dimensional Bessel process [15, Chapter VI.3]

We now take $\delta = 3$ (i.e. $\nu = \frac{1}{2}$) in (13) to obtain the classic three-dimensional Bessel process. This process enjoys many important properties and is, in some sense, very close to Brownian motion. In particular, there is a weak absolute continuity formula between Brownian motion and the three-dimensional Bessel process :

$$\mathbb{P}_{x|\mathcal{F}_t}^{(3)} = \frac{B_t}{x} 1_{\{t > T_0\}} \cdot \mathbb{P}_{x|\mathcal{F}_t}. \quad (14)$$

The paths of a three-dimensional Bessel process admit a useful decomposition as follows:

THEOREM 9. *Let $(R_t, t \geq 0)$ be a three-dimensional Bessel process started from 0 and define $G_x = \sup\{t \geq 0, R_t = x\}$ its last passage time at level x . Then:*

- conditionally on G_x , the processes $(R_t, t \leq G_x)$ and $(R_{t+G_x}, t \geq 0)$ are independent,
- the process $(R_{t+G_x}, t \geq 0)$ has the same law as $(x + R_t, t \geq 0)$,
- the process $(R_t, t \leq G_x)$ has the same law as $(B_{T_0-t}, t \leq T_0)$ where $(B_t, t \geq 0)$ is a Brownian motion started from x and $T_0 = \inf\{t \geq 0, B_t = 0\}$.

This result was first proven by Williams [18] in its decomposition of the Brownian paths, see also Pitman [12] for a related study.

We conclude this appendix by stating the third Ray-Knight theorem, which describes the dependence in the space variable of the total local time of the three-dimensional Bessel process :

THEOREM 10 (Ray-Knight). *Let $(R_t, t \geq 0)$ be a three-dimensional Bessel process started from 0 and denote by $L_\infty^y(R)$ its total local time at level y . Then:*

$$(L_\infty^y, y \geq 0) \stackrel{(law)}{=} (Z_y^{(2)}, y \geq 0)$$

where $Z^{(2)}$ is a two-dimensional squared Bessel process started from 0.

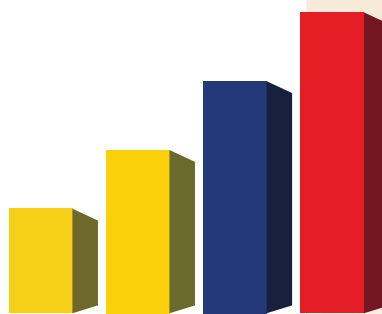
We refer to [2, Chapter V] for other similar Ray-Knight theorems.

Analítica

Factores que influyen en la satisfacción laboral
de una universidad ecuatoriana

Factors influencing in the labor satisfaction
of an Ecuadorian university

Marco Flores-Calero, Cristina Manzano y
Santiago López



www.ecuadorencifras.gob.ec

FACTORES QUE INFLUYEN EN LA SATISFACCIÓN LABORAL DE UNA UNIVERSIDAD ECUATORIANA

FACTORS INFLUENCING IN THE LABOR SATISFACTION OF AN ECUADORIAN UNIVERSITY

Marco Flores-Calero[†], Cristina Manzano[‡] y Santiago López[§]

[†] Departamento de Eléctrica y Electrónica, Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE, Sangolquí, Ecuador

[‡] Facultad de Contabilidad y Auditoría, Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador

[§] Dirección de Evaluación y Aseguramiento de la Calidad, Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador

[†]mjflores@espe.edu.ec, [‡]cmanzano@uta.edu.ec, [§]slopez@uta.edu.ec

Recibido: 11 de noviembre de 2013

Aceptado: 29 de noviembre de 2013

Resumen

En esta investigación se determinan los factores que explican la satisfacción laboral de los profesores de una universidad ecuatoriana. El instrumento de evaluación fue valorado en una muestra de 902 personas. Para el estudio se usó el método de Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM). Dicho método generó seis factores, los cuales explican varios de los conceptos de interés en esta investigación, como son: reconocimiento y autonomía laboral, satisfacción con las facilidades para desarrollar el trabajo, seguimiento (control o supervisión) del jefe, satisfacción con el salario y el desarrollo profesional, trato del jefe y reacción (gestión) del jefe ante los problemas.

Palabras clave: Satisfacción Laboral, Análisis de Correspondencias Múltiples, Alfa de Cronbach.

Abstract

This research identifies the factors which explain the professor's satisfaction with the labor practices of an Ecuadorian university. The study had used an instrument which was applied to 902 persons. The information was studied using factorial analysis through the method of Multiple Correspondence Analysis (MCA). The results generated six factors that explain several concepts of interest for this research; such as: recognition and job autonomy, satisfaction with the facilities to work development, monitoring (control or supervision) of the leader, salary and professional development satisfaction, and the leaders treatment and reaction (management) of problems.

Keywords: Work Satisfaction, Multiple Correspondence Analysis, Alpha Cronbach.

Código JEL: C1, C8.

1 Introducción

El papel del docente es primordial para la formación de profesionales competentes que respondan a las necesidades de la sociedad. En relación con ello, la satisfacción laboral merece especial importancia en la actualidad, a nivel mundial. En Ecuador, en particular, en el año 2010, se promulgó la Ley Orgánica de Educación Superior, la cual establece principios para el aseguramiento de la calidad en la formación de los profesionales, lo que precisa de sus au-

toridades la evaluación de la satisfacción de sus docentes como parte de una gestión eficiente y eficaz.

Este estudio identifica los factores que determinan la satisfacción laboral de los docentes de la Universidad Técnica de Ambato (provincia de Tungurahua, Ecuador). Se emplea una metodología que incorpora varios factores: tipo de liderazgo de sus autoridades, beneficios, condiciones de trabajo (infraestructura, dotación, etc.), reconocimiento obtenido, ambiente de trabajo, remuneraciones, el trabajo en

sí mismo (labor como docente) y la autonomía del trabajo, varios de los cuales han sido analizados por [1].

El primer autor que trató el tema de satisfacción, al proponer *Una Teoría de la Motivación Humana*, fue Abraham Maslow en 1943. Este autor formula una jerarquía de las necesidades humanas y sostuvo que, a medida que se satisfacían las necesidades básicas, el ser humano iba a tener mayores necesidades cada vez; esto implica que la satisfacción del ser humano es sumamente compleja.

En 1959, Frederick Herzberg propuso la *Teoría de los dos factores*, específicamente para el ámbito laboral. Ella se centraba en los factores de higiene y de motivación; el de higiene comprendía aspectos como el sueldo, ambiente físico, la supervisión, etc.; el factor de motivación se relacionaba con el reconocimiento, independencia laboral, logros, etc. [8].

Utilizando la teoría de los dos factores se han desarrollado varias investigaciones en ambientes laborales diversos, y en los últimos años, estudios específicos en ambientes laborales universitarios. Entre estos últimos destacamos los de [3, 4, 6].

En el año 2006, Añez presentó resultados que demuestran la existencia de una relación estrecha entre los elementos y características de la cultura organizacional y los factores motivacionales. En el mismo sentido, [3] afirma que los sub-factores independencia, libertad de cátedra y variedad actúan como factores motivadores. Similarmente, [6] ratifica la *Teoría de los dos factores* (extrínsecos e intrínsecos); en ella, las condiciones físicas del recinto universitario y el aspecto económico, percibidos por los profesores, revelan los condicionantes de la satisfacción laboral.

2 Metodología

Para llevar a cabo este trabajo se evaluaron diferentes instrumentos para la recolección de información sobre la satisfacción laboral docente; al fin, se adaptó uno al entorno laboral ecuatoriano, sobre la base de la metodología utilizada en [1]. Para los reactivos relacionados al liderazgo, se tomó una parte de la estructura factorial del MLQ-5X propuesta en [5]; se trata del *Multifactor Leadership Questionnaire* (MLQ), que “es uno de los instrumentos más utilizados para medir el liderazgo en el ámbito organizacional” [11].

Esta investigación abordó dos de los nueve factores que componen la estructura del MLQ-5X: el liderazgo transaccional activo y el pasivo. En [11] los definen así:

- i. Liderazgo activo: el líder se centra en corregir los fallos y desviaciones de los empleados a la hora de conseguir los objetivos propuestos por la organización; y
- ii. Liderazgo pasivo: el líder suele dejar las cosas como están y, en todo caso, sólo interviene cuando los problemas se vuelven serios.

El instrumento se sometió a una prueba piloto en una muestra aleatoria representativa de las 10 facultades; con esta información, se procedió a probar su validez, a través del coeficiente alfa de Cronbach, el cual es un modelo de consistencia interna, basado en el promedio de las correlaciones entre los ítems [9]. Entre las ventajas de esta medida se encuentra la posibilidad de evaluar cuánto mejoraría (o empeoraría) la fiabilidad de la prueba si se excluyera un determinado ítem. Es decir, miden el grado con el cual están relacionadas las respuestas entre sí y, consecuentemente, confirman que los ítems miden lo mismo y son sumables en una puntuación total [9].

Los coeficientes de consistencia interna se interpretan, de hecho, como indicadores de unidimensionalidad; en ellos, el valor de corte recomendado es 0.70, a pesar que otros autores tienen otros criterios más flexibles [7, 12]. En este estudio, considerando todas las variables, el valor global de alfa es 0.942.

La Tabla 1, presenta los valores de los alfas calculados. En todos los casos, se obtienen valores sobre el umbral de corte fijado en 0.7. Además, en ninguno de ellos fue necesario eliminar variables porque, al interior, todas las preguntas resultaron ser relevantes.

Ejes factoriales		Alfa de Cronbach
1	Reconocimiento y autonomía laboral	0.889
2	Satisfacción con las facilidades para desarrollar el trabajo	0.881
3	Seguimiento (control o supervisión) del jefe	0.899
4	Satisfacción con el salario y el desarrollo profesional	0.886
5	Trato del jefe	0.868
6	Reacción (gestión) del jefe ante los problemas	0.769

Tabla 1. Valores del Alfa de Cronbach. Elaboración: Autores.

La recolección de información se realizó en mayo del 2012, a través de un cuestionario aplicado por vía informática; lo llenaron todos los profesores; se exceptuaron quienes ocupaban cargos directivos en la Universidad. Se completaron 902 encuestas, con un ausentismo del 9 %.

Los resultados del análisis se generaron mediante la técnica del Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM). Ésta es una herramienta que permite describir grandes tablas lógicas, y en la cual las filas corresponden a individuos u observaciones y, las columnas, a modalidades de las variables nominales [10].

Debido a que el presente estudio se basa en el análisis gráfico del ACM, se destaca que la interpretación se fundamenta, a menudo, en la proximidad de puntos en un mapa de coordenadas, lo cual tienen sentido solo entre puntos de un mismo par (por ejemplo filas con filas, columnas con columnas). Así, cuando dos puntos están cercanos uno al otro, ellos están asociados a los mismos niveles de las variables nominales. Se distinguen dos casos, en la interpretación de proximidad entre variables:

- i. La proximidad entre niveles de variables nominales diferentes significa que estos niveles tienden a aparecer juntos en las observaciones;

- ii. Puesto que los niveles de la misma variable nominal no pueden ocurrir juntos, se requiere de una interpretación diferente para esta proximidad; en este caso, la proximidad entre niveles significa que los grupos de observaciones asociados con estos dos niveles son similares entre ellos.

Precisamente, sobre un gráfico de ACM se pueden incluir variables suplementarias (no categóricas, como por ejemplo regiones, áreas, género, etc.). Dependiendo de la ubicación de los elementos suplementarios, se tendrá su correlación con las variables incluidas en los lados positivos (derecha/arriba) o negativos (izquierdo/abajo) de los ejes.

La proyección de variables suplementarias es útil para obtener nuevas conclusiones, utilizando la información que no ha sido previamente incluida en los cálculos; por ende, no influye directamente en los resultados.

3 Resultados

1) Factores Predominantes

A partir del análisis ACM se reconocen seis factores o conjuntos de variables, cuyas respuestas se agruparon explicando la estructura del cuestionario. Veamos la Tabla 3:

- i. El factor 1 explica el 38,431 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por 13 preguntas. Las preguntas que tiene mayor peso son M8, M1 y M2, que hacen referencia a la satisfacción en el reconocimiento y la autonomía laboral del profesor.
- ii. El factor 2 explica el 9,680 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por seis preguntas. Las preguntas que tienen mayor peso en este factor son T2 y T4, que hacen referencia a las facilidades para desarrollar las actividades laborales (docentes).
- iii. El factor 3 explica el 5,928 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por seis preguntas. Las preguntas que tienen mayor peso en este factor son L7 y L9, que hacen referencia a la detección y corrección de errores por parte del jefe.
- iv. El factor 4 explica el 4,775 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por seis preguntas. Las preguntas que tienen mayor peso en este factor son B1 y B2, que hacen referencia al salario y al desarrollo profesional.
- v. El factor 5 explica el 3,571 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por cuatro preguntas. Las preguntas que tienen mayor peso en este factor son L60 y L50, que hacen referencia al trato recibido por parte del jefe.
- vi. El factor 6 explica el 2,968 % de la varianza total del cuestionario. Está compuesto por cuatro preguntas. Las preguntas que tienen mayor peso en

este factor son L3 y L4, que hacen referencia a la manera de actuar (gestión) del jefe ante los problemas.

2) Análisis respecto a los ejes factoriales

En la fase anterior, se identificaron seis ejes factoriales, que logran explicar varios de los conceptos de interés en esta investigación. Por lo tanto, sobre la base de ellos se analizó el comportamiento macro de cada una de las facultades, proyectando los individuos sobre las combinaciones de los planos formados por dichos ejes. Los resultados se resumen en la Tabla 1.

A partir de esto, se determina lo siguiente:

- Con el factor 1 (Reconocimiento y Autonomía Laboral), se identifica únicamente en la Facultad de Ingeniería Agronómica.
- Con el factor 2 (Facilidades para Desarrollar las Actividades Laborales), se identifican las facultades de Ciencias Administrativas, Ciencias de la Salud, Contabilidad y Auditoría, Diseño, Arquitectura y Artes e Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.
- Con el factor 3 (Detección y corrección de errores por parte del jefe), se identifican: Ciencias de la Salud, Ciencias Humanas y de la Educación, Diseño, Arquitectura y Artes, Idiomas, Ciencia e Ingeniería en Alimentos y Jurisprudencia y Ciencias Sociales.
- Con el factor 4 (Satisfacción con el salario y el desarrollo profesional), se identifican: Ciencias Humanas y de la Educación, Contabilidad y Auditoría, Ingeniería Civil y Mecánica, Ciencia e Ingeniería en Alimentos e Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.
- Con el factor 5 (Trato del jefe), se identifican: Arquitectura y Artes, Idiomas, Ingeniería Agronómica y Jurisprudencia y Ciencias Sociales.
- Con el factor 6 (Reacción (gestión), del jefe ante los problemas) se identifican: Ciencias Administrativas, Ciencias de la Salud, Ciencias Humanas y de la Educación, Contabilidad y Auditoría, Arquitectura y Jurisprudencia y Ciencias Sociales.
- El Departamento de Cultura Física no tiene un buen comportamiento en ninguno de los planos factoriales; por lo tanto, no se puede realizar ninguna estimación de su comportamiento.
- Algo similar sucede con el centro de Idiomas y la facultad de Ingeniería Civil y Mecánica, donde, se aprecia que tienen una identificación leve respecto del factor 3 y 4, respectivamente.

Facultad	Ejes factoriales					
	F1	F2	F3	F4	F5	F6
Ciencias Administrativas		X				X
Ciencias de la Salud		X	X			X
Ciencias Humanas y de la Educación			X	X		X
Contabilidad y Auditoría		X		X		X
Diseño, Arquitectura y Artes		X	X		X	X
Departamento de Cultura Física						
Departamento de Idiomas			X			
Ingeniería Agronómica	X				X	
Ingeniería Civil y Mecánica				X		
Ciencia e Ingeniería en Alimentos			X	X		
Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.		X		X		
Jurisprudencia y Ciencias Sociales			X		X	X

Tabla 2. Proyección de las facultades sobre los ejes factoriales.
Fuente: Encuesta de Satisfacción Laboral Docente. Elaboración: Autores.

3) Estudio multidimensional de la satisfacción laboral y liderazgo

En la sección anterior se logró identificar a cada una de las facultades con los ejes factoriales. En esta parte se va a revisar en detalle el comportamiento de cada modalidad de las variables utilizando un plano factorial generado con el ACM.

En todos los casos, se observa el efecto Gutman [2]; éste indica que, al unir las modalidades de cada una de las preguntas, se forma una parábola que va asociando a las distintas facultades.

En la Figura 1, se observa el comportamiento de cada facultad al interior del plano factorial 2 (Facilidades para Desarrollar las Actividades Laborales)

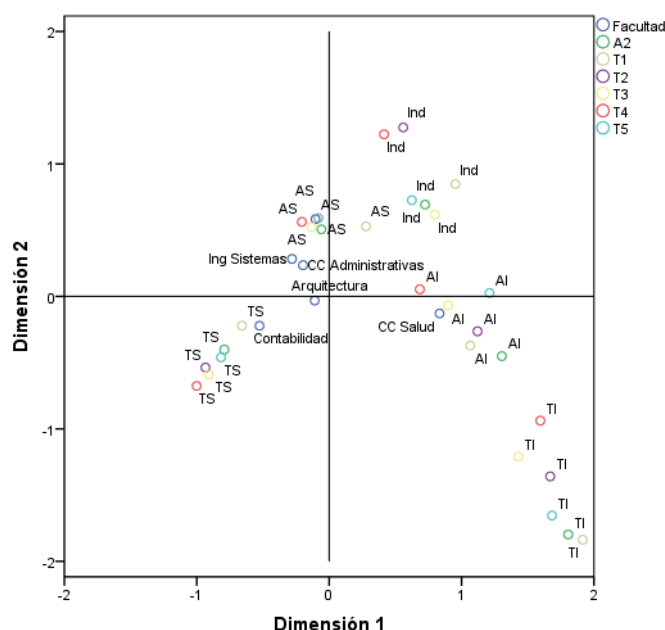


Figura 1. Plano factorial de las modalidades de las distintas variables de F2. Fuente: Encuesta de Satisfacción Laboral Docente. Elaboración: Autores.

Así, la Facultad de Contabilidad y Auditoría se en-

cuentra en la región de total satisfacción; la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial, la de Ciencias Administrativas, y la de Diseño, Arquitectura y Artes se encuentran en la región de alta satisfacción; la de Ciencias de la Salud está altamente insatisfecha.

Luego, en la Figura 2, se observa el comportamiento de cada Facultad al interior del plano factorial 3 (Detección y corrección de errores por parte del jefe). Así: la Facultad de Diseño, Arquitectura y Artes, Ciencias Humanas y de la Educación e Idiomas se encuentran en la región donde frecuentemente se toman decisiones; la de Ciencia e Ingeniería en Alimentos y Ciencias de la Salud, en el sector donde a menudo y a veces se toman decisiones respectivamente. Y, por último, en la zona donde rara vez y nunca se toman decisiones, no se encuentra ninguna facultad.

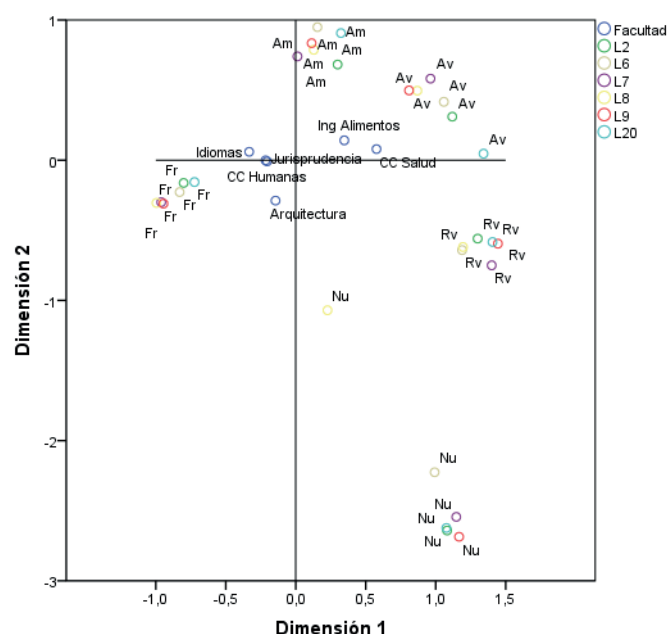


Figura 2. Plano factorial de las modalidades de las distintas variables de F3. Fuente: Encuesta de Satisfacción Laboral Docente. Elaboración: Autores.

Acontinuación, en la Figura 3, se observó el comportamiento de cada facultad al interior del plano factorial 4 (Satisfacción con el salario y el desarrollo profesional). Así, las Facultades de Ciencia e Ingeniería en Alimentos, y la de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial están en la zona de indiferente; Ingeniería Civil y Mecánica, en la zona de altamente insatisfecho; las Facultades de Ciencias Humanas y de la Educación, y de Contabilidad y Auditoría, se ubican en la zona de altamente y totalmente satisfecho respectivamente.

ellas, y pueden apreciarse sus fortalezas y debilidades respecto de cada eje factorial. Además, al realizar el ACM, se observa el comportamiento que tiene cada Facultad respecto de cada una de las preguntas y sus modalidades. Así, por ejemplo, Ingeniería en Sistemas se encuentra altamente satisfecha, según su respuesta a la pregunta: *¿Se encuentra satisfecho con los recursos didácticos (proyectos, computador, pizarra, etc.) que brinda la Facultad?*, en el caso del factor 2; de su parte, Ciencias de la Salud está altamente insatisfecha, al responder a la misma pregunta.

- Al contrastar el factor 2, que corresponde a la satisfacción sobre las facilidades para desarrollar el trabajo y el factor 6, que corresponde a la reacción del jefe ante los problemas, se puede observar la relación entre la satisfacción de los profesores y el tipo de liderazgo. Esto se evidencia en el caso de la Facultad de Contabilidad y Auditoría, que presentó total satisfacción en el factor 2 y al mismo tiempo percibieron de sus autoridades un liderazgo activo; sucede lo contrario en la facultad de Ciencias de la Salud, que se encuentra en la zona de altamente y totalmente insatisfecho, en el factor 2; los docentes percibieron un liderazgo pasivo en sus autoridades; esto concuerda con lo establecido en estudios previos, que concluyen que el liderazgo ejerce una influencia positiva y significativa en la satisfacción laboral.

ampliación de un instrumento, Ayala Calvo, J.C. y grupo de investigación FEDRA, Universidad de la Rioja, Logroño, (2007).

- [8] HERZBERG, F., SNYDERMAN, B. y BLOCH, B., *The Factors Motivation to Work*, Transantion, New Brunswick, New Yersey, 1a edición 1959, 59-83, (1993).
- [9] LEDESMA, R., MOLINA, G. y VALERO, P., *Análisis de consistencia interna mediante el Alfa de Cronbach: un programa basado en gráficos dinámicos Psico-USF*, Vol. 7, N° 2, 143-152, (2002).
- [10] LÉVY, J. y VARELA, J., *Análisis Multivariado para las Ciencias Sociales*, Pearson Educación, Prentice Hall, Madrid, (2003).
- [11] MOLERO, F., RECIO, P. y CUADRADO, I., *Liderazgo transformacional y liderazgo transaccional: un análisis de la estructura factorial del Multifactor Leadership Questionnaire (MLQ) en una muestra española*, Psicothema, N° 22, 495-501, (2010).
- [12] OVIEDO, H. y CAMPO, A., "Aproximación al uso del coeficiente alfa de Cronbach". *Revista colombiana de psiquiatría*, N° 4, 572-580, (2005).
- [13] PERALTA, A., *Liderazgo, Clima y Satisfacción Laboral En Las Organizaciones*, Universum, N°. 22, 42-58, (2007).

Referencias

- [1] RAMÍREZ, T. y DÁUBETERRE, E., "Los niveles de satisfacción laboral del maestro venezolano 10 años después (1996-2006)", *Investigación y Posgrados*, Vol.22, N° 2, 57-86, (2007).
- [2] GRANDE, I. y ABASCA, E., *Métodos multivariantes para la investigación comercial*, Teoría, aplicaciones y programación BASIC, Ariel, Madrid, (1989).
- [3] ALVARES, D., *Satisfacción y fuentes de presión laboral en docentes universitarios de lima metropolitana Persona*, N° 10, 49-97, (2007).
- [4] AÑEZ, S., *Cultura organizacional y motivación laboral de los docentes universitarios*, *Revista del Centro de Investigación de Ciencias Administrativas y Gerenciales*, Vol.4, 102-126, (2006).
- [5] BASS, B. y AVOLIO, B., *Full range leadership development: Manual for the Multifactor Leadership Questionnaire*. Palo Alto, CA: Mindgarden, (1997).
- [6] RODRÍGUEZ, D., NÚÑEZ, L. y CÁCERES, A., *Estudio comparativo de la satisfacción laboral universitaria en el núcleo de Anzoátegui de la Universidad de Oriente*, *Investigación y Posgrado*, Vol.25, N°1, 63-80, (2010).
- [7] CHIANG, M., SALAZAR, M. y NÚÑEZ, A., *Clima y satisfacción laboral en instituciones públicas Adaptación y*

ANEXO

A continuación, se presentan las preguntas que forman parte del instrumento de la encuesta.

Nombre de la variable	Código
Facultad en la que tiene mayor carga de trabajo	CC Administrativas CC Salud CC Humanas Contabilidad Arquitectura Ed. Física Idiomas Agronomía Ing. Civil Ing. Alimentos Ing. Sistemas Jurisprudencia
¿Se encuentra satisfecho con la relación entre sus ingresos y las responsabilidades de su trabajo?	B1
¿Se encuentra satisfecho con las oportunidades de crecimiento que le brinda la Universidad?	B2
¿Se encuentra satisfecho con las oportunidades de formación profesional que le ofrece su trabajo docente en la Universidad?	B3
¿Se encuentra satisfecho con la facilidad para acceder a su facultad y moverse dentro de esta?	T1
¿Se encuentra satisfecho con las condiciones de infraestructura, dotación de mobiliario del aula y espacios que utiliza para sus actividades de docencia?	T2
¿Se encuentra satisfecho con la limpieza y mantenimiento de las instalaciones de la Facultad?	T3
¿Se encuentra satisfecho con los recursos didácticos (proyectos, computador, pizarra, etc.) que brinda la Facultad?	T4
¿Se encuentra satisfecho con la forma en que se supervisa su trabajo docente?	T5
¿Se encuentra satisfecho con la comunicación y coordinación mantenida en su Facultad?	T6
¿Se encuentra satisfecho con el reconocimiento de su trabajo docente por parte de las autoridades de la Facultad?	R1

Nombre de la variable	Código
¿Se encuentra satisfecho con el reconocimiento de su trabajo docente que percibe por parte de sus estudiantes?	R2
¿Se encuentra satisfecho con el reconocimiento que percibe por parte de sus compañeros de labores?	R3
¿Se encuentra satisfecho con el reconocimiento que percibe por parte de la sociedad en general?	R4
¿Se encuentra satisfecho con la disposición, hábitos y actitudes de sus estudiantes?	A1
¿Se encuentra satisfecho con las relaciones de labor docente que mantienen los docentes y las autoridades?	A2
¿Se encuentra satisfecho con respecto a las relaciones de labor docente entre compañeros?	A3
¿Se encuentra satisfecho con la realización personal conseguida por su trabajo docente?	M1
¿Se encuentra satisfecho con la realización profesional conseguida por su trabajo docente?	M2
¿Se encuentra satisfecho con la oportunidad de participar en la toma de decisiones en las actividades académicas?	M3
¿Se encuentra satisfecho con el respeto a las normativas de la Universidad por parte de los integrantes de su Facultad?	M4
¿Se encuentra satisfecho con el tipo de relación laboral (contrato/nombramiento) que tiene con la Universidad?	M5
¿Se encuentra satisfecho con las tareas y actividades que realiza en la jornada de trabajo docente?	M6
¿Se encuentra satisfecho con la carga de trabajo individual (Tutorías y adicionales)?	M7
¿Se encuentra satisfecho con la calidad de trabajo docente que realiza con los alumnos?	M8
¿Se encuentra satisfecho con la relación entre el trabajo docente realizado y sus expectativas profesionales?	M9
¿Se encuentra satisfecho con los módulos a su cargo?	M10

Nombre de la variable	Código
¿Se encuentra satisfecho con la autonomía para planificar su trabajo docente?	AL1
¿Se encuentra satisfecho con la autonomía para introducir cambios en su trabajo?	AL2
¿Su jefe inmediato evita interferir en los problemas hasta que se vuelven serios?	L1
¿Su jefe inmediato trata de poner atención sobre irregularidades, errores y desviaciones de los estándares requeridos?	L2
¿Su jefe inmediato decide a actuar sólo cuando las cosas funcionan mal?	L3
¿Su jefe inmediato evidencia en sus acciones que si algo no ha dejado de funcionar totalmente, no es necesario arreglarlo?	L4
¿Su jefe inmediato evidencia en sus acciones que los problemas deben llegar a ser crónicos antes de actuar?	L5
¿Su jefe inmediato pone toda su atención en la búsqueda y manejo de errores, quejas y fallas?	L6
¿Su jefe inmediato realiza un seguimiento de todos los errores que se producen?	L7
¿Su jefe inmediato dirige la atención de usted hacia fracasos o errores, para alcanzar los estándares de calidad de los organismos de control?	L8
¿Su jefe inmediato se concentra en detectar y corregir errores?	L9
¿Su jefe inmediato espera que las situaciones se vuelvan difíciles de resolver para empezar a actuar?	L10
¿A su jefe le interesa corregir y solucionar los errores que se producen?	L20
¿Su jefe inmediato en general evita supervisar su trabajo docente, salvo que surja un problema grave?	L30
¿Su jefe inmediato le trata con respeto?	L40
¿El trato que recibe de su jefe inmediato es justo?	L50
¿Considera que su jefe inmediato cree/confía en su trabajo docente?	L60

Nombre de la variable	Código
¿Puede realizar sugerencias a su jefe inmediato para mejorar su trabajo docente?	L70

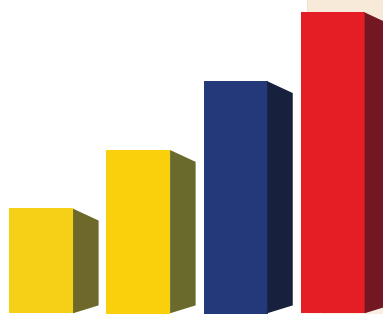
Tabla 3. Estructura del cuestionario. Fuente: Encuesta de Satisfacción Laboral Docente. Elaboración: Autores.

Analítica

El crédito de desarrollo humano asociativo en la
economía social y solidaria de la provincia de
Tungurahua-Ecuador

The associative credit for human development
in the social and solidarity economy in the
province of Tungurahua-Ecuador

Edisson Coba-Molina y Jaime Díaz-Córdova



www.ecuadorencifras.com

EL CRÉDITO DE DESARROLLO HUMANO ASOCIATIVO EN LA ECONOMÍA SOCIAL Y SOLIDARIA DE LA PROVINCIA DE TUNGURAHUA-ECUADOR

THE ASSOCIATIVE CREDIT FOR HUMAN DEVELOPMENT IN THE SOCIAL AND SOLIDARITY ECONOMY IN THE PROVINCE OF TUNGURAHUA-ECUADOR

Edisson Coba-Molina[†] y Jaime Díaz-Córdova[‡]

[†] Unidad de Investigaciones Económicas y Financieras, Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador

[‡] Facultad de Contabilidad y Auditoría, Universidad Técnica de Ambato-UTA, Ambato, Ecuador

[†]edisson_coba@hotmail.com, [‡]jdiaz_db@yahoo.com

Recibido: 5 de mayo de 2014

Aceptado: 3 de junio de 2014

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo analizar el impacto que ha tenido el Crédito de Desarrollo Humano Asociativo (CDHA) en sus beneficiarios, como herramienta de desarrollo social, empleo y calidad de vida. El desarrollo de actividades de emprendimiento productivo y asociativo realizadas a través del CDHA es parte de la Economía Social y Solidaria. Por lo tanto, se presenta una revisión bibliográfica de los principios que enmarcan esta economía alternativa, su evolución y las experiencias de diversos países de Latinoamérica. Se relaciona la concepción de la Economía Social y Solidaria con la política gubernamental ecuatoriana, principalmente en lo concerniente a la evolución del Bono de Desarrollo Humano (BDH) en CDHA. La metodología que se utilizó fue la realización de visitas a una muestra de 261 beneficiarios del crédito, en la provincia de Tungurahua. Mediante el uso de fichas de observación, se obtuvo información de variables como: características personales de los beneficiarios, tipo de proyectos emprendidos, monto y tiempo del crédito, actividad productiva, nivel de satisfacción, ingresos mensuales, entre otros. Entre los principales resultados, se resalta que el 97 % de los emprendimientos fueron realizados por mujeres que generaron alrededor de \$26,680.90 mensuales. Las actividades como: materias primas de calzado, producción porcina, actividad agrícola y manufacturera son aquellas que mejores ingresos en promedio obtuvieron. Finalmente, el 60 % de las actividades productivas generaron ingresos superiores al obtenido a través del BDH.

Palabras clave: Economía Social y Solidaria, crédito de desarrollo humano asociativo (CDHA), asociatividad, cooperativismo, emprendimiento.

Abstract

This paper aims to analyze the impact that has had the Associative Credit for Human Development (ACHD) in their beneficiaries as a tool for social development, employment and quality of life. The development of entrepreneurial productive and associative activities made through the ACHD are part of the Social and Solidarity Economy. Therefore, we review the literature about the principles that frame this alternative economy, its evolution and several experiences of Latin American countries. This study links the conception of the Social and Solidarity Economy with the Ecuadorian governmental policy, it is made with a special regard to the evolution of the Bono de Desarrollo Humano (BDH) into the ACHD. The methodology conducted was realized by visits to a sample of 261 credit beneficiaries in the province of Tungurahua. Through the use of observational information record cards, it was obtained information such as: personal characteristics of beneficiaries, type of projects undertaken, amount and time of credit, productive activity, satisfaction level, monthly income, and others. Among the main results is highlighted that 97 % of the enterprises were conducted by women and they have generated about \$26,680.90 monthly. Activities such as shoemaking, pig production, agriculture and manufacturing had obtained higher incomes on average. Finally, 60 % of productive activities generated a superior income that the income obtained through the BDH.

Keywords: Social and Solidarity Economy, Associative Credit for Human Development, partnerships, cooperatives, entrepreneurship

Código JEL: D63, H53, I31.

1 Introducción

Los subsidios y otros tipos de ayudas por parte de los gobiernos han sido políticas que intentan proteger los intereses de grupos vulnerables. En el caso del Ecuador, debido a la crisis bancaria y eliminación de ciertos subsidios entre 1998 y 1999 como al gas, la electricidad y el combustible, se vio en la necesidad de crear un Bono que compensara el impacto económico en tres grupos vulnerables: madres, ancianos y discapacitados. Con el tiempo, este mecanismo de transferencia monetaria tuvo muchas críticas por los criterios de inclusión de beneficiarios. Por ello, en el año 2007 se convierte el Bono de Desarrollo Humano (BDH) en un anticipo denominado "Crédito de Desarrollo Humano Asociativo (CDHA)". El objetivo de este crédito ha sido impulsar emprendimientos productivos y asociativos por parte de sus beneficiarios, de manera que los ingresos consigan superar el valor recibido por el bono.

El objetivo del presente trabajo es analizar el impacto que ha tenido esta política gubernamental en los beneficiarios del CDHA en la provincia de Tungurahua, y analizar el impacto que tienen estos emprendimientos productivos en el impulso de la nueva Economía Social y Solidaria del Ecuador. El artículo está organizado en cuatro secciones. En la primera, se analiza la conceptualización de la Economía Social y Solidaria desde las diversas perspectivas a nivel de América Latina, y la institucionalidad y leyes que norman a esta nueva economía en el Ecuador. Se presenta una cronología del Crédito de Desarrollo Humano como impulso a los emprendimientos populares, sus ventajas y beneficiarios. En la segunda sección se presenta el estudio realizado, la población y muestra, así como la técnica e instrumentos de investigación. En la tercera sección se presentan los resultados encontrados y, en la última sección, las conclusiones de la investigación.

2 Marco Teórico

Varios países Latinoamericanos, entre ellos Ecuador, han adoptado políticas públicas que tienen como objetivo promover el desarrollo social. El impulso de sectores comunitarios, asociativos, cooperativos y demás unidades populares son el eje fundamental de la denominada Economía Social y Solidaria, modalidad que intenta incidir sobre indicadores socioeconómicos con una perspectiva renovada.

En este sentido, el Crédito de Desarrollo Humano Asociativo (CDHA) ha sido una de las actuales políticas reorientadas del antiguo Bono de Solidaridad que busca, a través de un anticipo del Bono de Desarrollo Humano (BDH), que las familias y comunidades se agrupen y desarrollen actividades productivas [35]. Sin embargo, esta forma actual de emprendimiento ha tenido su evolución, ya que nació como un programa de transferencias monetarias a hogares autocalificados como pobres en el año de 1998 [6]. Esta transferencia monetaria ha tenido varias etapas y be-

neficiarios, que a continuación se presenta a manera de resumen en la siguiente tabla:

Nombre de la variable	Código
Bono de Solidaridad BS (1998)	Compensación a las familias de escasos recursos por la eliminación del subsidio a la electricidad y al gas. El programa estuvo dirigido a madres con ingresos menores de US \$40, discapacitados y personas de la tercera edad. La transferencia mensual del BS ha ido incrementando de \$15 a \$30, luego a \$35 y actualmente a \$50 mensuales.
Beca Escolar (2001)	Transferencias Bimensuales Condicionada por la asistencia de niños a la escuela
Crédito Productivo Solidario CPS (2001)	Entrega, por parte del Estado, un crédito a hogares y personas beneficiarias del BS y ellos aportaban con su capacidad productiva
Bono de Desarrollo Humano (2003)	Reemplaza al BS y se destina transferencias monetarias a hogares más pobres (quintiles 1 y 2); está condicionada a la asistencia a la escuela de niños y adolescentes entre 5 y 18 años, y controles de salud a menores de 5 años
Crédito de Desarrollo Humano (2007)	Reemplaza al CPS en el 2007 y mantiene un fideicomiso con la CFN, con un saldo a 8 millones de dólares a septiembre 2012
Bono de Emergencia	Brinda protección a las personas y hogares afectados por desastres naturales
Red de Protección Solidaria (2008)	Brinda protección a los hogares con financiamiento de la atención a personas con enfermedades catastróficas
Cobertura Protección Familiar (2008)	Brinda protección a hogares frente a la muerte del jefe/e de familia, proporcionando Seguro de Vida y Servicios Exequiales

Tabla 1. Programas de Inclusión Social en el Ecuador. Fuente: [6]. Elaboración: Autores.

Uno de los principales inconvenientes de estos programas sociales de acuerdo, a [6], ha sido la débil relación directa con los beneficiarios, débil institucionalidad y marco jurídico de la protección social, e insuficiente control de las condiciones para acceder a los beneficios de los programas.

Debido a la falta de un adecuado seguimiento de los programas antes mencionados, en el presente estudio nos enfocamos en el análisis del impacto que ha tenido el CDHA, como política de impulso a la Economía Social y Solidaria (ESS) del Ecuador. Es por esta razón que en primer lugar vamos a referirnos a un marco conceptual de los lineamientos y objetivos que busca esta forma de redistribución económica; y así, analizar si el CDHA permite cumplir con las premisas de esta economía alternativa.

2.1 Economía Social y Solidaria

En las últimas décadas, como lo manifiesta [12], se han impulsado discursos y prácticas relacionados con formas diversas de microeconomías: economía solidaria, economía comunitaria, economía popular, economía social, economía popular y solidaria, economía del trabajo, economía alternativa, entre otras.

La Economía Social y Solidaria (ESS) ha ido tomando mayor importancia, debido a los principios de cooperación, solidaridad, emprendido principalmente por grupos sociales de carácter popular. En diferentes partes del mundo ha evolucionado este concepto, siendo hoy en día un área de gran interés por su gran repercusión social. En la Tabla 2, se presenta una breve cronología de la importancia que ha ganado la Economía Social y Solidaria en el mundo:

Held (1970)	Razeto (1985)	Coraggio (1991)
En los 70, la Economía Social se va caracterizando como un concepto vinculado a la literatura francesa. Además, se conoce el término de Economía Social y Solidaria en Europa.	La Economía Social y Solidaria aparece en Latinoamérica a principios de los años ochenta, de la mano de los escritos del economista chileno Luis Razeto.	Empiezan a discutirse varios modelos alternativos de desarrollo que incluyen un proyecto social, económico y cultural que pretende ser la base de una economía alternativa.
Monzón (2002)	Chaves y Mazón (2006)	Laville (2012)
Una primera delimitación conceptual fue realizada a través de la Carta de Principios de la Economía Social, promovida por la Conferencia Europea Permanente de Cooperativas, Mutualidades, Asociaciones y Fundaciones.	La propuesta de definición más reciente y con mayor aval institucional es la que ha sido aceptada por el Consejo Económico y Social Europeo (CESE), a raíz de una investigación desarrollada acerca de la Economía Social en la UE por encargo del propio CESE.	La Economía Social empieza a tener mayor importancia para diferentes gobiernos, a través de su institucionalización mediante la promulgación de leyes y políticas gubernamentales, induciendo al reagrupamiento de diversos actores.

Tabla 2. Importancia de la Economía Social y Solidaria en el Mundo. Elaboración: Autores.

Las investigaciones en el campo económico social y solidario a través del tiempo están permitiendo confrontar las realidades de diferentes países con sus modelos económicos de bienestar social; permitiendo abrir nuevas discusiones e interrogantes. Es así, como en el presente trabajo se analiza el impacto de esta política pública en Ecuador, y los primeros resultados que está teniendo en materia social y solidaria.

La economía social y solidaria es una manera asociada y cooperativa de producción, distribución, circulación y consumo de bienes y servicios, sin el objetivo de lucro privado; busca resolver necesidades básicas, y mejorar la calidad de vida de todos los que en ella participan [9, 14]. Por otra parte [25] afirma que la economía social es una respuesta al recorte y homogenización de la economía que se profundizó en la era neoliberal, con fuerte arraigo en el discurso de globalización de mercado. Una tensión relevante en estos años tiene que ver con la definición de quiénes y cómo hacen economía:

Se basa principalmente en productos o resultados que no se generan colectivamente, sino que, en el mejor de los casos, se disputan en la distribución y redistribución, a través de políticas fiscales y sociales, o incluso que destilan por las vías de la Responsabilidad Social Empresarial [25].

Existen varias formas de visualizar la formación de economías populares [37]. En este sentido, [27] resalta que las

personas buscan organizarse en pequeños grupos para ser solidariamente responsables a la hora de encarar sus problemas económicos, sociales y culturales más inmediatos.

Es necesario recalcar que los distintos tipos de asociaciones o unidades domésticas pueden ser diferenciados de las microempresas, cuyo fin es el lucro y es considerada como empresa de capital. En cambio, los emprendimientos populares son asociaciones auto-gestionadas, comunitarias o familiares que buscan la obtención de medios para la reproducción digna de la vida de sus miembros [14, 43].

Por otra parte, la *Economía Solidaria* se basa en el valor social de la solidaridad, donde las personas o empresas brindan su ayuda a causas sociales y humanitarias, sin esperar a cambio una devolución. De acuerdo con la Ley Orgánica de Economía Popular y Solidaria del Sistema Financiero del Ecuador, en su Art. 5., describe el Acto Solidario como:

“los que efectúen con sus miembros las organizaciones a las que se refiere esta Ley, dentro del ejercicio de las actividades propias de su objeto social, no constituyen actos de comercio o civiles sino actos solidarios y se sujetarán a la presente Ley” (Ley Orgánica de Economía Popular y Solidaria del Sistema Financiero del Ecuador).

Para [32], el acto solidario debe ser voluntario, igualitario, unilateral, colectivo, solidario, y no es lucrativo.

En base a lo expuesto, los términos arriba mencionados se han ido relacionando con el único objetivo de dar una denominación a las diferentes economías alternativas y solidarias que han surgido en los últimos tiempos en América Latina y el mundo. Desde esta perspectiva, en [14] se detallan algunas denominaciones como: economía de solidaridad [38], economía social y solidaria [12], economía popular, asociativa y autogestionaria (Orlando Núñez-Nicaragua), socioeconomía solidaria (Pablo

Guerra-Uruguay), entre otras.

A manera de resumen, podemos decir que la solidaridad entre las personas, la cooperación y la asociatividad han influido en países como el Ecuador, que buscan tener una coherencia política, social y económica [11], que permitan a los sectores más vulnerables mejorar sus condiciones laborales y obtener mayores beneficios sociales entre sus asociados. Entre los principales beneficios de la ESS podemos citar a los siguientes:

ÁMBITO	BENEFICIOS
Equidad	Brinda condiciones para que mujeres y hombres tengan acceso a las mismas oportunidades [5].
Empoderamiento	Desafía las relaciones de poder existentes y obtener un mayor control sobre las fuentes de poder [30].
Calidez humana	Ayuda hacia las personas más vulnerables como valor social [34].
Legal	Se fundamenta en la existencia de leyes y políticas públicas que permiten la visibilidad y reconocimiento de actividades sociales y solidarias [11].
Valores	Promueve un entorno de credibilidad, honestidad, igualdad, solidaridad, respecto social y criterios de justicia [16].
Emprendimiento	Es una experiencia que surge de una propuesta económica solidaria para que las personas puedan satisfacer sus necesidades [2].
Auto-empleo	Aprovecha las capacidades individuales de sus asociados y generar empleo a través de sus emprendimientos [20].

Tabla 3. Beneficios de la Economía Social y Solidaria. Elaboración: Autores

En varios países existe un cierto grado de reconocimiento social, político y académico de las bondades de una economía social y solidaria. Como lo afirman en [11], países como: España, Portugal, Francia, Bélgica, Irlanda, Grecia, Colombia, Argentina, Honduras, Marruecos, Túnez, Ecuador, entre otros; cuentan con leyes específicas en economía social o con proyectos de Ley.

Esta nueva tendencia económica ha permitido que surjan nuevas líneas de investigación que buscan mejorar la calidad de vida de varios sectores populares en diferentes países; el objetivo principal es alcanzar el bienestar común por sus integrantes. Resulta imprescindible revisar los estudios realizados en esta nueva temática, por lo que nos enfocaremos a experiencias documentadas de Latinoamé-

rica.

2.2 Economía Social y Solidaria en Latinoamérica

El sector de la Economía Social y Solidaria está integrado por asociaciones socioeconómicas y sus diversas formas de integración, que están orientadas a actividades productivas, comercializadoras, financieras, de abastecimiento y consumo, y de desarrollo tecnológico [14].

De esta manera, se ha evidenciado diferentes organizaciones enmarcadas en los principios de la ESS, como lo demuestra un estudio realizado en América Latina y el Caribe por [17]:

País	Organización	Objetivo de la institución de EPS o ESS; integrantes / beneficiarios
Bolivia	Red Nacional de Comercialización Comunitaria de Bolivia RENACC	Red de productores y asesores en temas de calidad de productos, que busca mejoras en su producción para insertarse en el mercado; busca equidad de género, conservación del medio ambiente, y valoración de la cultura e identidad nacional.
Ecuador	Maquita Cushinchic MCCH	Coordinación de organizaciones de productores urbanos y rurales que trabajan en la comercialización comunitaria; tiene puntos de comercialización en siete provincias del Ecuador.
Colombia	Red Colombia Verde	Conformado por 41 organizaciones que la componen, de 4 regiones, con productos de la agricultura orgánica, el agro y ecoturismo, artesanía, apicultura, entre otros.
Perú	Red Peruana de Comercio Justo y Consumo Ético (RPCJyCE)	Conformada por la Confederación de Instituciones de Artesanos del Perú, la Junta Nacional del Café; MANTHOC, la red de agricultores ecológicos que llevan adelante bioferias y otras redes.
Argentina	Espacio Nacional de Economía Social y Solidaria de la Argentina (ENESS)	Conformada por las instituciones: el Andamio Social, Fundación Síntesis, Cáritas Rosario, Fundación Silataj, entre otras. Comparten el compromiso de desarrollar y consolidar la Economía Social y Solidaria.
Brasil	FACES do Brasil	FBES - Foro Brasileiro de Economía Solidaria y ANA - Articulación Nacional de Agroecología y a nivel internacional, integra la Mesa Coordinadora de Comercio Justo en América Latina
Venezuela	CECOCESOLA (Central de Cooperativas de Comercio y Servicio Solidario)	Compuesta por 85 organizaciones comunitarias, con más de 1,000 trabajadores asociados.
Uruguay	Coordinadora Nacional de Economía Solidaria	Asociación Uruguaya de Emprendimientos de Economía Solidaria (AUDEES), Comercio Justo Uruguay, Consejo de Canelones en Economía Solidaria, Espacio de Economía Solidaria y Retos al Sur.
Chile	Espacio de Economía y Comercio Solidario de Chile	Es un movimiento de organizaciones y redes de economía y comercio solidario, entre sus miembros están la Red de Economía Solidaria de Santiago y Redessoles.
Panamá	ICI (Instituto Cooperativo Interamericano)	Es el Centro de Formación para Líderes Latinoamericanos, cuyo objetivo es el de crear lazos entre sus organizaciones y líderes de diversos países.
México	Comercio Justo México	Constituida por organizaciones civiles y de pequeños productores y ECOSOL México, de la Red Puentes México, de la Mesa de Coordinación Latinoamericana de Comercio Justo, de FLO (Fairtrade Labelling Organizations)

Tabla 4. Organizaciones Populares y Solidarias en América Latina y El Caribe. Fuente: a partir de [17]. Elaboración: Autores.

En el caso ecuatoriano, en [7] se menciona que la Fundación MCCH y sus áreas de trabajo, se enfoca en mujeres de áreas urbanas que se desenvuelven en entornos complejos. Ellas no comparten una identidad histórica en particular, sino relaciones puntuales sobre cuya base se han construido proyectos económicos. Al igual que en algunos emprendimientos urbanos de Brasil, las mujeres predominan los emprendimientos en sectores como alimentación y costura [26].

En [23] se menciona la aparición de nuevas investigaciones realizadas en Brasil en lo que se refiere específicamente a la

experiencia de la SENAES (Secretaría Nacional de Economía Solidaria). Esos trabajos sugieren que deben elaborarse políticas públicas adecuadas y que permitan la expansión de los Emprendimientos Económicos y Solidarios (EES). Las iniciativas y acciones de la SENAES muestran que hay un ambiente más favorable, en lo económico, social y político para llevar adelante proyectos que contemplan objetivos socioeconómicos con la posibilidad de generación de renta y trabajo [29].

Por otra parte, [21] señala algunos casos alrededor del mundo vinculados con la ESS; por ejemplo, menciona que

la ESS representa el 25 % de la fuerza de trabajo en Chile; en el caso de Colombia, las experiencias más ilustrativas son las cooperativas de reciclaje cuyos trabajadores representan el 1 % de la población del país.

Las fuentes de empleo han mejorado con el impulso de nuevas asociaciones productivas. En [4] se menciona que más de 700 trabajadores de seis cooperativas actúan en cinco estados de Brasil, estableciendo una cadena de producción de algodón ecológico. Esta agrupación de trabajadores es solidaria; producen y venden confecciones con marca propia e implica un nivel de participación y gestión colectiva. La intercooperación ha sido un éxito, pues evitan los intermediarios y permiten una participación activa de los socios entre 50 % y 100 % más que los de un mercado de capital.

Las agrupaciones de trabajadores con principios solidarios se han convertido en alternativas para sobrellevar el desempleo en tiempos de crisis. En el caso de Argentina, luego de la crisis del 2001, se multiplicaron la toma de empresas por trabajadores, los clubs de trueque y el uso de monedas complementarias. De esta manera el número de empresas recuperadas en 2003 había llegado a 170, brindando empleo a más de 10 mil personas [4]. En palabras de [36], se puede decir que:

“Lo más difícil de la autogestión de la Economía Solidaria es luchar contra el individualismo y la ausencia de iniciativas. Debemos formarnos para ultrapasar el ser trabajador sin transformarnos en patrones”[36].

De esta manera, las actividades de la economía social son demandadas e impulsadas como alternativas frente al fracaso de la economía de mercado [33]. Es así que, en el siglo XXI, hablar de ESS es definirla como la adjudicación y disposición de recursos en la realización de actividades de producción, según principios solidarios, mediante organizaciones asociativas comunitarias y auto gestionadas por sus actores [14].

2.3 La Economía Social y Solidaria en el Ecuador

La Constitución de la República del Ecuador vigente desde el año 2008 describe una nueva forma de convivencia ciudadana, en diversidad y armonía con la naturaleza, para alcanzar el buen vivir (sumak kawsay). A partir de la nueva Constitución, el Ecuador ha iniciado una nueva estructura institucional para normar e impulsar el desarrollo de las economías sociales y solidarias. A continuación, se presenta un resumen de las principales normativas emitidas para la normalización de la estructura legal de estas organizaciones.

Constitución de la República del Ecuador 2008 (vigente)	
Artículo 84	La Asamblea Nacional tiene la obligación de adecuar formal y materialmente las leyes y demás normas jurídicas a los derechos previstos en la Constitución, para garantizar la dignidad del ser humano, de las comunidades, pueblos y nacionalidades
Artículo 283	El sistema económico es social y solidario, reconoce al ser humano como sujeto y fin. Está conformada por organizaciones públicas, privadas, mixtas, y de carácter popular y solidario (sectores cooperativistas, asociativos y comunitarios)
Artículo 309	El sistema financiero nacional se compone de los sectores público, privado, y del popular y solidario, que intermedian recursos del público
Artículo 311	El sector financiero popular y solidario se compondrá de cooperativas de ahorro y crédito, entidades asociativas o solidarias, cajas y bancos comunales, cajas de ahorro. Las iniciativas de servicios del sector financiero popular solidario y de las micro, pequeñas y mediadas unidades recibirán un tratamiento diferenciado y preferencial del Estado, en la medida en que impulsen el desarrollo de la economía popular y solidaria
Artículo 319	Reconoce diversas formas de organización como las comunidades, cooperativas, empresariales públicas o privadas, asociativas, familiares, domésticas, autónomas y mixtas
Plan Nacional para el Buen Vivir 2013-2017	
Objetivo 2	Auspiciar la igualdad, la cohesión, la inclusión, y la equidad social y territorial, en la diversidad
Objetivo 8	Consolidar el sistema económico, social y solidario, de forma sostenible

Instituto Nacional de Economía Popular y Solidaria (IEPS)-2009	
R.O. 577 24/04/ 2009	Mediante Decreto Ejecutivo No. 1668 del 7 de abril de 2009, se crea el (IEPS), adscrito al Ministerio de Inclusión Económica y Social (MIES)
Estatuto Orgánico de gestión organizacional por procesos del IEPS Artículo 3.	Dentro de los objetivos estratégicos, el literal a) determina que el IEPS debe proponer e implementar políticas y normas para el desarrollo de la EPS, que contribuyan a generar condiciones para el buen vivir, deberá considerar las potencialidades de los territorios, los enfoques de género, interculturalidad, intergeneracional, ambiental, étnicos y culturales. Así mismo, el literal e) señala que debe organizar y gestionar programas y proyectos de ejecución directa dirigidos al desarrollo de la economía popular y solidaria, y verificar el cumplimiento de los objetivos previstos.
Ley Orgánica de la Economía Popular y Solidaria del Sector Financiero Popular y Solidario (LOEPS) R.O. 444 10/04/2011	
Artículo 1	Se entiende por economía popular y Solidaria a la forma de organización económica, donde sus integrantes, individual o colectivamente, organizan y desarrollan procesos de producción, intercambio, comercialización, financiamiento y consumo de bienes y servicios, para satisfacer necesidades y generar ingresos, basadas en relaciones de solidaridad, cooperación y reciprocidad, privilegiando al trabajo y al ser humano como sujeto y fin de su actividad, orientada al buen vivir, en armonía con la naturaleza, por sobre la apropiación, el lucro y la acumulación de capital.
Artículo 73	Las Unidades Económicas Populares son aquellas que se dedican a la economía del cuidado, los emprendimientos unipersonales, familiares, domésticos, comerciantes minoristas y talleres artesanales; que realizan actividades económicas de producción, comercialización de bienes y prestación de servicios que serán promovidas fomentando la asociación y la solidaridad.
Artículo 75	Son emprendimientos unipersonales, familiares y domésticos las personas o grupos de personas que realizan actividades económicas de producción, comercialización de bienes o prestación de servicios en pequeña escala efectuadas por trabajadores autónomos o pequeños núcleos familiares, organizadas como sociedades de hecho con el objeto de satisfacer necesidades, a partir de la generación de ingresos e intercambio de bienes y servicios. Para ello generan trabajo y empleo entre sus integrantes.

Tabla 5. Leyes e Instituciones de apoyo a la Economía Social y Solidaria en Ecuador. Fuente: Constitución de la República del Ecuador 2008; Plan Nacional para el Buen Vivir 2013-2017; Estatuto Orgánico del IEPS; Ley Orgánica de la Economía Popular y Solidaria del Sector Financiero Popular y Solidario. Elaboración: Autores.

Este conjunto de leyes, normativas e instituciones son las que actualmente en el Ecuador se encargan de brindar apoyo y asesoramiento a los sectores comunitarios, asociaciones, cooperativas y demás unidades populares en el Ecuador.

La importancia brindada por el gobierno a todas las formas de producción económica que provienen de un sistema económico y solidario se debe al considerable aporte que generan a nivel nacional, representando aproximadamente el 25 % del PIB [43]. Además, este sector económico aporta a la generación de nuevos empleos: de un total 6,499.262 a nivel nacional en 2009, el 64 % perteneció a la economía popular, mientras que la economía privada tuvo una participación del 29 % y la economía pública, del 7 % [43].

Sin embargo, dada la variedad de asociaciones, cooperativas y grupos existentes en el Ecuador, nuestro trabajo de investigación se centra en analizar el impacto que ha

tenido el Crédito de Desarrollo Humano Asociativo (CDHA) como factor de desarrollo en la creación de emprendimientos productivos a través de la asociatividad, bajo los principios de la ESS. Para ello resulta necesario realizar una breve descripción de la evolución que ha tenido este beneficio gubernamental ecuatoriano a través del tiempo.

2.4 El Crédito de Desarrollo Humano y los proyectos sociales y solidarios

El Crédito de Desarrollo Humano Asociativo (CDHA) es relativamente nuevo en el Ecuador, y nace del Bono de Desarrollo Humano (BDH) creado en 1998. Este beneficio fue considerado como un mecanismo para ayudar a individuos y hogares en situaciones de riesgo y vulnerabilidad. Con el tiempo, este incentivo monetario fue evolucionando con la finalidad de mitigar la pobreza extrema en sectores abandonados, convirtiéndose en CDHA. Este crédito es un anticipo del BDH para que los beneficiarios alcancen el autoempleo [35], incrementen sus ingresos y así se cumpla

con el Buen Vivir dictaminada por la constitución vigente en el Ecuador.

Desde el punto de vista de [3], el enfoque inicial del BDH, antes de volverse CDHA, se debía a que, en el año 1998, era otro el marco de la política social. La propuesta e implementación inicial de esta medida se la realizó desde las instituciones encargadas de la política económica de reforma y modernización del Estado: el Ministerio de Economía y Finanzas y el Consejo Nacional de Modernización (CONAM). La creación del Bono responde a la necesidad de medidas compensatorias inmediatas y efectivas para la población de bajos ingresos, frente a la política de ajuste fiscal, eliminación de subsidios en el combustibles y electricidad [24], ajustes que, tradicionalmente, han sido causa de una alta conflictividad social en el país.

El BDH se dirigió a tres grupos objetivos: madres con bajos ingresos, personas con discapacidad y personas de la tercera edad [3]. Para ser beneficiario del BDH, las personas debían inscribirse personalmente en las iglesias de sus cantones de residencia, y llenar un encuesta de datos socioeconómicos. Con esta información se levantó una base de datos manejada por BANRED, para que las personas pudieran cobrar el bono en cualquier agencia del país [24].

Para [24], existieron errores de focalización, que fueron calculados por el Sistema de Indicadores Sociales del Ecuador aplicando los criterios de elegibilidad para los beneficia-

rios. Fue en el 2007 cuando el MIES empezó a realizar los controles sobre el cumplimiento de los condicionamientos, aunque de una manera restringida y piloto en los primeros años y con una metodología ya validada a partir del 2011. Para diciembre del 2006 eran beneficiarios del BDH cerca de 1 060 416 personas, de las cuales 947 181 eran jefes de hogares, que constituían un poco más del 32 % del total de los hogares del país y un 80 % de los hogares de los quintiles 1 y 2 [6]. En abril del 2003, a través de un decreto gubernamental, se oficializó e inició la implementación del Programa del BDH, con un cambio en el enfoque hacia un Programa de Transferencia Condicionada que promueve la inversión en capital humano en las áreas de salud y educación.

Para el año 2007, el Instituto Nacional de Economía Popular y Solidaria (IEPS) inició con un nuevo programa de Gobierno a través del cual los beneficiarios del BDH podían iniciar emprendimientos productivos a través del CDHA, como un mecanismo de anticipo al BDH. El IEPS ha entregado los CDHA con la finalidad de potenciar y acrecentar las prácticas y habilidades productivas de los usuarios del Bono.

El IEPS presentó un programa que contemplaba tres ejes: 1) Inversión productiva, 2) Asociatividad, y 3) Sostenibilidad, mediante cuatro modalidades de crédito: a) Asociativo, b) Articulado, c) Microcrédito Empresarial, e d) Individual.

Modalidad	Beneficiarios	Monto a Financiar	Plazo	Tasa
Asociativo	Organización productiva que fomente la asociatividad y dinámica grupal	Máximo 1200 USD	24 meses	5 % interés
Articulado	Usuarios no organizados que generen autoempleo o emprendimientos de subsistencia	Máximo 900 USD	18 meses	5 % interés
Microcrédito Empresarial	Usuarios que buscan financiamiento para actividades de autoempleo o empresas de subsistencia	MÁXIMO 840 USD	12 meses	5 % interés
Individual	Usuarios que buscan financiamiento para actividades de autoempleo o emprendimientos de subsistencia, dedicados a la producción, el comercio, o la rama de servicios.	Máximo 600 USD	12 meses	5 % interés

Tabla 6. Características de los tipos de CDH. Fuente: IEPS (2013) Análisis Histórico CDH 2007-2012. Elaboración: Autores

Según datos del IEPS (2013), del total de operaciones del CDH desde 2007 hasta 2012, entre el 67 % y el 74 % han sido entregadas en sectores urbanos, mientras que el 24 % y el 32 % se han entregado a sectores rurales. Al analizar las operaciones según las zonas de planificación¹, el valor de los créditos entregados asciende a \$ 579 367.141, de los cuales en la zona de planificación 3, fue de \$ 55 728.785 (Tungurahua, Cotopaxi, Chimborazo, y Pastaza).

Mediante el Decreto Ejecutivo No. 1395 del 2 de Enero de 2013, publicado en Registro Oficial No. 870 el 14 de Enero de 2013, se establece el ajuste al pago de la transferencia monetaria de \$50 para los habilitados al BDH y pensiones.

¹ La Secretaría Nacional de Planificación y Desarrollo (SENPLADES) estableció 9 zonas de planificación que agrupan a varias provincias del Ecuador para una mejor de descentralización y desconcentración de las funciones del Estado (<http://www.planificacion.gob.ec>).

Zonas	2007-USD	2008-USD	2009-USD	2010-USD	2011-USD	2012-USD	TOTAL
Zona 1	2 272 594	3 391 203	4 748 531	44 829 567	4 103 226	10 756 095	70 101 216
Zona 2	610 59	487 172	851 411	12 468 518	674 179	3 023 921	18 115 791
Zona 2- Zona 9	1 137 004	1 982 199	2 843 924	20 713 130	1 471 932	5 636 398	33 784 587
Zona 3	3 684 759	3 510 524	4 593 004	27 341 070	2 931 767	13 667 661	55 728 785
Zona 4	3 846 701	3 481 694	6 165 960	57 047 781	6 733 146	12 311 771	89 587 053
Zona 5	1 766 546	3 917 869	3 848 194	45 003 827	5 778 229	11 843 567	72 158 232
Zona 5- Zona 8	4 475 813	8 303 084	15 698 436	107 540 365	10 206 028	20 113 918	166 337 644
Zona 6	326 425	749 128	2 016 360	17 005 478	1 313 586	5 209 643	26 620 620
Zona 7	1 785 868	2 269 146	3 159 429	28 116 135	2 260 745	9 341 890	46 933 213
Total general	19 906 300	28 092 019	43 925 249	360 065 871	35 472 838	91 904 864	579 367 141

Tabla 7. Monto de Créditos por zonas de Planificación 2007-2012. Fuente: IEPS (2013) Análisis Histórico CDH 2007-2012. Elaboración: Autores.

3 Metodología

Como hemos observado, la inversión y apoyo social han crecido extraordinariamente en Ecuador, contando a los sectores vulnerables como los más favorecidos por dicha inversión. Analizar el impacto y efectividad del CD-

HA requirió de instrumentos no complejos para recolectar información, adecuados al nivel educativo de los sujetos investigados. El proceso de investigación para estudiar el impacto del Crédito de Desarrollo Humano Asociativo implicó cuatro etapas, cada una de ellas con una finalidad específica.

1. Planificación	2. Recolección	3. Procesamiento	4. Informe
Determinación de la muestra y planificación de levantamiento de información	Ejecución de visitas a los sectores beneficiarios del CDHA	Utilización de herramientas informáticas para análisis	Emisión de informes

Tabla 8. Etapas de la Investigación. Elaboración: Autores

La etapa de planificación, permitió obtener datos como: montos y periodos del crédito, descripción de las asociaciones y sus beneficiarios, datos personales de los favorecidos por el CDHA, así como nombre de los representantes de cada asociación, elementos que ayudaron a establecer la población, muestra y cronograma de visitas programadas. La segunda etapa consistió en visitar a los beneficiarios, y registrar los datos en fichas suministradas por el IEPS, cuyo objetivo principal fue evaluar los ingresos mensuales y el tipo de actividad realizada. En la tercera etapa se analizaron los datos recolectados, mediante herramientas informáticas y estadísticas para observar el comportamiento del crédito en los beneficiarios. Finalmente, en la cuarta etapa elaboramos los informes con los resultados, los cuales se describirán más adelante.

3, considerando que el IEPS es el ente coordinador de los créditos otorgados. Posteriormente, se estimó una muestra de 275 beneficiarios de los créditos que forman parte de 25 asociaciones, donde el error muestral fue del 5 %, para $p = q = 0,5$ y un nivel de confianza del 95 %.

Parroquias	Muestra
PÍLLARO	94
PATATE	40
PELILEO	29
MOCHA	13
CEVALLOS	5
AMBATO	90
BAÑOS	4
TOTAL	275

Tabla 9. Muestra con datos del IEPS. Fuente: IEPS. Elaboración: Autores

3.1 Población y muestra

La población de estudio constituye 40 asociaciones de la provincia de Tungurahua, que representan a la organización intermediaria a través de la cual se canalizan los créditos para los beneficiarios de dichas asociaciones. Cada asociación tiene diferente número de agremiados, a los cuales llamaremos beneficiarios del crédito para este estudio. El total de beneficiarios es de 1,091 al 2013. Esta información fue proporcionada por el IEPS de la Zona de Planificación²

Con la información obtenida del IEPS, se procedió a visitar a los 275 beneficiarios que solicitaron el crédito y salieron favorecidos en la muestra. Sin embargo, de acuerdo a los datos convalidados al momento de su verificación, no todos los beneficiarios dieron las facilidades para la obtención de información. De esta manera, se obtuvo una muestra de 261 emprendimientos, que se detalla a continuación:

²El IEPS de la zona de planificación 3, controla los créditos que se otorgan a las provincias de Tungurahua, Chimborazo, Cotopaxi y Pastaza.

Actividades Productivas	Agrícola	17
	Artesanal	5
	Ayuda Social	1
	Comercio	5
	Invernaderos	1
	Manufactura	35
	Materia prima de calzado	1
	Pecuaria	194
	Producción cuyes	1
	Producción porcina	1
Total		261
Estado Civil	Solteros	27
	Casados	128
	Divorciados	6
	Viudos	14
	Otros	86
Total		261
Sexo	Hombre	9
	Mujer	252
Total		261
Asociados	De 1 a 5	35
	De 6 a 10	24
	De 11 a 15	47
	De 16 a 25	75
	Más de 25	80
Total		261

Tabla 10. Descriptivos de la muestra de beneficiarios de CDHA.
Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

3.2 Instrumentos de recolección de datos y visitas a beneficiarios

Para la recolección de información, se utilizaron las fichas de seguimiento del CDHA, que incluyen preguntas descriptivas con variables nominales como: nombres, sexo, estado civil, organización intermediaria del crédito y

sector; la ficha también incluyó variables de estudio como actividad emprendida y nivel de ingresos mensuales. La información recolectada fue unificada con la base de datos proporcionada por IEPS para comparar con la variable monto del crédito otorgado.

De esta manera el presente trabajo constituye un primer acercamiento a la realidad de los beneficiarios del CDHA, genera una línea base para conocer el uso y efectividad del CDHA, permitiendo un adecuado seguimiento a sus beneficiarios.

4 Interpretación y Resultados

Para realizar la interpretación de los datos, se obtuvo un rango de comparación que nos permitió profundizar en los resultados finales. Se recalca que el objetivo principal del CDHA es mejorar los ingresos que obtenían normalmente sus beneficiarios con el bono. Al observar los resultados, tenemos que el rango clasificado como Excelente comprende ingresos promedio de \$125 o más, mientras que aquellos cuyos ingresos se encuentran entre \$85 y \$125 ingresos mensuales en promedio poseen una calificación Buena.

Dentro de las variables analizadas, el 74.3 % de los créditos han sido invertido en actividades pecuarias; de los beneficiarios que se dedicaron a esta rama, el 24,9 % logró resultados excelentes y, el 18, 8 %, resultados buenos, superando en promedio el valor recibido por el BDH³ en más de 2.5 veces. Los emprendimientos dedicados a actividades manufactureras representan el 13,8 %; de ellos, el 7,3 % obtuvo resultados Excelentes y el 2.70 %, resultados Buenos.

Las actividades que menores emprendimientos tuvieron fue el de materia prima de calzado con apenas el 0.4 %, al igual que cunicultura, porcicultura, ayuda social; otras actividades como la: artesanal, comercio, no llegaron al 2 % de acción.

Actividad	Resultado del CDHA								Total	
	Excelente		Bueno		Regular		Deficiente			
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Agrícola	4	1.5	1	0.4	3	1.1	9	3.4	17	6.50
Artesanal	2	0.8	3	1.1	0	0.0	0	0.0	5	1.90
Ayuda Social	0	0.0	1	0.4	0	0.0	0	0.0	1	0.40
Comercio	2	0.8	0	0.0	1	0.4	1	0.4	4	1.50
Invernadero	1	0.4	0	0.0	0	0.0	0	0.0	1	0.40
Manufactura	19	7.3	7	2.7	6	2.3	4	1.5	36	13.80
Materia prima calzado	1	0.4	0	0.0	0	0.0	0	0.0	1	0.40
Pecuaria	65	24.9	49	18.8	34	13.0	46	17.6	194	74.30
Cunicultura	0	0.0	0	0.0	1	0.4	0	0.0	1	0.40
Porcicultura	1	0.4	0	0.0	0	0.0	0	0.0	1	0.40
TOTAL	95	36.4	61	23.4	45	17.2	60	23.0	261	100.00

Tabla 11. Número de emprendimientos del CDHA por resultados obtenidos en los tipos de actividad al 2013 en Tungurahua. Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

³El valor del BDH a enero del 2013 ascendió a \$50.00 mensuales

Al unificar los emprendimientos por nivel de ingresos, tenemos que aquellos resultados entre Excelentes y Buenos llegan a representar el 60 %. Del total, tenemos que 156 emprendimientos del CDHA gozan de un resultado entre Excelentes y Buenos. El rango de ingresos promedios mensuales de 50 y 85 (regulares) representa un 17 % de los be-

neficiarios. Sin embargo, el 23 % de los emprendimientos muestran efectos deficientes, pues estos beneficiarios tienen ingresos que no superan el valor de 50 dólares mensuales, equivalentes al BDH que el gobierno ecuatoriano entrega a los favorecidos.

Nivel Satisfacción	Hombre			Mujer		
	Número	%	Ingresos Mes (\$)	Número	%	Ingresos Mes (\$)
Excelente	3	1.1 %	525.9	92	35.2 %	16 658.44
Bueno	0	0.0 %	0.00	61	23.4 %	6 449.76
Regular	1	0.4 %	80.67	44	16.9 %	3 022.54
Deficiente	3	1.1 %	22	57	21.8 %	858.65
Total	7	2.7 %	628.57	254	97.3 %	26 989.39

Tabla 12. Total de ingresos mensuales según estado civil al 2013. Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

Los 261 beneficiarios analizados se han clasificado por sexo (hombre y mujeres), lo que nos permite observar que los mayores emprendimientos fueron realizados por mujeres, con el 97.3 %, y apenas el 2.7 % fueron ejecutados por hombres. De los emprendimientos realizados por mujeres, el 35,2 % tuvieron resultados Exitosos, y el 23,4 %, Buenos.

De forma general podemos decir, que en la mayoría de

casos, el resultado ha sido positivo. En el 97.3 % de los emprendimientos ejecutados por mujeres, sus ingresos mensuales llegaron a \$26,680.90, superando en 2.12 veces al BDH mensual. No existe variación de resultados globales al incrementar los ingresos del género masculino. De las 261 actividades productivas, el 34 % de actividades generadas por mujeres dieron resultados Excelentes, 23 % Buenos, 17 % Regulares y apenas 22 % Deficientes.

Estado civil	Excelente	Bueno	Regular	Deficiente	Total
Solteros	1,359.89	740.47	463.06	139.38	2,702.80
Casados	9,170.77	2,763.49	1,812.28	416.89	14,163.43
Divorciados	321.20	110.71	83.17	17.14	532.22
Viudos	961.93	430.27	117.90	88.67	1,598.77
Otros	5,370.55	2,404.82	626.80	218.57	8,620.74
TOTAL	17,184.34	6,449.76	3,103.21	880.65	27,617.96
Solteros	5 %	3 %	2 %	1 %	10 %
Casados	33 %	10 %	7 %	2 %	51 %
Divorciados	1 %	0 %	0 %	0 %	2 %
Viudos	3 %	2 %	0 %	0 %	6 %
Otros	19 %	9 %	2 %	1 %	31 %
TOTAL	62 %	23 %	11 %	3 %	100 %

Tabla 13. Total de ingresos mensuales según estado civil al 2013. Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

En la Tabla 12, al comparar las 92 actividades productivas generadas por mujeres, el CDHA en dólares supera en 3.63 veces al BDH; además, se muestra que el 35.2 % de las actividades productivas generadas por mujeres obtuvieron resultados Excelentes. Al analizar la variable estado civil, tenemos que el 51 % de los emprendimientos fue realizado por personas casadas, el 31 % por otro estado civil, y escasamente el 10 % por solteros. Un sector mínimo es

emprendido por viudos con el 6 % y apenas un 2 % por personas con estado civil divorciado.

Si unificamos los ingresos mensuales del estado civil de los beneficiarios, tenemos que los resultados Excelentes y Buenos representan el 85 %, mientras que el 14 % de los ingresos tienen una calificación Regular o Deficiente.

Actividad	Número	Media	Desviación Típica
Agrícola	17	80.22	111.09
Artesanal	5	139.01	43.61
Ayuda Social	1	106.40	.
Comercio	4	119.15	78.65
Invernadero	1	125.83	.
Manufactura	36	140.49	81.77
Materia Prima Calzado	1	371.42	.
Pecuaria	194	97.96	63.00
Cunicultura cuyes"	1	59.50	.
Porcicultura	1	357.93	.
Total	261	105.82	74.24

Tabla 14. Valor de ingresos medios por Actividades. Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

La media de los ingresos obtenidos de las actividades desarrolladas muestra que los emprendimientos productivos en general sobrepasan el valor del BDH (\$50). La actividad de materia prima de calzado y porcicultura tuvieron mejores promedios de ingresos superando los \$200 de ingresos al mes. Otras como: manufactura, invernadero,

comercio, artesanal y ayuda social superaron los \$100 de ingresos promedios mensuales alcanzando un máximo de \$150. En cambio, las actividades agrícola, pecuaria y cunicultura apenas consiguieron una media de ingresos al mes que fluctúan entre \$50 y \$100.

SECTOR	Excelente	Bueno	Regular	Deficiente	Total	%
San Andrés	33	25	10	18	86	33.0 %
Cantón Pelileo- alrededores	17	6	8	6	37	14.2 %
Patate alrededores	6	6	5	11	28	10.7 %
Pasa	5	4	4	2	15	5.7 %
Ambatillo	4	4	2	5	15	5.7 %
Santiago de Pillaro	3	3	4	2	12	4.6 %
Huachi Totoras	5	1	2	3	11	4.2 %
Baños alrededores	5	1	4	1	11	4.2 %
Mocha Cevallos Tisaleo	4	1	1	2	8	3.1 %
Otros	13	10	5	10	38	14.6 %
TOTAL	95	61	45	60	261	100.0 %

Tabla 15. Número de emprendimientos del CDHA por sectores de Tungurahua, al 2013. Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

Las actividades productivas generadas por el CDHA, estuvieron concentradas en diferentes sectores de la provincia del Tungurahua, siendo San Andrés y alrededores de Pelileo los lugares con mayor número de emprendimientos, concentrados en conjunto 123 beneficiarios. Otros lugares como Patate, Pasa, Ambatillo, Píllaro, Huachi Totoras y Baños concentran 92 emprendimientos; los restantes

emprendimientos ubicados en otros sectores de la provincia de Tungurahua representan el 14.6% del total de emprendimientos. Como se observa, la mayor parte de créditos han sido otorgados en el sector rural, por lo que se confirma que los beneficiarios del BDH en su mayor parte se concentran en las afueras de las ciudades.

Medidas	Ingresos BDH	Ingresos CDHA	Diferencias
Tamaño (n)	261	261	261
Promedio (Media)	500 000	1 058 159	558 159
Error Típico (et)	.00000	459.503	459 503
Desviación Estándar (s)	.00000	7 423 502	7 423 502

Tabla 16. Comparación de ingresos por CDHA y BDH. Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Autores.

Con la finalidad de verificar si el CDHA ha obtenido mejores resultados que el BDH, comparamos los ingresos obtenidos en promedio por mes con el costo de oportuni-

dad, si los beneficiarios hubieran recibido el BDH. Se aplicó la prueba de t-student para muestras relacionadas con ingresos antes y después del CDHA, obteniéndose un va-

lor de t de 12.147 con un nivel de significancia $p = 0,000$; es decir que los ingresos obtenidos por el CDHA fueron superiores a los ingresos que hubieran percibido los beneficiarios con el BDH.

Variab	Media	Desviación estándar	t	gl	Sig. (bilateral)
Ingresos por CDHA - Ingresos por BDH	5 581 594	7 423 502	12.147	260	.000

Tabla 17. Comparación t-student ingresos por CDHA y BDH

Finalmente, en el estudio se analizó la relación entre el número de beneficiarios por asociación (25 asociaciones obtenidas en la muestra de estudio) y el nivel de ingresos obtenidos en cada una. Al aplicar un análisis de correlación de Pearson, nos dio como resultado una correlación

significativa (p -valor =0.000) y positiva. Esto quiere decir que, a mayor número de beneficiarios que soliciten su crédito por medio de una asociación, sus ingresos mensuales serán mayores.

		Número de Beneficiarios	Ingresos Mensuales
Número de Beneficiarios	Correlación de Pearson	1	,975**
	Sig. (bilateral)		0
	N	25	25
Ingresos Mensuales	Correlación de Pearson	,975**	1
	Sig. (bilateral)	0	
	N	25	25

Tabla 18. Resultados de correlación entre el número de beneficiarios e ingresos mensuales por Asociación. **La correlación es significativa en el nivel 0.01 (2 colas). Fuente: Fichas de Observación del IEPS. Elaboración: Coba y Díaz

5 Conclusiones

Varios países, a nivel mundial, han reconocido la importancia de la Economía Social y Solidaria como una alternativa de inclusión social y restructuración productiva. En el caso del Ecuador, se han elaborado varias leyes que protegen y promueven la asociatividad, cooperativismo y la formación de organizaciones que buscan el bienestar común, ayuda social y oportunidades laborales. Una de las políticas gubernamentales del Ecuador, y motivo del presente estudio, es la conversión del Bono de Desarrollo Humano en un crédito productivo denominado Crédito de Desarrollo Humano Asociativo. Los beneficiarios del CDHA han iniciado un despliegue de sus capacidades emprendedoras, dando origen a negocios en actividades agrícolas, pecuarias, artesanales, comercio, así como de ayuda social.

Este trabajo es un primer acercamiento en la evaluación de los resultados obtenidos a través del CDHA en la provincia de Tungurahua; los resultados obtenidos a través de esta investigación pueden ampliarse a varias fases de estudio.

En cuanto al acceso al CDHA por género, en la provincia de Tungurahua, el 97 % fue ocupado por mujeres; en cuanto a resultados, el 34 % de ellas fueron Excelentes, logrando generar \$26 680.90 en un mes. El resultado del emprendimiento femenino se puede comparar con el de la investigación llevada a cabo por [26], quien muestra que las mujeres son las que lideran varias asociaciones, y

sienten la necesidad de agruparse para llevar a cabo actividades productivas con éxito.

El estado civil resulta ser una variable que tiene importancia al momento de generar proyectos emprendedores. Las organizaciones de economía doméstica se ven influenciadas principalmente por su afinidad y parentesco, buscando como objetivo común la mejora de su calidad de vida. De esta manera, en el estudio se muestra que las personas casadas han generado ingresos de \$14 163.43 mensuales, representando el 51 % de las actividades productivas; en cuanto a los resultados, en el 33 % de los casos superaron los ingresos obtenidos mediante el BDH.

Se logra evidenciar que no todas las actividades emprendidas han tenido éxito económico por parte de los beneficiarios. El objetivo de los diversos tipos de asociaciones no es el maximizar sus ganancias sino mejorar la calidad de vida, otorgar dignidad a su trabajo y poder atender a sus necesidades básicas. En el presente estudio las actividades de mejor rendimiento económico han sido las actividades como: materia prima de calzado, producción porcina, actividad agrícola y manufactura. Sin embargo, no se descarta el impacto motivacional humano en las demás actividades emprendidas.

Al verificar el principal objetivo que tuvo el CDHA (generar bienestar e ingresos superiores a los recibidos a través del BDH mensual), podemos decir que su impacto ha sido relativamente exitoso, ya que de un total de 261 beneficiarios analizados, 95 de ellos obtuvieron resultados

Excelentes y 61, resultados Buenos; es decir, el 60 % de las actividades productivas superaron el ingreso del BDH.

Se puede decir que los emprendimientos han logrado generar nuevos empleos, convirtiéndose el CDHA como un mecanismo que favorece la inclusión social, a través del cual la incorporación de trabajadores excluidos del mercado brinda mayores posibilidades de obtención del sustento propio y ofreciendo una alternativa a las precarias condiciones de vida y de trabajo.

Al momento de analizar la participación emprendedora asociativa tenemos que, mientras mayor sea el número de afiliados, mejores resultados de ingresos promedios al mes tendrían. Esto lleva a pensar que, si las asociaciones se organizaran y generaran mejores condiciones de emprendimiento, los capitales asociativos generarían mayores condiciones de crecimiento, sostenibilidad y oportunidad, minimizando la probabilidad de un fracaso en los emprendimientos. Actualmente, pese a que las asociaciones representan a la organización intermediaria a través de la cual se canalizan los CDHA, las actividades productivas han sido emprendidas de manera personal e individual por la mayoría de los beneficiarios, y no de forma colectiva por asociación. Esto demuestra que aún existen debilidades y falta de claridad en los lineamientos del crédito asociativo, así como la necesidad de un mayor involucramiento de los organismos de control, para que promuevan y capaciten a los beneficiarios con el fin de que éstos logren emprender actividades productivas asociativas y sostenibles en el tiempo.

Estos resultados permitirán que se evalúe el impacto del CDHA en otras provincias del Ecuador, y aportar a la mejora del seguimiento dado a estos créditos, con la finalidad que esta ayuda social por parte del Gobierno tenga un mejor impacto en la reproducción de emprendimientos productivos a nivel general. A su vez, pueden contribuir a que se destine mayor asesoramiento a la formación de unidades asociativas que permitan a sus beneficiarios actuales y futuros mejorar su organización y sus posibilidades crecimiento y estabilidad laboral.

6 Agradecimientos

Es pertinente expresar nuestro agradecimiento a la Dirección del IEPS Zona 3, por su interés y apertura en la entrega de información para la realización del presente estudio sobre el CDHA en la provincia de Tungurahua.

Referencias

- [1] Constitución de la república del ecuador, (2008).
- [2] ARBOLEDA, O. Y ZABALA, H. , Condiciones clave para el éxito y sostenibilidad de los emprendimientos solidarios de medellín, Semestre Económico, Vol 14, 28, 77-94., (2011).
- [3] ARMAS, A., *La equidad de género y el programa del bono de desarrollo humano.*, Informe Comisión Económica para América Latina-CEPAL/Unidad Mujer y Desarrollo Consejo Nacional de las Mujeres-CONAMU Ecuador., (2002).
- [4] ARRUDA, M., *Potencialidades de la praxis de la economía solidaria.*, (2010).
- [5] BAUHARDT, C., *Solutions to the crisis? the green new-deal, degrowth, and the solidarity economy: Alternatives to the capitalist growth economy from an ecofeminist economics perspective.*, Ecological Economics Vol 102, 60.68, (2014).
- [6] BERMEO, F., *De las transferencias monetarias al sistema nacional de inclusión y equidad social.* en: *Hacia una reforma del bono de desarrollo humano.*, Quito: Ediciones Abya-Yala., (2013).
- [7] BODERO, C., *Maquita cushunchic: Unir fuerzas para ganar, es su instinto.*, Revista de Agronegocios El Huerto. Edición 15 (25-27)., (2014).
- [8] BURGOS, M., *La intervención de la autoridad administrativa laboral.*, Materia de Igualdad de Oportunidades (189-202). Recuperado el 3 de enero de 2014 de http://www.empleo.gob.es/es/publica/pub_electronicas/destacadas/revista/numeros/67/Est07.pdf., (2008).
- [9] CASE S., Y STANESCU S., *Role of the social economy to increase social inclusion.*, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 92, 117-121., (2013).
- [10] CHAVES, R. Y MONZÓN, J., *La economía social en la unión europea.*, (2006).
- [11] CHÁVEZ, R., MONZÓN, J., PÉREZ, J., Y RADRIGÁN, M., *La economía social en clave internacional. cuantificación, reconocimiento institucional y visibilidad social en europa, iberoamérica y norte de africa.*, La economía social en clave internacional. Cuantificación, 122-150., (2013).
- [12] CORAGGIO, J. , *Economía social y solidaria: el trabajo antes que el capital.*, Quito: Abya-Yala Fundación Rosa Luxemburg, (2011).
- [13] CORAGGIO, J., *Contribuciones posibles al planteo de un modelo de desarrollo alternativo desde la perspectiva de la economía popular urbana.*, (1991).
- [14] CORAGGIO, J., ARANCIBIA, M., Y DEUX, M., *Guía para el mapeo y relevamiento de la economía popular solidaria en latinoamérica y caribe.*, (2010).
- [15] DERMAN, D., MESSINA, J., PIENKNAGURA, S., Y RIGOLINI, J., *El emprendimiento en américa latina. muchas empresas y poca innovación.*, (2014).
- [16] GAIGER, L, *A economia solidária e o projeto de outra mundialização.*, (2004).

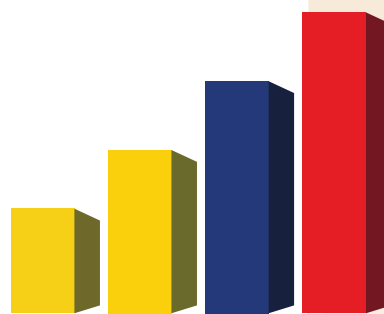
- [17] GOMES, R., CASTILLA, T., BERTUCCI, J., Y BERTUCCI, A., *La economía solidaria en américa latina y el caribe, actores, presencia, experiencias, redes*, (2010).
- [18] HELD, D., *Modelos de democracia*, (1970).
- [19] HERNÁNDEZ, J., *Introducción a la economía solidaria, ocho notas provisionales para retomar con los aportes del foro nacional.*, (2010).
- [20] INSTITUTO NACIONAL DE ECONOMÍA POPULAR Y SOLIDARIA, *Reporte del cdh n°1 análisis histórico del cdh individual y asociativo, período 2007-2012.*, (2013).
- [21] LAVILLE, J., *Polanyi y la economía social y solidaria en américa latina. ¿qué es lo económico? materiales para un debate necesario contra el fatalismo.*, (2009).
- [22] ———, *La economía social y solidaria en europa y francia.*, Conocimiento y Políticas Públicas de Economía Social y Solidaria Problemas y Propuestas (41-53)., (2012).
- [23] LEITE, M., *Social economy and collective work: theories and realities.*, Rev. bras. Ci. Soc., Vol. 24, 69., (2011).
- [24] LEÓN, M., *Los beneficiarios del bono solidario ante la crisis, documentos de trabajo del siise no. 10.*, (2000).
- [25] LEÓN, M., *Ecuador: la economía solidaria en la búsqueda de un nuevo modelo.*, (2008).
- [26] LIMA, J., CARNEIRO, A., Y PONTES, C., *Empreendimentos urbanos de economía solidária: alternativa de emprego ou política de inserção social?.*, (2011).
- [27] LOPERA L. Y MORA, S., *Los circuitos económicos solidarios: Espacio de relaciones y consensos.*, (2009).
- [28] MONZÓN, J., *Economía social y conceptos afines: fronteras borrosas y ambigüedades conceptuales del tercer sector.*, Revista de Economía Pública, Social y Cooperativa, 56, 9-24., (2012).
- [29] MORAIS, L. Y BACIC, M., *Economía social y programas de emancipación por medio de emprendimientos sociales en brasil: los avances y las dificultades actuales.*, ANAIS do 27º. Congresso Internacional do CIRIEC, (2008).
- [30] MURGUIALDAY, C., *Las mujeres en la cooperación para el desarrollo.*, Administración de la Comunidad Autónoma del País Vasco Departamento de Vivienda y Asuntos Sociales., (2005).
- [31] ———, *Empoderamiento de las mujeres: conceptualización y estrategias.*, (2006).
- [32] NARANJO, C., *La naturaleza jurídica de la cooperativa y el acto económico solidario.*, En Coraggio, Muños, Naranjo, Jácome, Ruiz y Páez, Estudios sobre Economía Popular y Solidaria, (2009).
- [33] PALOMINO, H., *Las experiencias actuales de autogestión en argentina: entre la informalidad y la economía social.*, Nueva Sociedad, 115-128., (2003).
- [34] PASKOV M. Y DEWILDE, C., *Income inequality and solidarity in europe.*, Research in Social Stratification and Mobility, 30, 12, 415 - 432, (2012).
- [35] PONCE, J., *El bono de desarrollo humano en ecuador.*, Hacia una reforma del Bono de Desarrollo Humano., (2013).
- [36] RAIMBEAU, C., *Ocupar, resistir e produzir, em desafios da economia solidária.*, (2008).
- [37] RAZETO M., *Empresas de trabajadores y economías de mercado.*, (1985).
- [38] ———, *Los caminos de la economía de la solidaridad.*, (2013).
- [39] REPÚBLICA DEL ECUADOR, *Estatuto orgánico de gestión organizacional por procesos del instituto nacional de economía popular y solidaria.*, Registro oficial 26 de Enero del 2010., (2010).
- [40] ———, *Ley orgánica de economía popular y solidaria.*, Registro Oficial 444 de 10-may-2011., (2011).
- [41] ———, *Ministerio coordinador de desarrollo social* (2012)., Ley orgánica de Economía Popular y Solidaria y su Reglamento., (2012).
- [42] ———, *Ministerio de inclusión económica y social* (2012)., El Bono de desarrollo humano, otra puerta para nuevos programas sociales., (2012).
- [43] ———, *Secretaría nacional de planificación y desarrollo senplades* (2013)., Plan Nacional para el Buen Vivir 2013-2017., (2013).

Analítica

Movilidad endógena y variaciones demográficas:
una aplicación para Ecuador

Endogenous mobility and demographic
variations: an application to Ecuador

Luis Antamba y Paúl Medina



www.ecuadorencifras.gob.ec

MOVILIDAD ENDÓGENA Y VARIACIONES DEMOGRÁFICAS: UNA APLICACIÓN PARA ECUADOR

ENDOGENOUS MOBILITY AND DEMOGRAPHIC VARIATIONS: AN APPLICATION TO ECUADOR

Luis Antamba[†] y Paúl Medina[‡]

[†] Dirección de Estudios Analíticos Estadísticos, Instituto Nacional de Estadística y Censos, Quito, Ecuador

[‡] Instituto Gregorio Millán, Universidad Carlos III de Madrid, Madrid, España

[‡] Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de la Fuerzas Armadas-ESPE, Quito, Ecuador

[†]luis_antamba@inec.gob.ec, [‡]pmedinavz@gmail.com

Recibido: 28 de abril de 2014

Aceptado: 03 de junio de 2014

Resumen

Se establece un modelo que describe la movilidad interna y externa a nivel provincial de la población ecuatoriana, considerando su autoidentificación étnica (indígena y no indígena). El estudio utiliza las cadenas de Markov; para desarrollar el modelo estocástico, se han tomado como base los datos del Censo de Población y Vivienda 2010, elaborado por el Instituto Nacional de Estadística y Censos (INEC).

Palabras clave: procesos de Markov, proyección de poblaciones, movilidad.

Abstract

A mathematical model based on Markov chains is established to describe internal and external mobility at provincial level depending on ethnic identification. The source of information is the Censo de Población y Vivienda 2010 (INEC, Ecuador).

Keywords: Markov processes, projection population, mobility.

Código JEL: C02, C13, C65, J13, I12, O15.

1 Introducción

Desde principios del siglo XVIII, la demografía ha contribuido de forma indirecta al entendimiento de las dinámicas poblacionales y sus posibles comportamientos futuros [1]; por ejemplo, el concepto de reproducción, visto como una sinergia entre la población y los recursos, puede indicar la relación entre éstos y su posible escasez, deterioro o crecimiento en un determinado periodo de tiempo. Aún más, las fluctuaciones normales de fecundidad, mortalidad y migración que ocurren en una sociedad son una muestra evidente de la conexión existente entre población y generación (consumo) de recursos. Ecuador no es la excepción. A más de la ola migratoria generada a inicios del presente siglo, originada por la crisis financiera, los movimientos mi-

gratorios endógenos han ocasionado una nueva distribución, temporal y espacial, de la población. Así, los cambios generados muestran la necesidad de estudiar y entender la actual distribución y la posibilidad de generar un modelo que intente predecir los futuros movimientos. Dicho modelo se vuelve necesario pues una nueva distribución poblacional necesariamente crea o deriva en la generación o redistribución de recursos; como es lógico la población movilizada demandará bienes y servicios, los cuales, dependiendo del lugar de movilización, pueden o no existir y en el caso de existir, podrían ser insuficientes.

Considerando, las ideas descritas, el presente estudio intentará establecer un modelo que considere a todas las provincias del país. Si bien el uso de múltiples componentes (provincias) aumenta la complejidad técnica y ope-

racional del modelo, éste tiene la ventaja de brindar una mejor aproximación a largo plazo y, evidentemente, será más efectivo al momento de establecer estimaciones de cómo ha evolucionado la población de una misma provincia y de cómo ha movilizizado, [2].

La sección 2 presenta la metodología utilizada aquí; de manera particular, se muestran la notación, definiciones y formulaciones planteadas para el modelo. En la sección 3, se muestra de manera analítica las proyecciones a ser realizadas. En la sección 4, se presentan los diferentes resultados encontrados a través de la modelación realizada y, finalmente, se presenta una sección de anexos con, resultados y tablas de interés para la investigación.

2 Metodología

En lo que respecta a modelos demográficos de proyección, el que más se destaca es el llamado “método de las componentes”, desarrollado por Whelpton y sus colaboradores; sin embargo, el planteamiento inicial se remonta a finales de siglo XIX, [4]. Este método, ofrece una serie de ventajas prácticas y teóricas, [2]. La más evidente es la de asegurar la consistencia entre las proyecciones a varios niveles de agregación, pues todas las provincias se proyectan simultáneamente; es decir, se proyecta en totalidad un sistema. En este caso, las interrelaciones entre las provincias son fundamentales, dado que el modelo de migración interna se construye a partir de flujos migratorios entre todas las provincias. La relación entre ellas se obtiene a partir de las tasas de emigración interna de cada provincia con respecto a cada una de las restantes. Se considera también a las subpoblaciones como un sistema en interacción, y se emplean las tasas de migración que se refieren, a su vez, a la población en riesgo de migrar; esto permite identificar y formular hipótesis sobre la propensión a la migración.

A continuación, se describen los tipos de proyecciones realizadas, la metodología utilizada para su estimación y las simulaciones realizadas para determinar la movilidad.

2.1 Proyección Multirregional

La proyección multirregional que se desarrolla considera el método de los componentes demográficos [5], el cual se basa en el concepto de cadenas de Markov [6]. Para desarrollarlo, es necesario determinar las tasas de fecundidad, mortalidad, migración interna y externa¹ para los distintos rangos de edad y provincia. Adicionalmente, se clasifica la población según autoidentificación étnica. A partir de esto, considerando una población inicial, se proyecta la población año a año estableciendo un determinado número de supervivientes (aleatorio) que se va reproduciendo o manteniéndose conforme evoluciona la población existente, de

¹Para el caso de la migración externa, se asumirá que es constante en cada año.

²Si intervienen dos índices como en el caso de la probabilidad de movilizarse de una provincia a otra, se entenderá que i es la provincia de origen y j la provincia de destino.

esta forma cada periodo considerado genera nuevas cohortes que se irán incorporando a la población existente.

2.2 Proyección de la Población

La proyección de la población ecuatoriana es el principal insumo para estimar las variaciones demográficas de la población entre 2010 y 2020. Mediante estas proyecciones se irán estimando las tasas de migración e inmigración interprovincial; junto con esto también se obtendrán las variaciones de las tasas de fecundidad y mortalidad, que son de vital importancia para la elaboración de dicha estimación.

A continuación, se muestran las principales características, definiciones y formas de cálculo de cada componente que se tomarán en cuenta para el desarrollo del modelo de proyección.

2.2.1 Elementos del Modelo

La construcción del modelo se lo hace en varias etapas, pues interviene una gran cantidad de factores que son indispensables para su desarrollo. Empezaremos por definir las notación básica que utilizaremos y las ecuaciones que permitirán generar el modelo.

2.2.2 Notación y definiciones

En vista de los requerimientos del modelo, es necesario identificar la provincia, la edad y el año, como se muestra a continuación:

- i .— Denota la provincia². (Ejem. $i = 1$ representa a la provincia de Azuay).
- t .— Representa el año durante el periodo de proyección, (Ejem. $t = 2010, 2011, \dots, 2020$).
- x .— Edad de la población de cada provincia.
- $P_{i,x}(t)$.— Población de la provincia i , de edad x , en el año t .
- $D_{i,x}(t)$.— Número de personas fallecidas de la provincia i , de edad x , en el año t .
- $m_{i,x}(t)$.— Tasa de mortalidad de la población de la provincia i , de edad x , en el año t y se calcula de la siguiente manera:

$$m_{i,x}(t) = \frac{D_{i,x}(t)}{P_{i,x}(t)} \quad (1)$$

- $q_{i,x}(t)$.— Probabilidad de fallecer para la población de la provincia i , de edad x , en el transcurso del año t .

$$q_{i,x}(t) = 1 - \exp(-m_{i,x}(t))$$

- $l_{i,x}(t)$.— Número de supervivientes de la provincia i , de edad x , en el año t .

$$l_{i,x+1}(t) = l_{i,x}(t)(1 - q_{i,x}(t))$$

- $d_{i,x}(t)$.— Número estimado de fallecidos de la provincia i , de edad x , en el transcurso del año t .

$$d_{i,x}(t) = l_{i,x}(t) - l_{i,x+1}(t)$$

- $L_{i,x}(t)$.— Población estacionaria³ de la provincia i , entre la edad x y $x + 1$, en el año t .

$$L_{i,x}(t) = l_{i,x+1}(t) + \frac{n}{2}d_{i,x}(t) = \frac{(2-n)l_{i,x+1}(t) + nl_{i,x}(t)}{2}$$

donde $n = 1$ ya que se está trabajando con edades simples[7] por lo tanto:

$$L_{i,x}(t) = \frac{l_{i,x+1}(t) + l_{i,x}(t)}{2}$$

- $S_{i,x}(t)$.— Probabilidad que tiene la población residente en la provincia i , de alcanzar la edad x . A $S_{i,x}$ se le conoce también como la probabilidad de sobrevivir en el transcurso del año t .

$$S_{i,x}(t) = \frac{L_{i,x+1}(t)}{L_{i,x}(t)} \quad (2)$$

- $T_{i,x}(t)$.— Años persona vividos a partir de la edad x , residente en la provincia i .

$$T_{i,x}(t) = \sum_{k=0}^{99-x} L_{i,k}(t)$$

Según The World fact book [9], la esperanza de vida en Ecuador es de 76.36 años; sin embargo, se ha considerado el valor de 99 como cota superior para proyección, con el objetivo de poder registrar eventos de menor probabilidad y posibles datos atípicos.

- $edv_{i,x}(t)$.— Esperanza de vida de la población de la provincia i , de edad x , en el año t .

$$edv_{i,x}(t) = \frac{T_{i,x}(t)}{l_{i,x}(t)}$$

- $S_{i,j,x}(t)$.— Número de personas de la provincia i que reside en la provincia j , en el año t , de edad x .
- $\hat{S}_{i,j,x}(t)$.— Probabilidad que la población de edad x se traslade de la provincia i a la provincia j , en el transcurso del año t ; dicha probabilidad está dada por:

$$\hat{S}_{i,j,x}(t) = \frac{S_{i,j,x}(t)}{\sum_{j=1}^n S_{i,j,x}(t)},$$

donde n es el número de provincias del Ecuador más las zonas conocidas como no delimitadas. Además, es inmediato verificar que [12]:

$$\sum_{j=1}^n \hat{S}_{i,j,x}(t) = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n = 25 \quad (3)$$

- $N_{i,x}(t)$.— Población migrante al exterior, donde $N_{i,x}$ es el saldo neto migratorio anual que se obtiene realizando la diferencia media anual entre los inmigrantes y los emigrantes de cada provincia.

2.2.3 Construcción del modelo de proyección

Si consideramos la población base⁴ $P_{i,x}$ y la probabilidad de sobrevivir $S_{i,x}$, se obtiene la población que sobrevivirá el siguiente año, es decir, al inicio del año $t + 1$. Entonces, la población para la provincia i con edad $x + 1$ en el año $t + 1$ estará dada por:

$$P_{i,x+1}(t+1) = P_{i,x}(t)S_{i,x}(t) \quad (4)$$

Ahora, si consideramos el factor movilidad (probabilidad de trasladarse de la provincia i a la provincia j) y lo aplicamos en (4), tendremos que la población de la provincia i , en edad $x + 1$, para el año $t + 1$, puede ser estimada como:

$$P_{j,x+1}(t+1) = \sum_{i=1}^{25} P_{i,x}(t)S_{i,x}(t)\hat{S}_{i,j,x}(t) \quad j = 1, 2, \dots, 25 \quad (5)$$

donde se consideran las 24 provincias establecidas en la división Político - Administrativa del Ecuador, más una que representará las zonas no delimitadas. Para completar el modelo es necesario incluir la migración internacional, con lo cual el modelo queda de la siguiente manera:

$$P_{j,x+1}(t+1) = \sum_{i=1}^{25} P_{i,x}(t)S_{i,x}(t)\hat{S}_{i,j,x}(t) + N_{j,x}(t) \quad (6)$$

con $j = 1, 2, \dots, 25$.

OBSERVACIÓN 1. Este modelo sería mas eficiente si se proyectara también la migración internacional; en nuestra investigación, hemos utilizado el saldo neto migratorio constante para cada año que dura la proyección.

Para garantizar que el modelo converja año tras año, es necesario introducir la propiedad de cerradura. Además, debe pertenecer al grupo de estudio el resultado de la estimación de la población de la provincia i en edad $x + 1$, en el año $t + 1$, a partir de la población en edad x , en el año t , por la probabilidad de sobrevivir que tiene la población en edad x . Específicamente, la población calculada no deberá ser mayor a la población existente. En virtud de este hecho, con el objetivo de establecer grupos mutuamente

³Tiempo vivido entre las edades x y $x + 1$ o número de años vividos por la generación entre las edades x y $x + 1$.

⁴La población base es tomada del Censo de Población y Vivienda 2010 - Fuente INEC.

excluyentes, sólo utilizaremos la expresión establecida en (4):

$$\tilde{P}_{j,x+1}(t+1) = P_{j,x}(t)S_{j,x}(t), \quad (7)$$

considerando la población indígena (I), no indígena (nI) y la población total (T) por separado con lo que debe cumplir la siguiente condición:

$$\tilde{P}_{j,x}^T(t)S_{j,x}^T(t) = \tilde{P}_{j,x}^I(t)S_{j,x}^I(t) + \tilde{P}_{j,x}^{nI}(t)S_{j,x}^{nI}(t), \quad (8)$$

conocida como propiedad de cerradura. Utilizando la ecuación (7), podemos calcular la migración que recibe cada una de las provincias, estableciendo la siguiente expresión:

$$\hat{P}_{j,x+1}(t+1) = \sum_{i=1}^{25} \tilde{P}_{j,x+1}(t+1)\hat{S}_{i,j,x}(t). \quad (9)$$

Además, por (3) se tiene que el término $\hat{S}_{i,j,x}(t)$ solamente distribuye a la población entre las regiones sin afectar al monto nacional. Con respecto a la migración internacional, no es posible obtener la población de manera diferenciada por autoidentificación étnica, ya que no se cuenta con la información que permite clasificar a los migrantes de esta manera. Por este motivo, suponemos que la incidencia de la migración internacional no difiere entre las poblaciones; en consecuencia, se reparte la población total de la provincia con la distribución obtenida en (9). Sobre la base de esta consideración, el cálculo de cada una de las poblaciones consideradas lo establecemos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_{j,x+1}^I(t+1) &= P_{j,x+1}^T(t+1) \frac{\hat{P}_{j,x+1}^I(t+1)}{\hat{P}_{j,x+1}^I(t+1) + \hat{P}_{j,x+1}^{nI}(t+1)} \\ P_{j,x+1}^{nI}(t+1) &= P_{j,x+1}^T(t+1) - P_{j,x+1}^I(t+1). \end{aligned} \quad (10)$$

Una vez obtenida la población indígena y no indígena para el año $t+1$, es indispensable obtener las nuevas generaciones que se irán incorporando a la población existente.

OBSERVACIÓN 2. El símbolo “ $\sim$ ” de la ecuación (7) se utiliza para indicar que solo se ha considerado el factor reductor correspondiente a la mortalidad, mientras que el símbolo “ $\hat{\sim}$ ” usado en la ecuación (9) se usa para indicar que aún no se ha incorporado la migración internacional.

3 Evolución Futura de los Factores del Cambio Demográfico

Los cambios en la fecundidad y la mortalidad, principalmente, traen como consecuencias el descenso del ritmo de crecimiento medio anual de la población y una estructura por edades cada vez más envejecida. Asimismo, la migración (interna y externa) puede influir tanto a nivel nacional como subnacional en el envejecimiento de la población, puesto que este proceso social se da principalmente

entre los jóvenes y adultos jóvenes; recordemos que éstos son quienes tienen un mayor probabilidad de migrar por motivos fundamentalmente económicos, laborales o de estudios [14]. En este escenario, se estimarán la movilidad y evolución demográfica que se dan en cada una de las provincias del país; para ello, se empieza por proyectar las tasas de fecundidad y mortalidad.

3.1 Proyección de la Fecundidad

Una de las transformaciones significativas dentro del cambio demográfico es el descenso sostenido de la fecundidad. La principal causa de este decrecimiento es el aumento de la población económicamente activa femenina ($PEAf$), lo cual ha provocado un descenso en la tasa de fecundidad, año tras año [15]. Con este antecedente, la proyección de la fecundidad se la hace a nivel general, es decir, sin considerar la edad de la madre; se obtiene así la estimación de la *Tasa de Fecundidad global* (TFG) para cada año que dure la proyección, de la siguiente manera:

$$TFG(t) = k_1 + \frac{k_2}{1 + \exp(\alpha + \beta t)}, \quad (11)$$

donde k_1 y k_2 es el número de hijos mínimo y máximo por mujer, respectivamente, y los valores α y β son constantes⁵ calculadas en base a los valores establecidos en [15]. Ahora, para estimar la tasa de fecundidad $F_{i,x}$ es necesario considerar los siguientes puntos:

- TFG .— descrita en (11).
- $\bar{P}_{i,x}^f(t)$.— Población femenina de la provincia i en edad fértil (población femenina de 15 a 49 años) a mitad del año t .
- $g_{i,x}$.— Estructura por edad de la madre, que esta dada por:

$$\bar{P}_{i,x}^f(t) = \frac{P_{i,x}^f(t) + P_{i,x}^f(t+1)}{2}$$

$$g_{i,x}(t) = \frac{\bar{P}_{i,x}^f(t)}{\sum_{x=15}^{49} \bar{P}_{i,x}^f(t)}$$

Luego, la tasa de fecundidad para cada provincia, está dada por:

$$F_{i,x}(t) = TGF(t) * g_{i,x}(t) \quad \text{con} \quad \sum_{x=15}^{49} g_{i,x}(t) = 1$$

Para calcular el número de personas que se irán integrando a la proyección, es necesario obtener el total de nacimientos ocurridos en el año, que se estima de la siguiente manera:

$$B_i(t) = \sum_{x=15}^{49} \bar{P}_{i,x}^f(t)F_{i,x}(t). \quad (12)$$

Es necesario clasificar $B_i(t)$ en función de su autoidentificación étnica; en este caso se considera la misma a la que la madre pertenece; por lo tanto, es posible obtener así la

⁵Los coeficientes α y β se obtienen resolviendo las siguientes ecuaciones $\alpha = \ln\left(\frac{k_1 + TGF(0)}{TGF(0) - k_1}\right)$ y $\beta = \frac{1}{T} \left[\ln\left(\frac{k_1 + k_2 - TGF(T)}{TGF(T) - k_1}\right) - \alpha \right]$.

distribución por autoidentificación étnica del total de cada provincia, de tal forma que:

$$w_i(t) = \frac{B_i^I(t)}{B_i^I(t) + B_i^{nI}(t)}$$

y

$$1 - w_i(t) = \frac{B_i^{nI}(t)}{B_i^I(t) + B_i^{nI}(t)},$$

Separada la población de recién nacidos (12) se tienen los nacimientos de cada provincia para cada una de las poblaciones indígena y no indígena por separado, de la siguiente manera:

$$B_i^I(t) = B_i(t)w_i(t)$$

y

$$B_i^{nI}(t) = B_i(t)[1 - w_i(t)]$$

y con lo cual se satisface también la propiedad de cerradura para cada provincia.

$$B_i(t) = B_i^I(t) + B_i^{nI}(t). \quad (13)$$

Los nacimientos están separados por sexo suponiendo que existen 102 mujeres por cada 100 hombres⁶ utilizado para toda la población [15]. Una vez separados los nacimientos por sexo, tenemos:

$$\hat{P}_{j,0}(t+1) = \sum_{i=1}^{25} B_i(t)S_{i,0}(t)\hat{S}_{i,j,0}(t), \quad (14)$$

donde

- $B_i(t)$.— Número de nacimientos estimado para la provincia i , en el año t .
- $S_{i,0}(t)$.— Probabilidad de que una persona en edad 0, sobreviva al año $t+1$, similar a la ecuación (2); para este caso la probabilidad viene dada de la siguiente manera:

$$S_{i,0}(t) = \frac{L_{i,0}(t)}{l_{i,0}(t)},$$

donde $l_{i,0}(t)$ es el rádx para la construcción de las tablas de vida de cada provincia. Recordemos que $l_{i,x}$ es el número de sobrevivientes de edad x residentes en la provincia i , por lo que se toma como $l_{i,0} = 100\,000$ [7].

- $\hat{S}_{i,j,0}(t)$.— Probabilidad que la población de 0 años se movilice⁷ de la provincia i a la provincia j durante en año t .

3.2 Proyección de la Mortalidad

La mortalidad es el factor que influye en el envejecimiento de la población. Ahora, similar como para el caso de la fecundidad; debido a que cada población tendrá un comportamiento distinto, es necesario separar la población total por población indígena y población no indígena para cada edad en las distintas provincias, año a año, durante el periodo de proyección, como se muestra a continuación:

$$D_{i,x}^T(t) = D_{i,x}^I(t) + D_{i,x}^{nI}(t).$$

Recordemos que la tasa de mortalidad esta dada por:

$$m_{i,x}(t) = \frac{D_{i,x}(t)}{P_{i,x}(t)};$$

a partir de esto, se tiene que:

$$P_{i,x}^T(t)m_{i,x}^T(t) = P_{i,x}^I(t)m_{i,x}^I(t) + P_{i,x}^{nI}(t)m_{i,x}^{nI}(t).$$

Si dividimos la ecuación anterior para $P_{i,x}^T$, tenemos la tasa de mortalidad total:

$$m_{i,x}^T(t) = w_{i,x}(t)m_{i,x}^I(t) + (1 - w_{i,x}(t))m_{i,x}^{nI}(t)$$

$$\text{con } w_{i,x}(t) = \frac{P_{i,x}^I(t)}{P_{i,x}^T(t)}.$$

Ahora, se obtienen las tasas de mortalidad relativas para cada una de las poblaciones de las distintas provincias considerando cada una de las edades, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} 1 &= w_{i,x}(t) \frac{m_{i,x}^I(t)}{m_{i,x}^T(t)} + (1 - w_{i,x}(t)) \frac{m_{i,x}^{nI}(t)}{m_{i,x}^T(t)} \\ &= w_{i,x}(t)\delta_x^I(t) + (1 - w_{i,x}(t))\delta_x^{nI}(t), \end{aligned} \quad (15)$$

donde δ es la tasa de mortalidad relativa para cada una de las poblaciones - indígena y no indígena - de las diferentes provincias. Ahora, las probabilidades de sobrevivencia calculadas con (2) no necesariamente satisfacen la propiedad de cerradura definida en (8); es por eso que, en cada año de proyección, se hizo una corrección mínima denotada por $k_x(t)$ (muy cercana a la unidad), diferente para cada edad pero igual para las dos poblaciones; ello permite satisfacer el criterio de cerradura para cada provincia. Se estima $k_x(t)$ de la siguiente manera:

$$S_{i,x}(t) = k_x(t)S_{i,x}^{(0)}(t), \quad (16)$$

donde el (0) es el valor inicial. Reemplazando en (6) tenemos:

$$P_{\bullet,x}(t)S_{\bullet,x}(t) = k_x(t) \sum_{i=1}^{25} P_{i,x}(t)S_{i,x}^{(0)}(t),$$

luego

$$k_x(t) = \frac{P_{\bullet,x}(t)S_{\bullet,x}(t)}{\sum_{i=1}^{25} P_{i,x}(t)S_{i,x}^{(0)}(t)}. \quad (17)$$

⁶La relación de 102 mujeres por cada 100 hombres (obtenida apartir del CPV2010) solo se cumple a nivel nacional.

⁷Para todos los recién nacidos se ha tomado probabilidad de movilización de la población que tiene 5 años ($x = 5$), puesto que no es posible preguntar a un individuo de un año de edad ¿Dónde vivía hace 5 años?

Reemplazando (17) en (16), tenemos la probabilidad de que una persona que reside en la provincia i alcance la edad x ; este reemplazo, además, cumple la propiedad expuesta en (8).

3.2.1 Proyección de la esperanza de vida

La proyección de la esperanza de vida se realiza mediante la siguiente suposición: la esperanza de vida tiene un máximo de 83.4 y 77.53 años para hombres y mujeres[9], respectivamente, y un mínimo de 30 años para ambos géneros. A partir de los registros de la esperanza de vida al nacer correspondiente a años anteriores, aplicamos la siguiente función[13]:

$$\text{Logit}(\text{edv}_{i,x}(t)) = \frac{\text{edv}_{i,x}(\max) - \text{edv}_{i,x}(t)}{\text{edv}_{i,x}(t) - \text{edv}_{i,x}(\min)},$$

donde $\text{edv}_{i,x}(\max)$ y $\text{edv}_{i,x}(\min)$ son los valores de 83.4 y 30, respectivamente, para cada provincia y población tratadas. Con los datos obtenidos, se construye un modelo de regresión lineal de la siguiente manera:

$$\text{Logit}(t) = \beta_0 + \beta_1 t.$$

A partir de esta ecuación, pueden obtenerse los valores estimados para cada año de la proyección. Ahora es necesario transformar los dichos valores en esperanzas de vida de la siguiente manera:

$$\text{edv}_{i,x}(t) = \text{edv}_{i,x}(\min) + \frac{\text{edv}_{i,x}(\max) - \text{edv}_{i,x}(\min)}{1 + \exp(\text{Logit}(t))}.$$

De esta forma se obtienen las esperanzas de vida al nacer para cada año de proyección.

3.3 Proyección de la movilidad

Las complejidades de la migración internacional y la escasez de los datos respectivos son los principales problemas a enfrentar cuando se elaboran proyecciones de población; ambos elementos dificultan la visualización de los cambios significativos de la movilidad territorial de la población indígena y la población no indígena dentro y fuera del país; por lo tanto, supondremos que las tasas de migración permanecen constantes durante el periodo de proyección, lo que significa que la tasa de migración neta tiende a converger en cada una de las regiones.

La proyección de la movilidad interna se realiza tomando como referencias la provincia de origen y la provincia de residencia habitual. Entonces, la probabilidad de trasladarse de una provincia a otra y en ausencia de mortalidad, está dada por:

$$\hat{S}_{i,j,x} = \frac{S_{i,j,x}}{S_{i,\bullet,x}} \quad \text{con} \quad S_{i,\bullet,x} = \sum_{j=1}^{25} S_{i,j,x}, \quad (18)$$

donde la matriz de transición para cada edad se expresa

como:

$$\hat{S}_x = \begin{bmatrix} \hat{S}_{1,1,x} & \hat{S}_{2,1,x} & \dots & \hat{S}_{25,1,x} \\ \hat{S}_{1,2,x} & \hat{S}_{2,2,x} & \dots & \hat{S}_{25,2,x} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{S}_{1,25,x} & \hat{S}_{2,25,x} & \dots & \hat{S}_{25,25,x} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Ahora bien, el problema radica en los niños menores a cinco años y la nueva población que ingresa a la proyección, pues en el primer grupo no es posible saber cuál es la provincia de origen, y peor aún, la provincia de residencia habitual; en el segundo grupo, el conflicto aumenta, puesto que es una población que todavía no nace. Por estos motivos, se supondrá la misma tasa utilizada en la primera proyección.

Calculamos la migración interprovincial, y las tasas de migración a partir de las probabilidades de transición, de la siguiente manera:

$$\hat{S}_x = e^{\hat{M}_x}, \quad (20)$$

donde

$$\hat{M}_x = \begin{bmatrix} -\sum_{j \neq 1} M_{1,j,x} & M_{2,1,x} & \dots & M_{25,1,x} \\ M_{1,2,x} & -\sum_{j \neq 2} M_{2,j,x} & \dots & M_{25,2,x} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{1,25,x} & M_{2,25,x} & \dots & -\sum_{j \neq 25} M_{25,j,x} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

$\hat{M}_x$ es la matriz de tasas de movilidad y $M_{i,j,x}$ es la tasa de migración de la provincia i a la provincia j . La matriz $\hat{M}_x$ se consigue aplicando el logaritmo natural a (20).

$$\hat{M}_x = \ln\{\hat{S}_x\} \quad (22)$$

El total de migrantes de la provincia i a la provincia j está dado por

$$S_{i,j}(t) = \sum_{x=0}^{99} \bar{P}_{i,x}(t) M_{i,j,x},$$

donde $\bar{P}_{i,x}(t)$ es la población residente en la región i a mitad del año t ; los totales de migrantes e inmigrantes están dados de la siguiente manera:

$$I_j(t) = \sum_{i=1}^{25} S_{i,j}(t) \quad \text{y} \quad E_i(t) = \sum_{j=1}^{25} S_{i,j}(t).$$

Finalmente, si dividimos I_j y E_i por la población media total se obtienen las tasas brutas de migración interprovincial.

4 Resultados

En esta sección presentamos los resultados de: proyección de la movilidad, de movilidad interna, movilidad de la población indígena, de la población no indígena y de la población total. Además, se presentan las provincias que tienen mayor acogida de inmigrantes nacionales, y la proporción en que llegan a dicha provincia, tanto la población indígena como la no indígena.

4.1 Proyección de la movilidad

La migración interna es un fenómeno que ha afectado a toda la población ecuatoriana, sin distinguir edad ni sexo. Como puede verse en la Figura 1, éste fenómeno migratorio afecta más a la población que se encuentra entre los 15 y 35 años de edad, grupo etáreo que concentra casi el 60 % de la población.

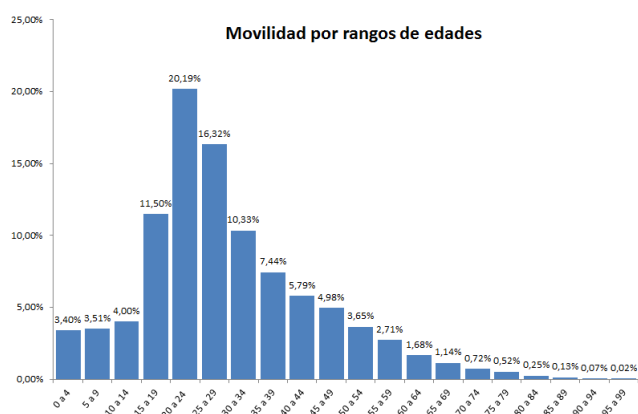


Figura 1. Movilidad interna de la población, separada por grupos de edad. Fuente: Elaboración propia, a partir del CPV 2010.

OBSERVACIÓN 3. Al calcular la migración por grupos de edad, no se ha separado por población indígena y no indígena, ya que el comportamiento es similar para todos los años que dura la proyección para ambas poblaciones; por esta razón se han tomado los datos de toda la población migratoria correspondientes al año 2020.

Como puede verse en la Tabla 3, todo el Ecuador está propenso a la migración, aunque unas provincias más que otras, como Pichincha y Guayas; la primera columna es la provincia de origen y la fila es la provincia de arribo. Los números negativos significa que existe mayor salida que entrada de personas migrantes. En la Tabla 1 se muestran las tasas de migración de cada provincia. En este caso, solo nos preocupamos de saber las tasas de arribo de cada población mas no de dónde proviene dicha población (esto se mostrará más adelante).

Como puede verse en la Tabla 3, todo el Ecuador esta propenso a la migración, aunque unas provincias más que

En las Figuras 2, 3 y 4 puede verse que las provincias con mayor acogida de migrantes nacionales tiene son: Pichincha, Guayas y Manabí, con el 19.8 %, 15.4 % y 9.4 % del total de la migración interna respectivamente. Como caso particular para la población indígena, ver Figura 3, en la que se aprecia que la población de Chimborazo aporta con el 13 % de la población migrante.

4.1.1 Movilidad interna

A continuación, se muestran las provincias que mayor acogida de migrantes ecuatorianos poseen, así como información de dónde provienen. Durante el periodo de pro-

ojecto; la primera columna es la provincia de origen y la fila es la provincia de arribo y los números negativos significa que existe mayor salida que entrada de personas migrantes. En la Tabla 1 se muestran las tasas de migración de cada provincia. En este caso solo nos preocupamos de saber las tasas de arribo de cada población mas no de donde proviene dicha población (esto se mostrará más adelante).

Provincia	Población Total			PI			PnI		
	2010	2015	2020	2010	2015	2020	2010	2015	2020
Azuay	4,29	4,44	4,46	2,75	3,02	3,42	4,42	4,46	4,48
Bolívar	1,86	2,02	2,05	2,85	2,55	2,50	1,78	1,98	2,10
Cañar	1,64	1,51	1,70	1,17	1,40	1,62	1,68	1,53	1,27
Carchi	1,90	1,93	1,93	0,98	0,83	0,73	1,98	2,02	2,03
Cotopaxi	4,16	3,87	3,71	12,05	11,72	11,03	3,49	3,36	3,25
Chimborazo	4,18	4,51	4,71	19,04	18,50	18,11	2,93	3,29	3,47
El Oro	5,54	5,39	5,01	0,85	0,80	0,63	5,93	5,73	5,31
Esmeraldas	4,52	4,52	4,49	0,99	0,94	0,75	4,82	4,85	4,83
Guayas	17,35	16,45	16,09	9,01	8,62	8,43	18,06	17,85	17,53
Imbabura	3,50	3,37	3,17	6,37	6,85	7,08	3,26	2,92	2,83
Loja	3,00	3,50	3,88	2,89	2,48	2,32	3,01	3,72	3,49
Los Ríos	5,41	5,90	5,86	1,23	0,88	0,86	5,76	6,34	6,32
Manabí	6,91	7,59	9,66	0,93	0,73	0,63	7,41	8,17	9,47
Morona Santiago	1,35	1,21	1,05	1,84	2,70	3,84	1,31	0,99	0,97
Napo	1,45	1,34	0,96	2,87	3,43	3,50	1,33	0,74	0,73
Pastaza	1,29	1,23	0,98	3,12	2,80	2,62	1,14	0,84	0,83
Pichincha	13,17	14,15	15,03	15,85	16,58	17,18	12,95	14,37	15,25
Tungurahua	4,03	3,54	3,03	4,06	4,22	4,03	4,03	3,91	3,69
Zamora Chinchipe	1,68	1,54	0,89	1,78	1,80	1,75	1,67	1,61	1,52
Galápagos	0,60	0,70	0,70	0,35	0,35	0,24	0,62	0,52	0,52
Sucumbios	3,09	2,70	1,73	3,28	3,19	3,05	3,08	2,75	2,46
Orellana	2,63	2,94	3,27	4,35	4,09	4,05	2,48	2,27	2,16
Sto. Domingo	3,63	3,38	3,34	0,78	0,98	1,20	3,87	3,59	3,35
Santa Elena	2,82	2,25	2,25	0,62	0,51	0,45	3,01	2,23	2,13

Tabla 1. Tasas Brutas de migración de las poblaciones indígena y no indígena. Fuente: Elaboración propia.

Claramente puede verse que la población indígena y la población no indígena tienen comportamientos distintos con respecto a la migración debido a la concentración de la población indígena que tienen ciertas provincias. La población indígena forma parte de alrededor del 7 % de la población total del país. En la Tabla 2 puede verse que la población migrante tiene un comportamiento similar.

Población	2010		2015		2020	
	Absoluto	%	Absoluto	%	Absoluto	%
Indígenas	8.921	7,76	10.248	8,01	11.629	8,33
No Indígenas	105.994	92,24	117.628	91,99	127.985	91,67
Total	114.915	100	127.876	100	139.613	100

Tabla 2. Número estimado de personas movilizadas en los años 2010, 2015 y 2020 de la población indígena y la población no indígena. Fuente: Elaboración propia.

yección, se pudo apreciar que los comportamientos con respecto a la movilidad eran similares; por esta razón, se han tomado los resultados del año 2020. En la Figura 2, se muestra la distribución del total de la población inmigrante, es decir, la proporción del total de la población migrante que arriba a las distintas provincias, sin clasificarlas según su composición de población indígena y no indígena.

En la Figura 2, se puede apreciar que Pichincha, Guayas y Manabí son las provincias que tiene mayor acogida, además de ser las provincias que mayor población poseen (Ver Tabla 5).

Indígenas	Azuay	Bolívar	Cañar	Carchi	Cotopaxi	Chim.	El Oro	Esm.	Guayas	Imbabura	Loja	Los Ríos	Manabí	M. Sant.	Napo	Pastaza	Pichincha	Tun.	Zamora Ch.	Galápagos	Suc.	Orellana	Sto. Dom.	Sta. E.	Z. No Del.
Azuay	-0,2	0,7	2,6	-0,9	2,1	2,6	0,7	0,0	0,9	0,9	3,2	-0,2	-0,9	2,4	0,2	0,0	1,9	1,6	0,9	0,0	-0,2	-0,9	0,2	0,0	0,0
Bolívar	1,1	0,7	0,7	0,0	2,1	3,0	0,0	0,2	1,3	0,5	0,0	1,6	0,0	-0,2	-0,2	0,0	3,5	3,3	-0,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Cañar	1,7	0,0	0,0	0,0	0,0	2,7	0,0	0,0	1,8	2,0	1,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Cotopaxi	0,3	-0,4	0,0	-0,4	1,2	0,5	0,0	0,8	0,0	4,2	0,0	0,0	-0,4	2,0	0,0	0,1	2,8	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0
Chimborazo	1,6	-0,9	1,2	-0,3	0,2	0,2	0,6	-1,7	3,6	-0,2	-0,8	-0,4	-1,4	-0,3	-0,8	0,7	3,5	2,2	-2,8	-2,1	-0,4	-0,8	-0,1	-0,6	0,0
El Oro	2,1	1,7	0,3	1,2	1,0	3,5	0,0	0,0	2,5	2,8	1,9	0,5	0,5	0,0	0,0	1,0	2,2	2,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Esmeraldas	0,0	0,8	1,7	1,2	2,1	2,5	0,0	-0,3	1,7	2,6	0,7	1,5	0,8	1,5	0,0	0,0	2,7	0,3	0,1	0,0	0,8	0,8	1,9	0,0	0,0
Guayas	1,2	0,7	1,1	0,4	0,0	4,2	0,1	0,2	0,1	1,3	-0,7	0,3	-1,0	-1,0	-1,4	-0,3	1,5	1,9	-0,7	-1,0	-1,0	-1,4	-0,7	0,0	0,0
Imbabura	-1,0	-1,7	0,7	1,4	0,0	0,9	0,0	0,0	0,2	0,8	0,0	-0,6	0,0	0,0	0,0	-1,7	4,4	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Loja	3,8	0,0	-0,3	0,0	-0,9	0,0	0,4	0,0	0,2	0,2	0,0	0,0	0,0	2,0	-0,9	-0,9	1,5	-0,3	3,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Los Ríos	-0,1	3,0	-0,1	-0,1	3,3	2,3	0,0	-0,1	2,1	1,7	0,0	0,2	0,0	0,0	-0,1	-0,1	1,9	1,9	0,0	0,0	0,6	-0,1	0,6	1,7	0,0
Manabí	0,0	1,8	0,0	0,0	1,3	0,9	0,0	0,2	1,6	2,5	2,1	0,0	0,3	1,6	3,2	0,9	2,5	2,3	0,0	0,0	0,0	0,9	0,9	0,0	0,0
Morona Santiago	1,6	0,0	0,2	-0,5	-0,5	0,0	0,0	0,0	0,6	1,7	2,1	0,0	0,2	1,6	1,5	3,4	2,6	0,2	2,6	0,0	1,3	1,3	0,6	0,0	0,0
Napo	0,2	0,4	0,0	0,0	1,4	1,6	0,0	0,0	0,2	1,1	-0,9	0,0	2,2	0,7	1,5	2,6	3,1	1,5	0,7	0,7	1,6	3,2	-0,9	0,0	0,0
Pastaza	-1,3	-1,0	0,0	0,0	0,6	3,2	-0,3	0,8	-0,3	1,3	0,0	-1,0	0,0	3,7	2,8	0,0	2,3	1,8	0,0	-1,0	0,1	1,8	0,0	0,0	0,0
Pichincha	1,7	1,5	-1,3	-0,9	3,0	2,2	-1,6	0,3	0,6	3,4	0,2	-0,5	-0,5	0,8	1,2	0,0	3,3	1,0	-1,3	1,1	0,3	0,3	0,0	-2,0	0,0
Tungurahua	1,1	2,5	0,0	0,0	1,8	2,3	0,7	-0,2	2,6	0,8	0,0	0,9	0,1	0,7	1,5	1,4	1,1	-0,5	0,0	1,1	0,9	1,1	-0,6	0,0	0,0
Zamora Chichipe	1,1	1,9	-0,5	0,0	2,3	-0,5	0,6	0,0	0,2	-0,5	3,9	0,0	0,0	2,8	0,9	0,6	1,1	-0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Galápagos	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,8	0,0	0,0	0,0	1,9	0,0	0,0	0,0	1,2	0,0	0,0	1,2	4,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Sucumbios	0,0	0,0	0,0	-0,4	1,7	1,6	0,9	-0,4	0,0	2,3	0,0	0,3	0,0	1,2	2,5	1,3	2,6	2,2	-0,4	0,0	3,3	0,5	0,5	0,0	0,0
Orellana	0,0	1,3	-1,4	-0,7	1,8	1,7	0,0	-0,7	1,0	1,4	0,4	0,4	0,3	2,5	3,2	2,0	2,5	1,2	-1,4	0,0	2,4	0,7	0,7	0,0	0,0
Sto. Dom. Tsafichas	0,0	0,4	0,0	0,0	3,3	2,3	0,0	2,4	0,4	1,0	1,5	0,4	2,3	0,0	0,0	0,4	2,7	1,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Santa Elena	0,6	2,0	0,0	0,0	0,0	2,8	0,0	0,0	3,2	3,4	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0	2,0	2,2	0,0	0,0	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0
Zonas No Delimitadas	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

No Indígenas	Azuay	Bolívar	Cañar	Carchi	Cotopaxi	Chim.	El Oro	Esm.	Guayas	Imbabura	Loja	Los Ríos	Manabí	M. Sant.	Napo	Pastaza	Pichincha	Tun.	Zamora Ch.	Galápagos	Suc.	Orellana	Sto. Dom.	Sta. E.	Z. No Del.
Azuay	0,2	-0,2	2,2	-0,9	0,4	1,2	2,9	-0,4	2,8	-0,5	-0,9	2,5	-0,2	2,2	-1,0	-0,9	2,4	2,4	0,7	-2,5	-0,3	-1,2	0,4	-0,5	0,0
Bolívar	3,7	-0,2	-1,8	-1,3	1,0	3,0	-0,2	-0,4	3,2	-0,8	0,4	0,6	-0,3	2,2	-2,9	-2,2	2,2	-0,3	-1,3	-2,9	-1,8	-1,5	0,1	-1,8	-0,2
Cañar	-0,2	-1,7	-3,0	-2,2	-0,7	1,9	0,9	-0,5	3,7	-1,3	-1,3	-1,3	-0,3	-2,3	-1,9	-1,4	3,9	-0,3	-2,3	0,0	0,5	-0,2	-0,3	-0,9	-0,2
Carchi	-0,2	-1,7	-3,0	-2,2	0,5	-0,1	-0,2	0,8	0,5	3,7	-1,3	-1,3	-0,3	-2,3	-1,9	-1,4	3,9	-0,3	-2,3	0,0	0,5	-0,2	-0,3	-0,9	-0,2
Cotopaxi	1,4	1,6	0,6	-0,8	1,5	1,3	0,1	0,5	1,8	0,1	0,1	1,7	1,0	-0,8	-0,5	0,1	4,0	2,1	-2,0	-3,6	0,7	0,3	1,2	-1,3	0,0
Chimborazo	2,8	-0,4	-0,2	-0,5	-0,1	0,7	0,5	0,4	2,8	0,0	0,9	0,5	0,6	0,5	0,3	0,9	3,7	1,9	-0,9	-1,5	0,4	0,7	-0,5	0,0	0,0
El Oro	-0,1	0,5	0,5	-0,1	0,7	1,2	2,1	2,2	3,0	-0,7	-0,1	1,4	3,2	-1,5	-1,1	-1,5	3,0	0,4	-1,3	-2,0	0,1	-0,5	0,9	-0,4	-3,4
Esmeraldas	1,6	0,5	0,6	1,4	-0,1	1,2	2,1	2,2	3,0	-0,7	-0,1	1,4	3,2	-1,5	-1,1	-1,5	3,0	0,4	-1,3	-2,0	0,1	-0,5	0,9	-0,4	-3,4
Guayas	-0,5	-1,5	-3,5	2,3	0,6	0,0	-0,3	1,0	2,4	0,3	-0,8	-0,5	0,2	-1,8	-1,1	-0,9	4,3	-0,2	-2,8	-1,9	0,6	-0,3	0,2	-1,6	-4,2
Imbabura	2,7	-1,2	-1,0	-1,2	0,0	0,4	0,0	0,8	0,0	0,4	0,0	0,6	0,6	0,6	-1,1	-0,8	3,1	0,4	2,8	-1,1	0,4	-0,2	0,8	-0,7	0,0
Loja	0,2	1,9	-1,4	-0,4	1,4	0,0	0,9	1,3	3,9	-1,0	-0,1	0,2	2,6	-2,0	-1,9	-1,5	2,3	0,5	-2,3	-1,9	-0,3	-0,3	1,4	-0,4	0,0
Los Ríos	0,1	-0,9	-0,6	-1,0	0,3	0,0	0,8	1,9	3,7	0,0	0,2	1,7	0,1	0,9	0,8	0,8	3,1	0,0	-0,9	-1,4	0,2	0,0	0,8	-1,9	0,0
Manabí	3,5	-0,1	0,5	-1,2	0,3	2,1	1,2	0,5	1,4	0,8	0,8	0,6	0,8	0,1	0,1	2,1	2,6	1,9	0,7	0,0	1,4	0,7	0,8	-1,9	0,0
Morona Santiago	0,1	0,3	-2,0	0,1	1,6	2,1	0,3	0,3	1,7	0,5	0,8	0,6	0,5	0,5	1,9	1,6	3,7	3,2	-0,3	0,0	0,6	0,8	0,8	-2,5	0,0
Napo	0,0	-0,4	-1,8	-2,5	1,3	2,6	0,3	0,5	1,6	0,1	-0,1	0,7	0,5	1,9	1,4	0,2	3,3	3,2	-0,1	-1,4	0,0	0,8	0,8	-2,5	0,0
Pastaza	1,0	1,3	-1,6	1,5	1,7	1,1	1,9	0,3	2,1	2,1	2,1	1,5	2,3	0,1	0,5	1,6	3,8	1,6	-0,5	0,0	1,3	0,9	0,9	-0,5	-3,8
Pichincha	0,2	1,5	-0,6	-0,5	1,7	2,5	-0,3	0,3	2,1	-0,2	0,3	0,7	0,9	0,0	0,7	1,6	3,8	0,5	-0,5	-0,3	0,7	0,9	0,5	-1,0	0,0
Tungurahua	1,8	-1,8	-0,8	-1,1	0,2	0,2	1,4	0,2	2,0	0,3	0,3	0,0	1,1	1,5	-0,6	-2,2	2,1	0,5	-1,2	-2,9	-0,6	-0,2	0,6	-1,8	0,0
Zamora Chichipe	0,2	-0,1	-0,1	-0,5	0,2	0,2	0,8	0,2	3,7	0,2	1,3	1,0	1,5	-1,9	0,0	0,0	3,4	1,4	-1,2	-2,9	-0,6	-0,2	0,6	-1,8	0,0
Galápagos	0,0	0,7	-1,1	0,5	1,6	1,4	1,1	1,4	1,9	1,3	1,3	1,5	1,6	-0,8	0,6	0,1	3,4	1,9	-1,7	-2,8	2,5	2,3	1,9	-0,4	0,0
Sucumbios	-0,8	0,9	-2,6	-1,1	1,9	1,4	1,1	1,2	1,8	1,2	1,3	1,3	1,6	-1,3	1,1	0,1	3,3	1,4	-1,7	-3,3	0,5	0,5	1,8	-1,2	0,0
Orellana	0,1	0,0	-0,2	-0,2	0,7	1,3	0,0	2,6	4,2	-0,3	-0,1	1,2	2,9	-2,1	-1,6	-1,4	3,4	0,7	-2,3	-1,4	1,1	0,5	-0,3	-0,8	0,0
Sto. Dom. Tsafichas	0,3	-1,1	-0,7	-0,2	-0,6	-0,4	1,0	2,9	3,4	1,0	1,2	1,6	2,4	-2,8	-1,6	-1,7	1,8	0,1	-2,8	-0,5	-1,4	-2,1	-0,3	-0,8	0,0
Santa Elena	0,3	0,0	2,3	-2,1	-1,0	-1,0	-0,5	2,9	3,4	0,0	-0,5	2,3	3,0	-2,1	-2,1	0,0	1,2	-2,1	0,0	0,0	-1,4	1,4	0,0	0,0	0,0
Zonas No Delimitadas	0,3	0,0	2,3	-2,1	-1,0	-1,0	-0,5	2,9	3,4	0,0	-0,5	2,3	3,0	-2,1	-2,1	0,0	1,2	-2,1	0,0	0,0	-1,4	1,4	0,0	0,0	0,0

Tabla 3. Tasas de Migración Interna de la población indígena y no indígena. Fuente: Elaboración propia

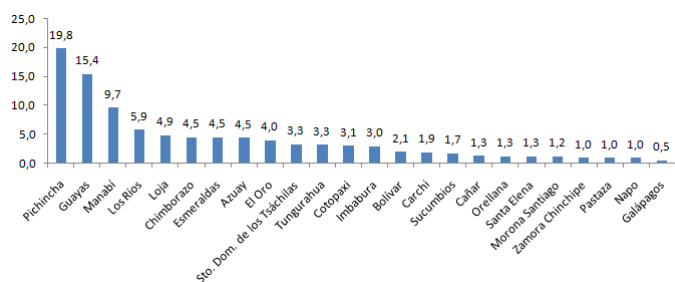


Figura 2. Distribución de la población migrante - Población Total. Fuente: Elaboración propia

No obstante, la población indígena tiene por preferencia movilizarse hacia Pichincha y Chimborazo; más adelante se indicará de dónde proviene la mayor cantidad de personas que elige como destino dichas provincias.

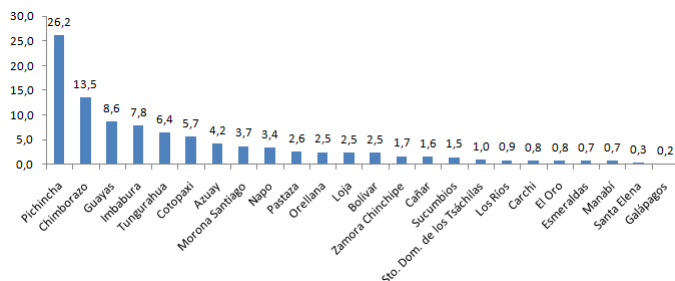


Figura 3. Distribución de la población migrante - Población Indígena. Fuente: Elaboración propia

La población no indígena y la población total tienen el mismo comportamiento en orden de provincias, salvo pequeñas variaciones en proporción.

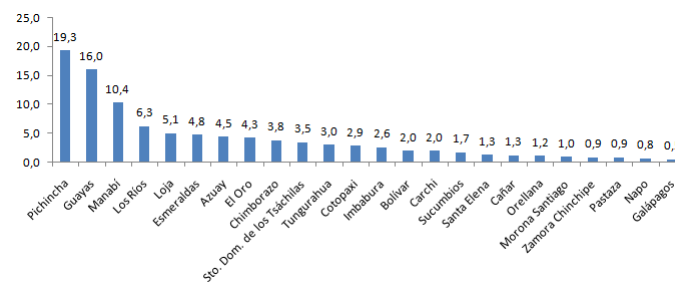


Figura 4. Distribución de la población migrante - Población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

Los gráficos anteriores muestran que alrededor del 50 % de la población indígena y la población no indígena no tienen provincias de arribo en común; la excepción, como provincia de arribo, Pichincha, ya que ella atrae a los dos grupos de personas de todas las provincias del Ecuador. En primer lugar, se muestran las cinco provincias que mayor acogida de migrantes tienen. Cabe recalcar que estos datos corresponden al total de los migrantes, y que más adelante se mostrarán por separado la población indígena y la no indígena.

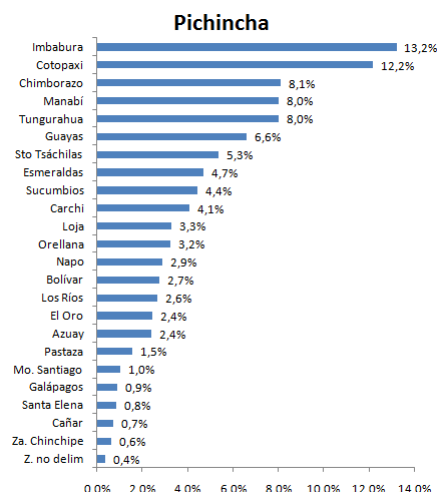


Figura 5. Inmigración Pichincha. Fuente: Elaboración propia

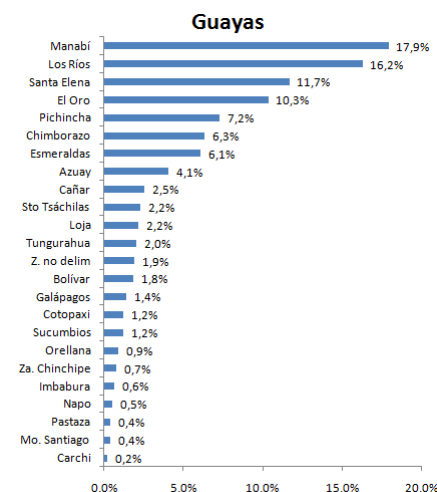


Figura 6. Inmigración Guayas. Fuente: Elaboración propia

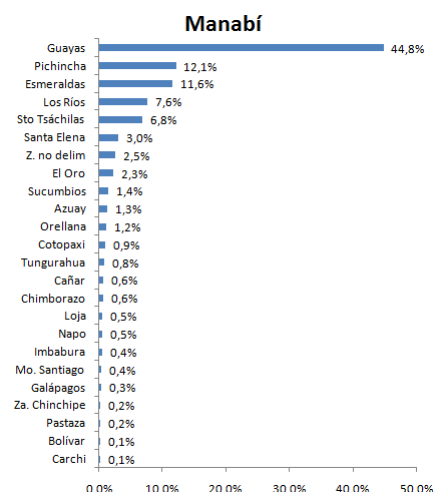


Figura 7. Inmigración Manabí. Fuente: Elaboración propia

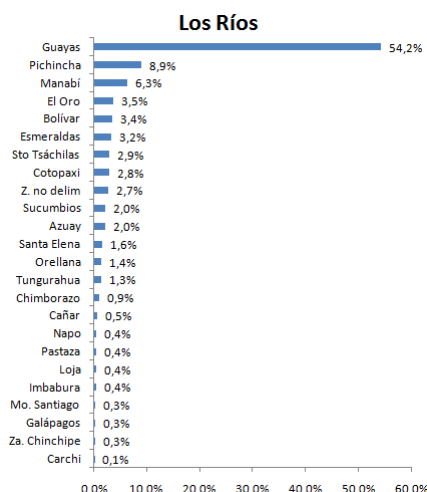


Figura 8. Inmigración Los Ríos - Población Total. Fuente: Elaboración propia

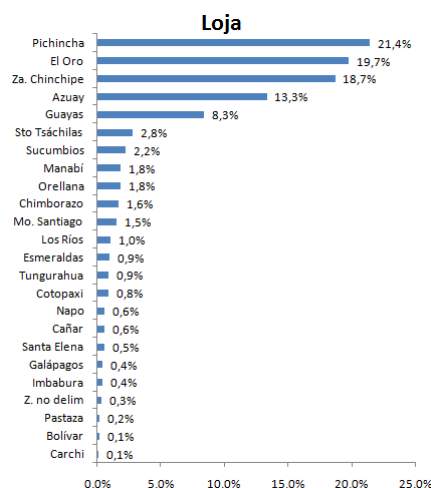


Figura 9. Inmigración Loja. Fuente: Elaboración propia

4.1.2 Proyección de la movilidad - Población Indígena

En la Tabla 5, puede verse que la provincia con mayor población indígena es Chimborazo (38 %, comparado con el 17.1 % a nivel nacional). Por lo tanto, es la que mayor migración de personas indígenas tiene, seguida de Pichincha, que alberga el 15 % de la población indígena del país.

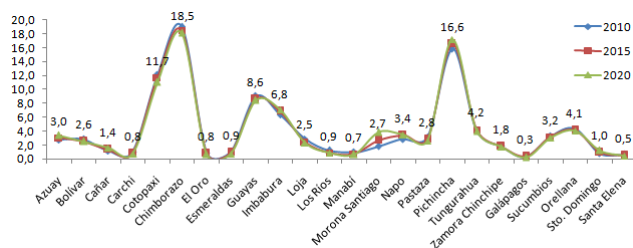


Figura 10. Proyección de la Movilidad- Población Indígena. Fuente: Elaboración propia

4.1.3 Proyección de la movilidad - Población no Indígena

En las Figuras 11 y 12, se ve claramente que el comportamiento migratorio de la población no indígena es similar al de la población general; las tasas de migración para ciertas provincias varía muy poco, manteniéndose casi igual en otras, como en Bolívar.

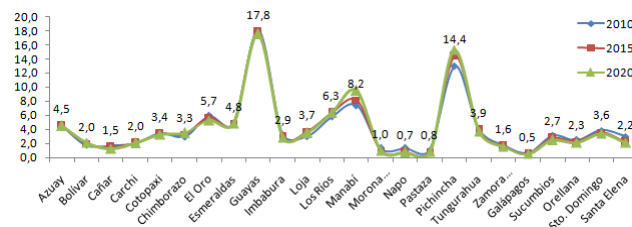


Figura 11. Movilidad - población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

4.1.4 Proyección de la movilidad - Población Total

Efectuando una relación sobre el número de habitantes de cada provincia y el total de migrantes de las mismas, vemos que la relación se mantiene, sobretudo con Guayas y Pichincha; más adelante en las secciones 4.3 y 4.4 se muestra que las provincias antes mencionadas también son las que más acogida de migrantes nacionales posee.

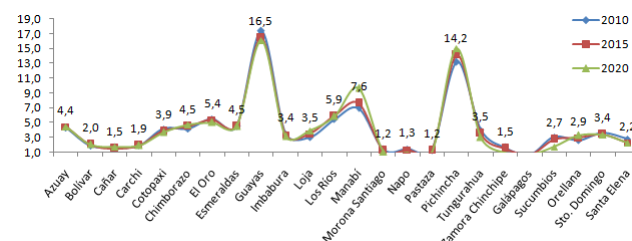


Figura 12. Movilidad población total. Fuente: Elaboración propia

4.2 Movilidad interna de la Población Indígena y la Población no Indígena - 2010, 2015 y 2020

El cambio de ubicación geográfica ha afectado a todas y cada una de las provincias de Ecuador. En las Figuras 13, 14 y 15 se muestra en conjunto la movilidad para cada una de las poblaciones tratadas en el estudio, para los años 2010, 2015 y 2020. Como se observa, no presentan una variación considerable, con excepción de Guayas y Pichincha (Ver Tabla 1). Claramente se aprecian las diferencias en las cifras de migración, sobre todo en Chimborazo, que es la provincia que mayor salida de indígenas posee, al igual que en Pichincha; en esta última, las tasas son casi similares para las dos poblaciones.

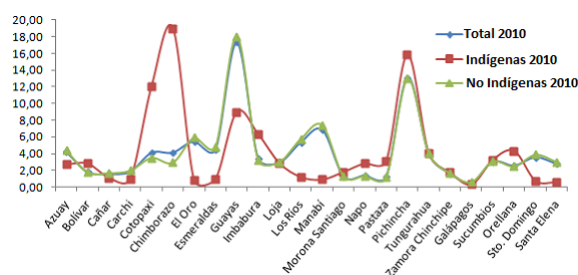


Figura 13. Movilidad de la Población Indígena, Población no Indígena y la Población Total 2010. Fuente: Elaboración propia

Puede apreciarse también que las tasas de movilidad de la población total y la población no indígena son casi despreciables, con excepción de Chimborazo, donde estas cifras son menores el 2015 en contraste con el total del año 2010.

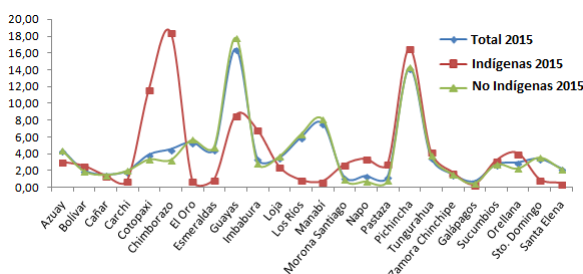


Figura 14. Movilidad de la Población Indígena, Población no Indígena y la Población Total 2015. Fuente: Elaboración propia

Las tasas de migración van sufriendo pequeñas variaciones durante el periodo de proyección; como se muestra en la Figura 14, para el 2015 se aprecian ligeras variaciones en las tasas de migración en ciertas provincias⁸.

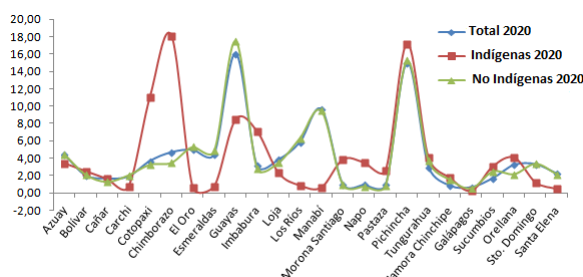


Figura 15. Movilidad de la Población Indígena, Población no Indígena y la Población Total 2020. Fuente: Elaboración propia

En la Figura 26 (Anexos), puede verse que la mayor tasa de crecimiento le corresponde a la población indígena ecuatoriana, por lo que ha provocado un descenso tanto en la población no indígena (con respecto al total) y en las tasas de migración (ver Tabla 2). Esto ocurre con mayor frecuencia en las provincias con mayor población indígena; cabe recalcar que esta comparación se la hace a nivel nacional ya que, a nivel provincial, las provincias con mayor población indígena son Napo, con el 56 % a nivel provincial y 5.8 % a nivel nacional, y Morona Santiago con el 48.4 % a

nivel provincial y 7.0 % a nivel nacional. En Chimborazo se encuentra la mayor concentración de población indígena, con el 38 % a nivel provincial y 17.1 % a nivel nacional.

4.3 Inmigración

En secciones anteriores se mencionó las provincias que mayor acogida de migrantes ecuatorianos poseen; a continuación, se muestran las cinco provincias de mayor acogida, de dónde provienen estas personas y en qué proporción arriban a las mismas. Los datos que se presentan corresponden al año 2020, ya que pudimos ver que las tasas de migración interna presentan variaciones mínimas y tienen un comportamiento similar para cada año que dura la proyección.

4.3.1 Indígenas

Más del 75 % de la población indígena que se moviliza hacia Pichincha proviene de Cotopaxi, Chimborazo e Imbabura, provincias que poseen la mayor población indígena respecto de la población nacional; así mismo, más del 70 % de la población indígena que arriba a Chimborazo proviene de Guayas y Pichincha.

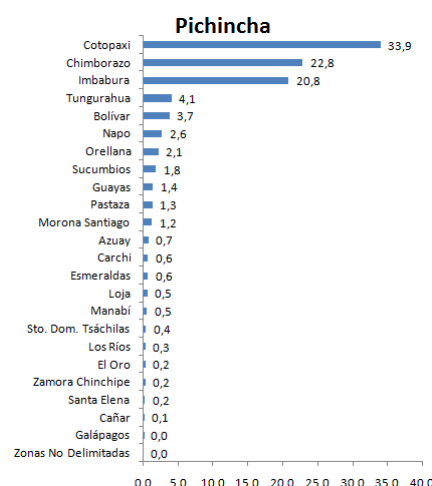


Figura 16. Inmigración: Pichincha . Fuente: Elaboración propia

En las figuras 17 y 18 puede verse Chimborazo y Guayas tienen mayor acogida de migrantes la misma que es superada por Guayas, es decir entran mas gente de Chimborazo a Guayas que de Guayas a Chimborazo.

⁸Las variaciones de las tasas de migración solo se pueden apreciar en la población no indígena respecto del total de la población ecuatoriana.

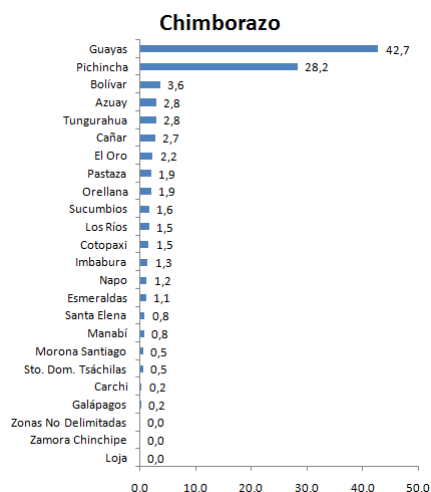


Figura 17. Inmigración: Chimborazo. Fuente: Elaboración propia

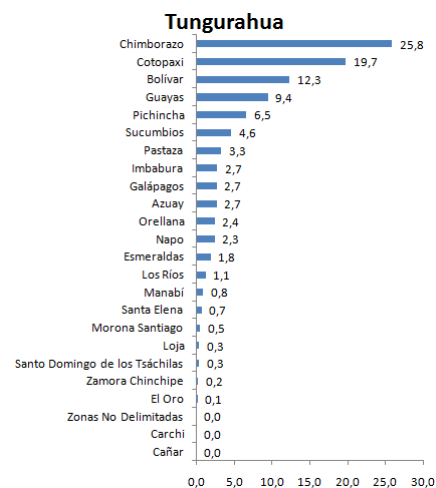


Figura 20. Inmigración: Tungurahua. Fuente: Elaboración propia

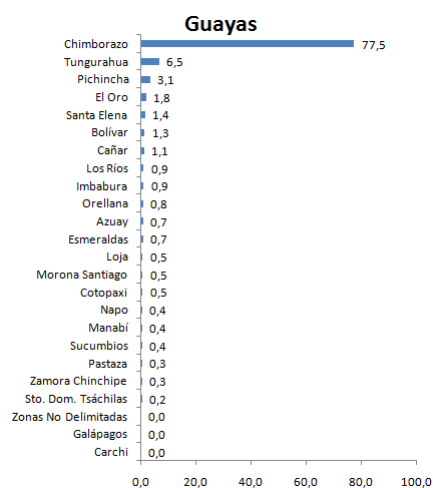


Figura 18. Inmigración: Guayas. Fuente: Elaboración propia

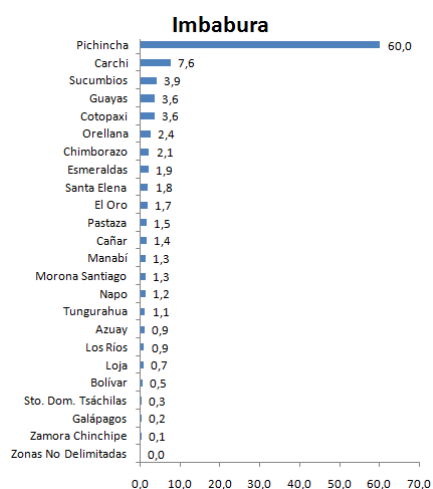


Figura 19. Inmigración: Imbabura. Fuente: Elaboración propia

Por último, tenemos a Tungurahua, con el 6.4 % del total de migrantes, de los cuales alrededor del 60 % provienen de Chimborazo, Cotopaxi y Bolívar.

4.4 No Indígenas

La población no indígena constituirá, en el año 2020, el 92.07 % de la población, por ende, la mayor parte de movilización se encontrará en este grupo con el 91.67 % de la población migrante.

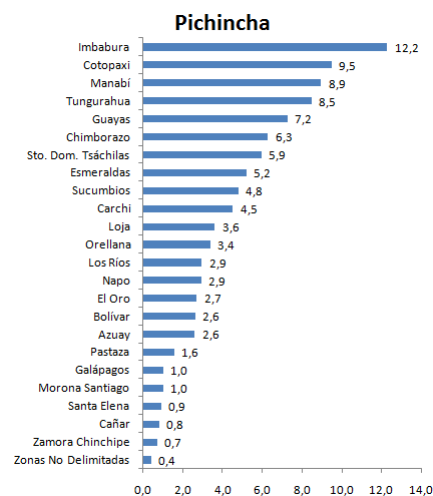


Figura 21. Inmigración: Pichincha. Fuente: Elaboración propia

En las Figuras 21 y 25 se observa que existen arribos considerables de una gran cantidad de provincias de la costa y la sierra. Sin embargo, claramente se observa, en la Figura 21, que Pichincha tiene mayor acogida de todo el país, seguida de Guayas que tiene mayor cantidad de migrantes pertenecientes a la sierra y costa.

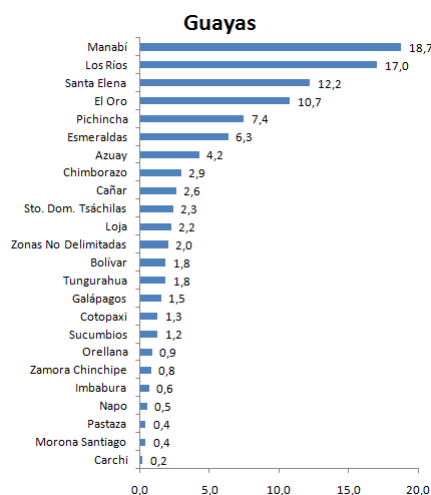


Figura 22. Inmigración: Guayas. Fuente: Elaboración propia

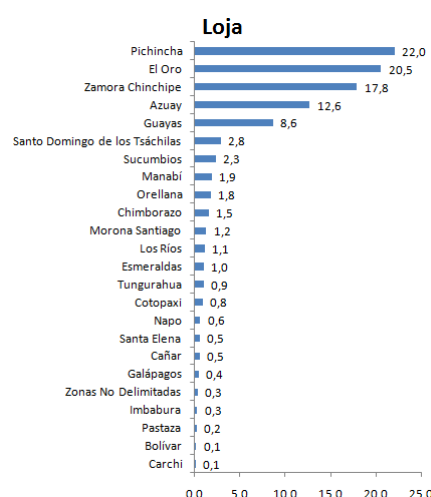


Figura 25. Inmigración: Loja. Fuente: Elaboración propia

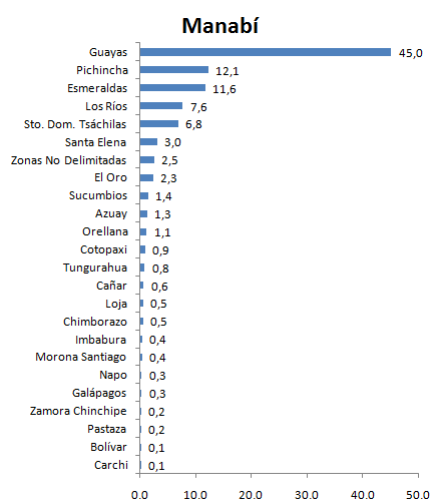


Figura 23. Inmigración: Manabí. Fuente: Elaboración propia

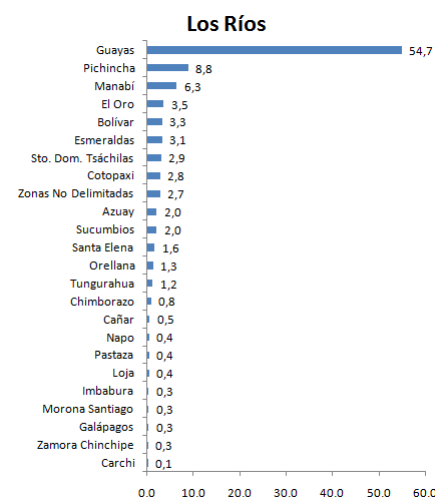


Figura 24. Inmigración: Los Ríos. Fuente: Elaboración propia

5 Conclusiones

- Al parecer, las personas tienden a movilizarse para mejorar sus ingresos y con ello su condición de vida, ya que es justamente la Población en Edad de Trabajar (PET) la más propensa a emigrar hacia alguna de las provincias del Ecuador.
- Alrededor del 40 % de las personas sale de su provincia de origen en busca de mejores oportunidades, ya sea por negocios, trabajo o estudio.

6 Aclaración

Para esta investigación se ha tomado como población base los 14 483 499 (cifra oficial CPV 2010 [11]), es decir, no se ha realizado ningún tipo de corrección con fines a considerar la **omisión censal**; pues, en particular, el objetivo de este estudio es el de analizar las tasas de movilidad en el transcurso del tiempo. La metodología desarrollada ha demostrado ser consistente y avalada para su publicación por el cuerpo editorial de la revista, de tal forma que la misma está a disposición de los lectores de este estudio para que pueda ser replicada, considerando la información que crean pertinente. Los autores agradecemos la colaboración brindada por el INEC y nos responsabilizamos de la información presentada en esta investigación, liberando de esta manera a la Institución de posibles contradicciones con cifras oficiales.

Omisión censal

Aún cuando al planificar y ejecutar un censo se trata de obtener la mejor información posible, se sabe que es difícil obtener una cobertura total, por lo tanto, todos los censos muestran un mayor o menor grado de cabalidad. La diferencia entre la población realmente enumerada y la existente constituye la omisión censal que, en algunos casos, puede ser de cierta consideración sobre todo en ciertos grupos de edad (menores de un año por ejemplo) o en grupos de

menor nivel cultural (por ejemplo ciertos grupos étnicos, población dispersa, etc.). Con el fin de cuantificar esta misión, algunos países realizan una enumeración postcensal, por muestreo, no sólo para obtener dicha medida sino también para juzgar la calidad de la información recolectada. Cuando no es posible hacer la enumeración, se pueden utilizar métodos demográficos que combinen los resultados de censos anteriores y de las estadísticas vitales del período intercensal, con el fin de compatibilizar la información y así obtener una estimación de la omisión censal. Por lo general, las tabulaciones que presentan las oficinas censales se basan en la población realmente enumerada; pero para otros fines de análisis y, sobre todo para la elaboración de proyecciones, se utilizan las cifras corregidas por omisión [10].

Referencias

- [1] YÉPEZ MARTÍNEZ, B., *Proyecciones de Hogares: Una aplicación para Venezuela al horizonte 2021*, Universidad Autónoma de Barcelona, Departamento de Geografía, Barcelona (2010), pp. 69 - 89.
- [2] BUENO, M AND RODRÍGUEZ, L AND OYA, D AND MAGNO DE CARVALHO, J., *Proyección multirregional: Aplicación en Brasil y sus entidades federativas(2000-2020)*, Centro de Desarrollo y Planificación Regional (CEDEPLAR), Moscú (1987), pp. 14 - 20.
- [3] CABEZAS J., ROLDÁN J. y CELIS C., *Proyecciones nacionales departamentales de población 2005-2020*, Estudios postcensales Bogotá - Colombia - 2009, Colombia, (2010), No. 7 ISBN 978-958-624-078-9, pp 8 - 39.
- [4] WHELPTON P., *Forecast of the Population of the United States 1945 - 1975*, Government Printing Office, Washington DC., (1947).
- [5] CASAS SÁNCHEZ, J. M., GUTIÉRREZ DE MEZA J. L. y NÚÑEZ VELÁZQUEZ J.J., *Generación de una proyección de la población española para el período 1996 - 2025, mediante un modelo de simulación estocástica*, Estudios de Economía Aplicada, Universidad de Alcalá de Henares, Facultad de CC. Económicas t Empresariales , (2002), vol.21 ISSN 1133 - 3197, pp. 73 - 85.
- [6] HIERRO, M. y GUIJARRO, M. *Una revisión de la aplicación de las cadenas de Markov discretas al estudio de la movilidad geográfica*, Estadística española, Departamento de Economía. Universidad de Cantabria,(2007), vol. 49, N° 166, pp. 473 - 499.
- [7] KEYFIT, N. and CASWELL, H., *Applies Mathematical Demography*, Springer, USA,(2005), pp. 29 - 47.
- [8] PARTIDA BUSH, V., *Proyecciones de la población de México de las entidades federativas de los municipios y de las localidades 2005-2050*, Consejo Nacional de Población (CONAPO), México, (2008), pp. 77 - 83, 141 - 170.
- [9] THE WORLD FACTBOOK, LIFE EXPECTANCY OT BIRTH. DISPONIBLE EN: <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/rankorder/2102rank.html>
- [10] BIBLIOTECA VIRTUAL EN POBLACIÓN, CENTRO CENTROAMERICANO DE POBLACIÓN. DISPONIBLE EN: <http://ccp.ucr.ac.cr/bvp/texto/13/censos.htm>
- [11] RESULTADO EL CENSO 2010. DISPONIBLE EN: <http://www.ecuadorencifras.gob.ec/resultados>
- [12] RINCÓN, L., *Introducción a los procesos estocásticos*, México DF, Ciudad universitaria, UNAM,(2012). pp. 23 - 80.
- [13] HERRERO, C., y SOLER, A. y VILLAR, A., *Capital Humano y Desarrollo Humano en España, sus comunidades Autónomas y Provincias 1980-200*, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas(Ivie), (2004), ISBN 84-609-1136-5, pp. 161,162.
- [14] CEPAL, *Demografía del envejecimiento*, Manual sobre indicadores de calidad de vida en la vejez, (2010), pp. 19 - 27.
- [15] LACHIMBA, C. y MEDINA, P., *Fecundidad en el Ecuador y su relación con el entorno social y evolutivo*, Revista Analítica, INEC, Ecuador - Quito, (2011). Vol. 1, ISSN 1390 - 6208, pp. 25 - 51.
- [16] CORTEZ, P. y MEDINA, P., *Evolución de la población inmigrante en Ecuador*, Revista Analítica, INEC, Ecuador - Quito, (2011). Vol. 2, ISSN 1390 - 6208, pp. 65 - 83.
- [17] BAHR, J., *El modelo de la transición demográfica y el desarrollo reciente de la fertilidad en la población de Alemania Federal*, Universidad de Kiel, República Federal de Alemania, (1983), pp. 99 - 113.
- [18] NORMAN NORA, E. *La prevención de población y sus componentes principales: El futuro modelo de población de la provincia de Alicante*, Boletín de la Asociación de demografía histórica, XII, 1, 1994, Universidad de Alicante, pp. 55 - 78.
- [19] CEBRIÁN, J. y BOSQUE, J., *Un modelo multirregional para la proyección de la población de las provincias españolas*,(1982), pp. 99 - 109.
- [20] SÁNCHEZ, J. y GUTIERREZ, J. *Generación de una proyección de la población española para el período 1996-2025, mediante un modelo de simulación estocástica*, ISSN, Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal,(2003), Vol. 21-1, pp. 73 - 90.
- [21] MINA, A., *La obtención y proyección de tablas de mortalidad empleando curvas spline*,ISSN, Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal, (2011), Vol. 17, num. 69, ISSN 1405 - 7425, pp. 49 - 72.
- [22] HERNÁNDEZ, C., *Estimaciones y proyecciones de población 1950-2050*, Oficina Nacional de Estadística, República Dominicana, (2008), pp. 13 - 31.

- [23] TOLEDO, C. y HERRERA, M., *Fecundidad y Mortalidad en el Ecuador Periodo 1982-1990*, CONADE, Ecuador, (1996), pp. 9 - 61.
- [24] MURRAY, J., *Mathematical Biology: I. An Introduction*, Third Edition, Springer, USA, (2002), pp. 1 - 75.
- [25] CEPAL, *Metodología de las estimaciones y proyecciones de la mortalidad por sexo y edad*, Observatorio demográfico N° 4, pp. 227 - 238.
- [26] RINCÓN, M. y FAJARDO, M., *Teoría y Métodos Demográficos para elaboración de estimaciones y proyecciones de Población*, Colombia - Bogotá, (2007), pp. 1 - 127.
- [27] HERNÁNDEZ, A. y GARCÍA, J. y PARDO, C., *Indicadores demográficos y situación actual de la fecundidad en España*, Colombia - Bogotá, (2006), pp. 17 - 23.

ANEXO

7 Evolución de la población ecuatoriana

A continuación, se muestra un resumen general de los resultados arrojados por los distintos censos de población realizados por el INEC; en él, puede apreciarse cómo ha ido evolucionando la población ecuatoriana. Se muestra que la tasa de crecimiento de la población ecuatoriana ha tenido altas y bajas (Tabla 4). Además, es posible observar que el incremento anual⁹ es cada vez menor en comparación al obtenido entre los años 1950 y 1962, al igual que la tasa de crecimiento anual¹⁰.

Año	Población Total	Incremento Intercensal	Incremento Anual	Tasa de Crecimiento Promedio Anual (%)
1950	3 202 757			
1962	4 476 007	1 273 250	106 104	2,8
1974	6 521 710	2 045 703	170 475	3,1
1982	8 060 712	1 539 002	192 375	2,6
1990	9 648 189	1 587 477	198 435	2,2
2001	12 156 608	2 508 419	228 038	2,1
2010	14 483 499	2 326 891	258 543	1,9

Tabla 4. Crecimiento de la Población. Fuente: INEC, Censo de Población y Vivienda, 1950, 1962, 1974, 1983, 1990, 2001 y 2010. Elaboración Propia

Ahora, es necesario hacer la clasificación de la población, ya que es uno de los insumos para describir la evolución y variaciones demográficas de la población ecuatoriana. La Tabla 5 muestra la distribución de la población indígena ecuatoriana y su representación porcentual a nivel provincial y nacional; estos datos fueron útiles para la comparación de los resultados obtenidos en secciones anteriores.

7.1 Proyección Población

Al igual que la clasificación de la población, la proyección de la población es un insumo fundamental para describir las variaciones que va teniendo la población ecuatoriana en el transcurso del tiempo. Como puede verse en [15], la tasa de fecundidad de la población ecuatoriana ha ido en descenso; pese a ello, la población a ido creciendo año tras año, debido a que la esperanza de vida también está en aumento, llegando de 77.6 años para los hombres y 83.4 años para las mujeres. Se estima que, para el 2020, la esperanza de vida estará en alrededor de 75.5 años para los hombres y de 80.1 años para las mujeres.

⁹ Incremento anual = $\frac{\text{incremento intercensal}}{\text{periodo intercensal}}$. El periodo intercensal es el número de años que existe entre un censo y otro.

¹⁰ Tasa de crecimiento(t) = $\ln \left(\frac{\text{Incremento anual}(t+1)}{\text{Incremento anual}(t) * \text{Periodo intercensal}} \right) * 100$

Provincia	Población		Representación porcentual de la población indígena	
	Indígena	total	Provincia	País
Chimborazo	174 211	458 581	38,0	17,1
Pichincha	137 554	2 576 287	5,3	13,5
Imbabura	102 640	398 244	25,8	10,1
Cotopaxi	90 437	409 205	22,1	8,9
Morona Santiago	71 538	147 940	48,4	7,0
Tungurahua	62 584	504 583	12,4	6,1
Napo	58 845	103 697	56,7	5,8
Bolívar	46 719	183 641	25,4	4,6
Guayas	46 241	3 645 483	1,3	4,5
Orellana	43 329	136 396	31,8	4,3
Cañar	34 213	225 184	15,2	3,4
Pastaza	33 399	83 933	39,8	3,3
Sucumbios	23 684	176 472	13,4	2,3
Azuay	17 638	712 127	2,5	1,7
Loja	16 479	448 966	3,7	1,6
Esmeraldas	15 022	534 092	2,8	1,5
Zamora Chinchipe	14 219	91 376	15,6	1,4
Santo Domingo de los Tsáchilas	6 318	368 013	1,7	0,6
Carchi	5 649	164 524	3,4	0,6
Los Ríos	4 965	778 115	0,6	0,5
Santa Elena	4 164	308 693	1,3	0,4
El Oro	4 060	600 659	0,7	0,4
Manabí	2 456	1 369 780	0,2	0,2
Galápagos	1 754	25 124	7,0	0,2
Zonas No Delimitadas	58	32 384	0,2	0,0

Tabla 5. Población Indígena y Total en el año 2010. Fuente: CPV 2010. Elaboración Propia

7.1.1 Población total

A continuación, se muestra un resumen de las proyecciones realizadas con en el método antes descrito, en vista de que el objetivo del estudio es proyectar la migración de

la población.

Los resultados de las proyecciones se presentan por grupos quinquenales para cada una de las poblaciones.

Edad	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0 a 4	1 462 277	1 404 853	1 347 698	1 292 443	1 239 222	1 223 955	1 219 724	1 219 724	1 211 381	1 207 714	1 204 400
5 a 9	1 526 806	1 512 109	1 493 804	1 485 131	1 483 380	1 452 287	1 394 863	1 394 863	1 282 453	1 229 232	1 213 965
10 a 14	1 539 342	1 556 302	1 575 338	1 596 273	1 576 379	1 525 038	1 510 341	1 510 341	1 483 363	1 481 612	1 450 519
15 a 19	1 419 537	1 454 108	1 471 597	1 466 705	1 497 499	1 544 600	1 561 560	1 561 560	1 601 531	1 581 637	1 530 296
20 a 24	1 292 126	1 310 802	1 340 062	1 368 211	1 404 262	1 429 108	1 463 679	1 463 679	1 476 276	1 507 070	1 554 171
25 a 29	1 200 564	1 217 912	1 234 621	1 265 355	1 280 248	1 297 741	1 316 417	1 316 417	1 373 826	1 409 877	1 434 723
30 a 34	1 067 289	1 103 709	1 137 429	1 162 347	1 187 174	1 202 321	1 219 669	1 219 669	1 267 112	1 282 005	1 299 498
35 a 39	938 726	954 353	971 639	997 525	1 020 858	1 066 188	1 102 608	1 102 608	1 161 246	1 186 073	1 201 220
40 a 44	819 002	844 094	877 754	895 488	926 714	935 892	951 519	951 519	994 691	1 018 024	1 063 354
45 a 49	750 141	767 510	772 612	786 290	790 825	813 304	838 396	838 396	889 790	921 016	930 194
50 a 54	610 132	631 432	661 081	694 056	725 831	741 903	759 272	759 272	778 052	782 587	805 066
55 a 59	515 893	535 435	553 517	566 038	574 276	598 986	620 286	620 286	682 910	714 685	730 757
60 a 64	400 759	415 347	432 030	454 528	484 110	501 733	521 275	521 275	551 878	560 116	584 826
65 a 69	323 817	337 515	350 213	361 972	369 029	384 027	398 615	398 615	437 796	467 378	485 001
70 a 74	240 091	249 923	264 291	276 246	296 936	303 391	317 089	317 089	341 546	348 603	363 601
75 a 79	165 218	175 516	181 795	190 669	194 509	214 421	224 253	224 253	250 576	271 266	277 721
80 a 84	115 552	116 939	123 243	126 193	131 639	134 986	145 284	145 284	160 437	164 277	184 189
85 a 89	60 735	65 057	67 088	72 702	75 341	84 910	86 297	86 297	95 551	100 997	104 344
90 a 94	25 500	25 570	27 212	28 440	31 942	34 923	39 245	39 245	46 890	49 529	59 098
95 en adelante	9 992	7 955	7 962	8 054	6 940	9 000	9 134	9 134	12 627	15 417	18 441
Total	14 483 499	14 686 441	14 890 986	15 094 666	15 297 114	15 498 714	15 699 525	15 699 525	16 099 931	16 299 115	16 495 385

Tabla 6. Proyección 2010 - 2020 Población Total. Fuente: Elaboración propia

7.1.2 Población indígena

En la Tabla 8 se presenta la proyección de la población indígena, nótese que a diferencia de la población total, la

población en el primer grupo etáreo es creciente hasta el año 2015, debido a que la tasa de crecimiento de la población indígena es más alta¹¹.

Edad	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0 a 4	123 414	129 196	134 682	140 815	147 634	157 027	156 485	155 933	155 414	154 944	154 519
5 a 9	130 681	131 074	130 398	128 679	126 638	122 523	128 148	133 606	139 723	146 540	155 937
10 a 14	125 218	126 771	128 771	130 703	132 265	130 517	130 906	130 226	128 503	126 459	122 339
15 a 19	109 455	114 591	117 288	119 748	122 214	125 720	127 274	129 270	131 196	132 750	130 999
20 a 24	91 072	93 078	96 896	100 405	105 502	110 398	115 509	118 194	120 635	123 077	126 559
25 a 29	81 673	83 976	85 941	88 554	89 723	91 736	93 724	97 515	100 996	106 056	110 906
30 a 34	65 138	68 487	72 489	76 651	80 051	81 989	84 278	86 224	88 822	89 972	91 965
35 a 39	54 933	56 479	57 889	59 431	61 190	65 201	68 539	72 534	76 682	80 076	82 000
40 a 44	44 948	46 315	49 101	51 013	53 611	54 803	56 393	57 796	59 333	61 083	65 082
45 a 49	40 925	41 980	42 067	42 922	43 160	44 657	46 018	48 801	50 705	53 296	54 482
50 a 54	33 370	34 701	36 481	38 095	39 915	40 513	41 560	41 643	42 488	42 721	44 210
55 a 59	30 073	30 154	30 681	31 090	30 947	32 832	34 161	35 934	37 550	39 362	39 952
60 a 64	25 826	26 031	26 358	27 314	28 906	28 737	29 383	29 904	30 305	30 160	32 048
65 a 69	22 549	23 240	23 942	24 339	24 447	24 857	25 062	25 396	26 353	27 943	27 771
70 a 74	16 255	17 087	18 368	19 690	21 238	21 349	22 043	22 748	23 146	23 257	23 669
75 a 79	11 042	11 730	12 020	12 318	12 647	14 564	15 520	16 801	18 127	19 673	19 785
80 a 84	7 171	7 530	8 177	8 609	8 950	9 134	9 825	10 125	10 424	10 746	12 657
85 a 89	2 991	3 212	3 410	3 789	4 134	5 232	5 585	6 235	6 678	7 025	7 215
90 a 94	1 032	1 105	1 217	1 283	1 434	1 637	1 860	2 057	2 448	2 790	3 890
95 en adelante	410	296	271	295	292	489	554	664	698	832	1 041
Total	1 018 176	1 047 033	1 076 445	1 105 743	1 134 901	1 163 915	1 192 825	1 221 606	1 250 225	1 278 762	1 307 025

Tabla 7. Proyección 2010 - 2020 - Población Indígena. Fuente: Elaboración propia

7.1.3 Población no indígena

La población indígena al 2010 forma parte del 7 % de la población total, por lo tanto la población no indígena tiene

el mismo comportamiento que la población total.

¹¹ Ver Figura 26

Edad	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
0 a 4	1 338 863	1 404 853	1 347 698	1 292 443	1 239 222	1 223 955	1 219 724	1 215 421	1 211 381	1 207 714	1 204 400
5 a 9	1 396 125	1 512 109	1 493 804	1 485 131	1 483 380	1 452 287	1 394 863	1 337 708	1 282 453	1 229 232	1 213 965
10 a 14	1 414 124	1 556 302	1 575 338	1 596 273	1 576 379	1 525 038	1 510 341	1 492 036	1 483 363	1 481 612	1 450 519
15 a 19	1 310 082	1 454 108	1 471 597	1 466 705	1 497 499	1 544 600	1 561 560	1 580 596	1 601 531	1 581 637	1 530 296
20 a 24	1 201 054	1 310 802	1 340 062	1 368 211	1 404 262	1 429 108	1 463 679	1 481 168	1 476 276	1 507 070	1 554 171
25 a 29	1 118 891	1 217 912	1 234 621	1 265 355	1 280 248	1 297 741	1 316 417	1 345 677	1 373 826	1 409 877	1 434 723
30 a 34	1 002 151	1 103 709	1 137 429	1 162 347	1 187 174	1 202 321	1 219 669	1 236 378	1 267 112	1 282 005	1 299 498
35 a 39	883 793	954 353	971 639	997 525	1 020 858	1 066 188	1 102 608	1 136 328	1 161 246	1 186 073	1 201 220
40 a 44	774 054	844 094	877 754	895 488	926 714	935 892	951 519	968 805	994 691	1 018 024	1 063 354
45 a 49	709 216	767 510	772 612	786 290	790 825	813 304	838 396	872 056	889 790	921 016	930 194
50 a 54	576 762	631 432	661 081	694 056	725 831	741 903	759 272	764 374	778 052	782 587	805 066
55 a 59	485 820	535 435	553 517	566 038	460 142	598 986	620 286	649 935	682 910	714 685	730 757
60 a 64	374 933	415 347	432 030	454 528	484 110	501 733	521 275	539 357	551 878	560 116	584 826
65 a 69	301 268	337 515	350 213	361 972	369 029	384 027	398 615	415 298	437 796	467 378	485 001
70 a 74	223 836	249 923	264 291	276 246	296 936	303 391	317 089	329 787	341 546	348 603	363 601
75 a 79	154 176	175 516	181 795	190 669	194 509	214 421	224 253	238 621	250 576	271 266	277 721
80 a 84	108 381	116 939	123 243	126 193	131 639	134 986	145 284	151 563	160 437	164 277	184 189
85 a 89	57 744	65 057	67 088	72 702	75 341	84 910	86 297	92 601	95 551	100 997	104 344
90 a 94	24 468	25 570	27 212	28 440	31 942	34 923	39 245	41 276	46 890	49 529	59 098
95 en adelante	9 582	7 955	7 962	8 054	6 940	9 001	9 134	10 869	12 627	15 417	18 441
Total	13 465 323	14 686 441	14 890 986	15 094 666	15 182 980	15 498 715	15 699 525	15 899 854	16 099 931	16 299 115	16 495 385

Tabla 8. Proyección 2010 - 2020 - Población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

Como ya se mencionó, las tasas de crecimiento de la población indígena es la mas alta, y tiende a decrecer al igual que las demás.

Año	Crecimiento Absoluto			Tasa de Crecimiento			Crecimiento Abs.		
	Total	PI	PnI	Total	PI	PnI	Total	PI	PnI
2011	202 942	28 857	174 085	1,39	2,79	1,28	1,40	2,83	1,29
2012	204 546	29 412	175 133	1,38	2,77	1,28	1,39	2,81	1,28
2013	203 680	29 297	174 382	1,36	2,69	1,25	1,37	2,72	1,26
2014	202 448	29 158	173 290	1,33	2,60	1,23	1,34	2,64	1,24
2015	201 601	29 016	172 586	1,31	2,52	1,21	1,32	2,56	1,22
2016	200 810	28 909	171 901	1,29	2,45	1,19	1,30	2,48	1,20
2017	200 327	28 781	171 546	1,27	2,38	1,18	1,28	2,41	1,18
2018	200 066	28 619	171 447	1,25	2,32	1,16	1,26	2,34	1,17
2019	199 196	28 538	170 660	1,23	2,26	1,14	1,24	2,28	1,15
2020	196 270	28 263	168 007	1,20	2,19	1,11	1,20	2,21	1,12

Tabla 9. tasas de crecimiento de la población. *PI* =Población Indígena, *PnI* = Población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

En la Figura 26, puede verse que las tasas de crecimiento de las poblaciones están decreciendo, esto es debido a que las tasas de fecundidad han ido decreciendo en cada una de las provincias del Ecuador, tanto como para la población indígena y la población no indígena, se puede apreciar también que las tasas tienden a converger; mediante una regresión lineal con los datos de la población indígena y la población no indígena se obtiene que las tasas de crecimiento tienden a ser iguales a partir del año 2030 con una tasa del 0.77 % para las dos poblaciones.

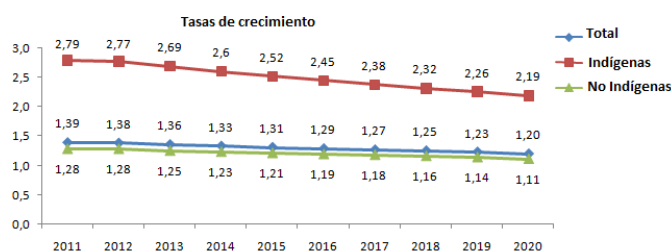


Figura 26. Tasas de crecimiento anual de la población. Fuente: Elaboración propia

¹²La tasa de crecimiento se calculó mediante la fórmula $Tasa\ de\ crecimiento = \ln \left(\frac{P_0}{P_f} \right) * 100$

7.2 Proyección a nivel provincial

7.2.1 Población total

Provincia	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Guayas	3 645 483	3 692 063	3 738 463	3 784 560	3 830 296	3 875 803	3 921 049	3 966 086	4 011 060	4 055 669	4 099 691
Pichincha	2 576 287	2 618 114	2 660 116	2 702 106	2 744 027	2 785 971	2 827 872	2 869 782	2 911 802	2 953 811	2 995 543
Manabí	1 369 780	1 391 861	1 413 721	1 435 555	1 457 346	1 479 107	1 500 847	1 522 645	1 544 573	1 566 344	1 587 976
Los Ríos	778 115	790 418	802 436	814 411	826 281	838 053	849 820	861 550	873 221	884 877	896 348
Azuay	712 127	722 697	733 345	743 944	754 464	764 935	775 357	785 786	796 192	806 590	816 731
El Oro	600 659	606 822	613 052	619 268	625 472	631 622	637 766	643 915	650 094	656 193	662 169
Esmeraldas	534 092	542 397	550 345	558 227	566 029	573 799	581 481	589 118	596 725	604 280	611 661
Tungurahua	504 583	510 151	515 742	521 309	526 883	532 428	538 021	543 644	549 287	554 932	560 470
Chimborazo	458 581	464 813	471 060	477 298	483 477	489 630	495 772	501 899	508 023	514 124	520 102
Loja	448 966	457 068	465 250	473 427	481 572	489 701	497 815	505 939	514 086	522 289	530 409
Cotopaxi	409 205	413 989	418 781	423 545	428 255	432 952	437 613	442 264	446 882	451 472	455 968
Imbabura	398 244	404 821	411 394	417 911	424 362	430 735	437 053	443 329	449 550	455 732	461 763
Sto Dom Tsáchilas	368 013	374 154	380 210	386 215	392 164	398 074	403 941	409 754	415 534	421 282	426 948
Santa Elena	308 693	312 363	316 027	319 645	323 223	326 758	330 251	333 712	337 095	340 458	343 716
Cañar	225 184	228 577	231 742	234 876	237 975	241 074	244 156	247 199	250 216	253 216	256 104
Bolívar	183 641	186 065	188 515	190 945	193 355	195 733	198 110	200 484	202 839	205 209	207 522
Sucumbios	176 472	177 874	179 291	180 676	182 039	183 373	184 682	185 963	187 229	188 470	189 658
Carchi	164 524	166 379	168 274	170 176	172 090	174 021	175 960	177 918	179 881	181 865	183 827
Morona Santiago	147 940	151 029	154 092	157 120	160 098	163 042	165 947	168 809	171 627	174 420	177 132
Orellana	136 396	137 412	138 444	139 461	140 451	141 410	142 360	143 294	144 202	145 080	145 930
Napo	103 697	105 342	106 977	108 588	110 160	111 715	113 229	114 721	116 194	117 637	119 060
Zamora Chinchipe	91 376	92 014	92 663	93 305	93 943	94 570	95 180	95 776	96 349	96 898	97 427
Pastaza	83 933	85 214	86 497	87 760	89 008	90 252	91 479	92 697	93 890	95 075	96 235
Z No Delimitadas	32 384	29 452	28 961	28 506	28 060	27 625	27 190	26 753	26 323	25 903	25 485
Galápagos	25 124	25 353	25 588	25 832	26 084	26 332	26 573	26 816	27 056	27 289	27 509
Total	14 483 499	14 686 441	14 890 986	15 094 666	15 297 114	15 498 715	15 699 525	15 899 854	16 099 931	16 299 115	16 495 385

Tabla 10. Proyección 2010 - 2020 - Población Total. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 11 se observa que existe un descenso de la población en las zonas no delimitadas del Ecuador¹³

Provincia	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Guayas	1,27	1,25	1,23	1,20	1,18	1,16	1,14	1,13	1,11	1,08
Pichincha	1,61	1,59	1,57	1,54	1,52	1,49	1,47	1,45	1,43	1,40
Manabí	1,60	1,56	1,53	1,51	1,48	1,46	1,44	1,43	1,40	1,37
Los Rós	1,57	1,51	1,48	1,45	1,41	1,39	1,37	1,35	1,33	1,29
Azuay	1,47	1,46	1,43	1,40	1,38	1,35	1,34	1,32	1,30	1,25
El Oro	1,02	1,02	1,01	1,00	0,98	0,97	0,96	0,96	0,93	0,91
Esmeraldas	1,54	1,45	1,42	1,39	1,36	1,33	1,30	1,28	1,26	1,21
Tungurahua	1,10	1,09	1,07	1,06	1,05	1,05	1,04	1,03	1,02	0,99
Chimborazo	1,35	1,34	1,32	1,29	1,26	1,25	1,23	1,21	1,19	1,16
Loja	1,79	1,77	1,74	1,71	1,67	1,64	1,62	1,60	1,58	1,54
Cotopaxi	1,16	1,15	1,13	1,11	1,09	1,07	1,06	1,04	1,02	0,99
Imbabura	1,64	1,61	1,57	1,53	1,49	1,46	1,43	1,39	1,37	1,31
Sto. Dom. Tsáchilas	1,65	1,61	1,57	1,53	1,50	1,46	1,43	1,40	1,37	1,34
Santa Elena	1,18	1,17	1,14	1,11	1,09	1,06	1,04	1,01	0,99	0,95
Cañar	1,50	1,38	1,34	1,31	1,29	1,27	1,24	1,21	1,19	1,13
Bolívar	1,31	1,31	1,28	1,25	1,22	1,21	1,19	1,17	1,16	1,12
Sucumbios	0,79	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,63
Carchi	1,12	1,13	1,12	1,12	1,12	1,11	1,11	1,10	1,10	1,07
Morona Santiago	2,07	2,01	1,95	1,88	1,82	1,77	1,71	1,66	1,61	1,54
Orellana	0,74	0,75	0,73	0,71	0,68	0,67	0,65	0,63	0,61	0,58
Napo	1,57	1,54	1,49	1,44	1,40	1,35	1,31	1,28	1,23	1,20
Zamora Chinchipe	0,70	0,70	0,69	0,68	0,67	0,64	0,62	0,60	0,57	0,54
Pastaza	1,51	1,49	1,45	1,41	1,39	1,35	1,32	1,28	1,25	1,21
Z. No Delimitadas	-2,49	-1,68	-1,58	-1,58	-1,56	-1,59	-1,62	-1,62	-1,61	-1,63
Galápagos	0,91	0,92	0,95	0,97	0,95	0,91	0,91	0,89	0,86	0,80

Tabla 11. Tasas de crecimiento a nivel provincial 2010 - 2020. Fuente: Elaboración propia

¹³Este dato se encuentra sobre estimado ya la información sobre los nacimientos y defunciones en estas zonas es escasa, más aún si se trata de la población indígena.

7.2.2 Población indígena

Provincia	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Chimborazo	174 211	177 730	181 325	184 912	188 474	191 993	195 510	199 004	202 482	205 948	209 358
Pichincha	137 554	140 628	143 951	147 291	150 660	154 068	157 500	160 960	164 445	167 985	171 534
Imbabura	102 640	105 619	108 707	111 775	114 828	117 862	120 878	123 881	126 854	129 835	132 768
Cotopaxi	90 437	92 873	95 292	97 678	100 044	102 374	104 685	106 971	109 215	111 445	113 657
Morona Santiago	71 538	74 122	76 715	79 299	81 865	84 411	86 945	89 454	91 953	94 441	96 891
Tungurahua	62 584	64 088	65 738	67 385	69 032	70 678	72 333	73 999	75 661	77 322	78 982
Napo	58 845	60 655	62 446	64 215	65 955	67 676	69 366	71 035	72 682	74 302	75 898
Bolívar	46 719	48 137	49 581	51 016	52 432	53 840	55 234	56 622	58 001	59 354	60 712
Guayas	46 241	47 486	48 769	50 044	51 318	52 583	53 843	55 102	56 352	57 600	58 835
Orellana	43 329	44 901	46 448	47 975	49 486	50 973	52 438	53 888	55 318	56 732	58 128
Cañar	34 213	35 570	36 949	38 325	39 703	41 082	42 454	43 818	45 175	46 529	47 862
Pastaza	33 399	34 511	35 601	36 680	37 744	38 798	39 841	40 867	41 884	42 886	43 875
Sucumbios	23 684	24 313	24 942	25 571	26 198	26 821	27 442	28 049	28 657	29 255	29 842
Azuay	17 638	18 346	19 085	19 824	20 561	21 315	22 075	22 842	23 617	24 400	25 183
Loja	16 479	17 204	17 945	18 675	19 398	20 109	20 817	21 524	22 221	22 917	23 599
Esmeraldas	15 022	15 769	16 463	17 156	17 844	18 528	19 206	19 882	20 555	21 224	21 885
Zamora Chinchipe	14 219	14 754	15 294	15 837	16 373	16 909	17 438	17 963	18 485	18 995	19 502
Sto Dom Tsáchilas	6 318	6 429	6 542	6 659	6 776	6 889	7 005	7 127	7 246	7 365	7 485
Carchi	5 649	5 779	5 910	6 041	6 173	6 308	6 447	6 591	6 732	6 871	7 013
Los Ríos	4 965	5 146	5 327	5 513	5 696	5 888	6 080	6 260	6 438	6 619	6 795
Santa Elena	4 164	4 195	4 215	4 235	4 257	4 283	4 309	4 333	4 355	4 380	4 409
El Oro	4 060	4 284	4 506	4 726	4 945	5 156	5 365	5 575	5 790	6 000	6 213
Manabí	2 456	2 688	2 919	3 147	3 375	3 608	3 842	4 079	4 317	4 550	4 783
Galápagos	1 754	1 756	1 747	1 748	1 754	1 760	1 772	1 781	1 791	1 803	1 816
Z No Delimitadas	58	52	31	16	9	3	0	0	0	0	0
Total	1 018 176	1 047 033	1 076 445	1 105 743	1 134 901	1 163 915	1 192 825	1 221 606	1 250 225	1 278 762	1 307 025

Tabla 12. Proyección 2010 - 2020 - Población Indígena. Fuente: Elaboración propia

OBSERVACIÓN 4. A pesar de que si existen datos preliminares de nacimientos ni defunciones y la información es escasa en estas zonas. sobre la población indígena en las zonas no delimitadas, se ha omitido este valor en Tabla 13 ya que no se cuentan con registros

Provincia	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Chimborazo	2,00	2,00	1,96	1,91	1,85	1,82	1,77	1,73	1,70	1,64
Pichincha	2,21	2,34	2,29	2,26	2,24	2,20	2,17	2,14	2,13	2,09
Imbabura	2,86	2,88	2,78	2,69	2,61	2,53	2,45	2,37	2,32	2,23
Cotopaxi	2,66	2,57	2,47	2,39	2,30	2,23	2,16	2,08	2,02	1,97
Morona Santiago	3,55	3,44	3,31	3,18	3,06	2,96	2,85	2,75	2,67	2,56
Tungurahua	2,37	2,54	2,47	2,42	2,36	2,31	2,28	2,22	2,17	2,12
Napo	3,03	2,91	2,79	2,67	2,58	2,47	2,38	2,29	2,21	2,12
Bolívar	2,99	2,96	2,85	2,74	2,65	2,56	2,48	2,41	2,31	2,26
Guayas	2,66	2,67	2,58	2,51	2,43	2,37	2,31	2,24	2,19	2,12
Orellana	3,56	3,39	3,24	3,10	2,96	2,83	2,73	2,62	2,52	2,43
Cañar	3,89	3,80	3,66	3,53	3,41	3,28	3,16	3,05	2,95	2,82
Pastaza	3,27	3,11	2,99	2,86	2,75	2,65	2,54	2,46	2,36	2,28
Sucumbios	2,62	2,55	2,49	2,42	2,35	2,29	2,19	2,14	2,06	1,99
Azuay	3,93	3,95	3,80	3,65	3,60	3,50	3,42	3,34	3,26	3,16
Loja	4,31	4,21	3,99	3,80	3,60	3,46	3,34	3,19	3,08	2,93
Esmeraldas	4,85	4,31	4,12	3,93	3,77	3,60	3,45	3,33	3,20	3,07
Zamora Chinchipe	3,69	3,59	3,49	3,33	3,22	3,08	2,97	2,86	2,72	2,64
Sto. Dom. Tsáchilas	1,75	1,74	1,77	1,74	1,66	1,67	1,72	1,65	1,63	1,62
Carchi	2,28	2,23	2,19	2,17	2,17	2,17	2,22	2,11	2,04	2,04
Los Ríos	3,57	3,47	3,43	3,27	3,31	3,20	2,92	2,80	2,77	2,63
Sta. Elena	0,75	0,48	0,48	0,51	0,60	0,61	0,55	0,52	0,58	0,64
El Oro	5,37	5,06	4,76	4,52	4,19	3,98	3,84	3,78	3,56	3,48
Manabí	9,01	8,26	7,52	7,01	6,65	6,29	6,00	5,66	5,26	4,99
Galápagos	0,10	-0,53	0,06	0,35	0,36	0,66	0,52	0,57	0,68	0,69
Z. No Delimitadas	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Total	2,79	2,77	2,69	2,60	2,52	2,45	2,38	2,32	2,26	2,19

Tabla 13. Tasas de Crecimiento 2010 - 2020 - Población Indígena

7.2.3 Población no Indígena

Provincia	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Guayas	3 599 242	3 644 569	3 689 678	3 734 488	3 778 941	3 823 174	3 867 151	3 910 921	3 954 636	3 997 991	4 040 772
Pichincha	2 438 733	2 477 488	2 516 169	2 554 818	2 593 370	2 631 906	2 670 372	2 708 823	2 747 355	2 785 823	2 824 004
Manabí	1 367 324	1 389 180	1 410 815	1 432 431	1 454 003	1 475 540	1 497 056	1 518 624	1 540 317	1 561 867	1 583 274
Los Ríos	773 150	785 296	797 154	808 967	820 677	832 281	843 880	855 449	866 961	878 456	889 769
Azuay	694 489	704 350	714 256	724 114	733 895	743 610	753 269	762 929	772 558	782 172	791 530
El Oro	596 599	602 531	608 532	614 520	620 498	626 429	632 356	638 288	644 245	650 129	655 886
Esmeraldas	519 070	526 646	533 917	541 123	548 255	555 357	562 377	569 352	576 297	583 195	589 927
Tungurahua	441 999	446 051	449 979	453 888	457 802	461 689	465 617	469 563	473 533	477 507	481 375
Loja	432 487	439 857	447 293	454 733	462 147	469 559	476 958	484 369	491 812	499 313	506 745
Sto Dom Tsáchilas	361 695	367 714	373 647	379 524	385 345	391 130	396 870	402 552	408 218	413 826	419 364
Cotopaxi	318 768	321 097	323 452	325 812	328 138	330 488	332 823	335 174	337 533	339 880	342 150
Sta Elena	304 529	308 173	311 822	315 426	318 989	322 504	325 978	329 421	332 787	336 130	339 365
Imbabura	295 604	299 211	302 705	306 162	309 569	312 917	316 227	319 507	322 763	325 972	329 078
Chimborazo	284 370	287 099	289 768	292 435	295 067	297 716	300 355	303 002	305 661	308 308	310 888
Cañar	190 971	193 006	194 791	196 544	198 263	199 978	201 685	203 360	205 018	206 661	208 212
Carchi	158 875	160 598	162 362	164 132	165 913	167 706	169 506	171 318	173 139	174 984	176 803
Sucumbios	152 788	153 561	154 349	155 105	155 841	156 551	157 239	157 913	158 572	159 215	159 816
Bolívar	136 922	137 921	138 920	139 907	140 894	141 856	142 833	143 814	144 786	145 796	146 747
Orellana	93 067	92 518	92 010	91 507	90 993	90 474	89 965	89 455	88 938	88 407	87 867
Zamora Chinchipe	77 157	77 252	77 352	77 443	77 537	77 619	77 692	77 756	77 800	77 834	77 850
Morona Santiago	76 402	76 910	77 383	77 829	78 244	78 644	79 018	79 373	79 694	80 000	80 265
Pastaza	50 534	50 706	50 902	51 089	51 275	51 468	51 656	51 851	52 028	52 213	52 386
Napo	44 852	44 691	44 540	44 385	44 221	44 059	43 886	43 713	43 543	43 368	43 199
Z No Delimitadas	32 326	29 393	28 917	28 473	28 031	27 599	27 164	26 725	26 290	25 870	25 449
Galápagos	23 370	23 591	23 830	24 067	24 308	24 543	24 768	24 995	25 221	25 437	25 640
Total	13 465 323	13 639 408	13 814 541	13 988 923	14 162 214	14 334 800	14 506 699	14 678 247	14 849 706	15 020 354	15 188 360

Tabla 14. Proyección 2010 - 2020 - Población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

Las tasas de crecimiento poblacional en algunas provincias son negativas, lo que significa que cada vez menos personas en provincias como Orellana, Napo y las zonas no delimitadas, este descenso puede ser provocado por la movilización interna y externa que existe en el país.

Provincia	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Guayas	1,25	1,23	1,21	1,18	1,16	1,14	1,13	1,11	1,09	1,06
Pichincha	1,58	1,55	1,52	1,50	1,48	1,45	1,43	1,41	1,39	1,36
Manabí	1,59	1,55	1,52	1,49	1,47	1,45	1,43	1,42	1,39	1,36
Los Ríos	1,56	1,50	1,47	1,44	1,40	1,38	1,36	1,34	1,32	1,28
Azuay	1,41	1,40	1,37	1,34	1,32	1,29	1,27	1,25	1,24	1,19
El Oro	0,99	0,99	0,98	0,97	0,95	0,94	0,93	0,93	0,91	0,88
Esmeraldas	1,45	1,37	1,34	1,31	1,29	1,26	1,23	1,21	1,19	1,15
Tungurahua	0,91	0,88	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,81
Loja	1,69	1,68	1,65	1,62	1,59	1,56	1,54	1,52	1,51	1,48
Sto. Dom. Tsáchilas	1,65	1,60	1,56	1,52	1,49	1,46	1,42	1,40	1,36	1,33
Cotopaxi	0,73	0,73	0,73	0,71	0,71	0,70	0,70	0,70	0,69	0,67
Santa Elena	1,19	1,18	1,15	1,12	1,10	1,07	1,05	1,02	1,00	0,96
Imbabura	1,21	1,16	1,14	1,11	1,08	1,05	1,03	1,01	0,99	0,95
Chimborazo	0,96	0,93	0,92	0,90	0,89	0,88	0,88	0,87	0,86	0,83
Cañar	1,06	0,92	0,90	0,87	0,86	0,85	0,83	0,81	0,80	0,75
Carchi	1,08	1,09	1,08	1,08	1,08	1,07	1,06	1,06	1,06	1,03
Sucumbios	0,50	0,51	0,49	0,47	0,45	0,44	0,43	0,42	0,40	0,38
Bolívar	0,73	0,72	0,71	0,70	0,68	0,69	0,68	0,67	0,70	0,65
Orellana	-0,59	-0,55	-0,55	-0,56	-0,57	-0,56	-0,57	-0,58	-0,60	-0,61
Zamora Chinchipe	0,12	0,13	0,12	0,12	0,11	0,09	0,08	0,06	0,04	0,02
Morona Santiago	0,66	0,61	0,57	0,53	0,51	0,47	0,45	0,40	0,38	0,33
Pastaza	0,34	0,39	0,37	0,36	0,38	0,36	0,38	0,34	0,36	0,33
Napo	-0,36	-0,34	-0,35	-0,37	-0,37	-0,39	-0,39	-0,39	-0,40	-0,39
Z. No Delimitadas	-9,51	-1,63	-1,55	-1,56	-1,56	-1,59	-1,63	-1,64	-1,61	-1,64
Galápagos	0,94	1,01	0,99	1,00	0,97	0,91	0,92	0,90	0,85	0,79
Total	1,28	1,28	1,25	1,23	1,21	1,19	1,18	1,16	1,14	1,11

Tabla 15. Tasas de Crecimiento 2010 - 2020 - Población no Indígena. Fuente: Elaboración propia

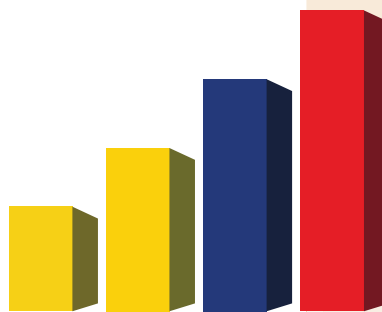
Analítica

Normas para la presentación de trabajos

Norms for submission of papers

Códigos de ética

Code of ethics



www.ecuadorencifras.gob.ec

Normas para la presentación de trabajos

Los autores están invitados a enviar sus artículos a la revista Analítika, ya sea en español o en inglés.

Para la publicación de los artículos, los autores deben seguir los siguientes lineamientos:

Originalidad

El trabajo presentado se entenderá que es inédito, original y que no se ha presentado a ningún otro medio antes de conocer la decisión de esta revista. Si el artículo ha sido publicado en otra revista, impresa o digital, este deberá tener el permiso autorización de la revista, detallando el nuevo aporte o modificación correspondiente. Después de la aceptación, la autorización deberá ser enviada al editor de la revista Analítika.

Presentación

Los artículos deberán ser presentados en formato digital, el cual puede ser .pdf o .doc. Comprometiéndose el autor o los autores, a proporcionar el trabajo en formato .tex (siguiendo los estándares de la American Mathematical Society (AMS)), si el mismo es aceptado para su publicación.

Toda la documentación correspondiente debe remitirse al editor de la revista Analítika, al siguiente correo electrónico: analitika@inec.gob.ec / analitika@analitika.ec.

Requerimientos técnicos

Para ser sometidos a revisión, los trabajos deberán cumplir los siguientes requerimientos técnicos:

- Las ilustraciones y tablas, deben estar numeradas secuencialmente, incluyendo una descripción explicativa para cada una.
- Las figuras deben tener formato .eps, de preferencia, o formato .jpg, o .png de alta resolución.
- El texto en las figuras y mapas debe escribirse con letras fácilmente legibles.
- Diferentes elementos de un gráfico deben contener sus correspondientes explicaciones. Por ejemplo, en un gráfico de pastel se deberá especificar qué representa cada color.

- Asegúrese de que las inscripciones o detalles, así como las líneas, tengan tamaños y grosores adecuados; de tal manera que sean legibles (números, letras y símbolos).
- Las fotografías deben grabarse con alto contraste y en alta resolución. Recuerde que las fotografías frecuentemente pierden contraste en el proceso de la impresión. No combine fotografías y dibujos en la misma figura.
- Si las figuras, gráficos, ilustraciones o fotografías incluidas en el trabajo tienen derecho de autor, es responsabilidad del autor que presenta el trabajo a evaluación, obtener el permiso correspondiente para su uso.
- Los gráficos, ilustraciones y fotografías incluidas en el trabajo deben ser enviados en una carpeta exclusiva, la cual debe llevar el nombre: "Figuras_(las dos primeras iniciales del título del artículo en mayúsculas)".
Por ejemplo, si el trabajo tiene como título: "Densidad poblacional del Ecuador continental", el nombre de la carpeta debe ser: "**Figuras_DP**".
- El formato general para la etiquetas identificativas de los diversos ambientes deberá ser:

Para tablas:
`\label{DP_tab:001}`

Para figuras
`\label{DP_fig:001}`

Para ecuaciones
`\label{DP_eq:001}`

Para definiciones
`\label{DP_def:001}`

Para teoremas
`\label{DP_teo:001}`

etc.

Estructura y formato

La estructura del documento será de la siguiente forma:

Obligatorias	Opcionales
Título	Agradecimientos
Resumen	Recomendaciones
Palabras clave	Futuros trabajos
Abstract	Anexos
Keys words	
Clasificación	
Introducción	
Marco Teórico o Metodología	
Aplicación o Resultados	
Conclusiones	
Referencias	

Tabla 1. Estructura del documento a ser evaluado.

Formato del documento

Detallaremos las particularidades a considerar, para algunos de los componentes del documento.

Título. El título debe incluir la siguiente información: título del artículo, nombre completo del autor o de los autores, dirección del autor o de los autores, incluyendo su correo electrónico.

Resumen (Abstract). El resumen debe ser en español y en inglés. El resumen debe ser corto y conciso (máximo 250 palabras) y en el mismo se debe expresar los resultados relevantes del estudio. Debe ser informativo y no indicativo; por ejemplo diga:

“En este trabajo se analiza el papel que desempeñan las características individuales, familiares y laborales en la probabilidad de tener un contrato temporal frente a un contrato indefinido,”

lo cual es informativo. No diga

“La probabilidad de tener un contrato temporal frente a un contrato indefinido es discutido y aceptado,”

lo cual es indicativo.

Palabras claves (Keywords). Las palabras claves deben ser de tres a seis y, representarán los principales temas del artículo. Deberán ser colocadas al final del resumen y del abstract, respectivamente.

Clasificación. Se debe incluir el sistema de clasificación del Journal of Economic Literature, JEL o 2000 Mathematics Subject Classification, MSC2000.

Referencias. La sección de referencias debe incluir todas las publicaciones citadas en el texto. No se debe incluir reportes no publicados u otro tipo de información que no es posible verificar. Las tesis deben citarse únicamente cuando están disponibles para consulta en una biblioteca física o virtual. En el texto las referencias deben ir en orden alfabético y deben seguir el sistema “inicial del nombre apellido”. Las referencias de portales electrónicos deben seguir un esquema similar al de las publicaciones, pero adicionalmente se deberá incluir la fecha de consulta. A continuación se muestra un ejemplo:

Referencias

- [1] M. AGUAYO AND E. LORE, *Cómo hacer una Regresión Logística binaria paso a paso II análisis multivariante*, Fundación Andalucía Beturia para la Investigación en Salud, Dot. N 0702013, 2007.
- [2] C. GAMERO, *Satisfacción laboral y tipo de contrato en España*, Investigative Radiology 34, 10 (1999), pp. 636–642.
- [3] LEY NO. 100, *Código de la niñez y adolescencia*. Registro Oficial 737, Enero, 2003.
- [4] SCIENTIFIC INSTRUMENT SERVICES, INC., *MASS Spectral Library*. En línea: <http://www.sisweb.com/software/ms/nist.htm>, Consulta: 10 de abril del 2010., 2006.

Agradecimientos. Los agradecimientos podrán incluirse como una sección, la cual deberá estar al final del artículo y constará de un párrafo.

Procedimiento editorial

Cuando el trabajo ha sido recibido por el editor, éste pasa por dos procesos de calificación. El primero, se lleva a cabo dentro de un consejo editorial interno que determinará la pertinencia y solvencia científica y, el segundo, es la evaluación por expertos nacionales o extranjeros, considerando el método *blind review*.

Si el artículo es aceptado para su publicación, éste pasará por las siguientes etapas:

1. El editor enviará al autor principal las observaciones realizadas por los evaluadores para que éste realice las correcciones y cambios necesarios. El tiempo asignado para esto no será mayor a un mes.
2. Cuando el trabajo corregido es regresado al editor, este hará la copia-edición y empezará el proceso de formato. Después de que el trabajo ha sido formateado para la publicación, una prueba de impresión (“page proofs”) será enviada al autor para corregir posibles errores. En este punto, no será posible hacer cambios en el documento, sino solamente corregir errores de edición o formato. El autor debe retornar la prueba

de impresión al editor con sus observaciones, si las hubiere, máximo en una semana después de haberla recibido.

3. Finalmente, el documento corregido será archivado hasta que la revista empiece su proceso de impresión. Cuando esto ocurra, se enviará una copia impresa y una digital de la revista al autor.

Si el artículo no es aceptado para su publicación, será devuelto al autor notificando el motivo.

Comentarios finales

La publicación del volumen de la revista depende de la colaboración entre los autores, los revisores, la imprenta y el editor. La colaboración y cumplimiento de los plazos establecidos es fundamental.

La revista Analítica publica dos volúmenes por año.

Norms for submission of papers

All authors are invited to send their studies to Analítica Journal in Spanish or English; for being eligible to publish, the paper must meet the following guidelines:

Originality

The paper must be original, unpublished and not be submitted to any other media before knowing the decision of this journal. If the paper has been previously published in another journal, printed or digital, it must have a written permit or authorization detailing any addition or modification made since the last publication. After the acceptance of the paper, such authorization must be sent to the Editor of Analítica Journal.

Format

The papers must be sent in digital format, either **PDF** or **DOC**. If accepted for publication, the author(s) must send the document in **TEX** (according to the standards of the American Mathematical Society (AMS)) format.

All the documentation must be emailed to the Editor of Analítica Journal to: analitika@inec.gob.ec / analitika@analitika.ec.

Technical Requirements

For being subject for review, a paper must meet the following technical requirements:

- Each illustration and table must include an explicative description and be sequentially numbered.
- Pictures must be in format EPS (preferable), JPG or high-resolution PNG.
- Text inside maps or pictures must be easily legible.
- Each element within a graphic must contain its own explanation. For example, a pie chart must show what each color represents.
- Make sure the inscriptions, details and lines have adequate sizes and dimensions, so all numbers, characters and symbols are legible.

- Photographs must be saved in high contrast and high resolution. Remember that pictures usually lose contrast during the printing process. Do not put together photographs and drawings in the same picture.
- If the pictures, drawings, illustrations or photographs included in the paper are copyrighted, it is responsibility of the author of the study to obtain the permission to use that material.
- Pictures, illustrations and photographs included in the paper must be gathered in one single folder named: "Figures_(the first letter of the first two words of the title of the paper in capital letters)." For example, if the title of the paper is "Population density in mainland Ecuador", the name of the folder should be: "Figures_PD".
- The general format for the identification labels of different material is:

For tables:
`\label{PD_tab:001}`

For figures:
`\label{PD_fig:001}`

For equations:
`\label{PD_eq:001}`

For definitions:
`\label{PD_def:001}`

For theorems:
`\label{PD_teo:001}`

etc.

Structure and Style

The structure of the paper must be as follows:

Mandatory	Optional
Title	Acknowledgements
Abstract	Recommendations
Keywords	Future studies
Resumen	Appendix
Palabras clave	
Classification	
Introduction	
Theoretical framework or Methodology	
Application or Results	
Conclusions	
References	

Tabla 2. Paper structure for evaluation.

Style of the document

For some parts of the document, various particularities must be considered.

Title. The Title must include the following information: name of the study, name of the author(s), addresses and emails of the author(s).

Abstract (in Spanish: Resumen). The Abstract must be in Spanish and English. It must be short and concise (250 words maximum); it must show the relevant results of the study, be informative and not indicative. For example:

“This paper analyzes the role played by individual, familiar and labor characteristics in the probability of obtaining a temporary or an indefinite contract,”

is informative.

“The probability of obtaining a temporary or an indefinite contract is discussed and accepted,”

is indicative and should be avoided.

Keywords (in Spanish: Palabras claves). There must be between 3 and 6 keywords that represent the main topics of the study. They must go at the end of the Abstract and the Resumen.

Classification. The paper must include the classification system from Journal of Economic Literature, JEL or 2000 Mathematics Subject Classification, MSC2000.

References. This section must include all the publications quoted in the text; it should not include unpublished articles or any other unverifiable information. Thesis

should only be quoted if they are available in a physical or digital library. References must be in alphabetical order by last names. References to websites must follow a scheme similar to publications, including the access date. For example:

Referencias

- [1] M. AGUAYO AND E. LORE, *Cómo hacer una Regresión Logística binaria paso a paso II análisis multivariante*, Fundación Andalucía Beturia para la Investigación en Salud, Dot. N 0702013, 2007.
- [2] C. GAMERO, *Satisfacción laboral y tipo de contrato en España*, Investigative Radiology 34, 10 (1999), pp. 636–642.
- [3] LEY NO. 100, *Código de la niñez y adolescencia*. Registro Oficial 737, Enero, 2003.
- [4] SCIENTIFIC INSTRUMENT SERVICES, INC., *MASS Spectral Library*. En línea: <http://www.sisweb.com/software/ms/nist.htm>, Consulta: 10 de abril del 2010., 2006.

Acknowledgements. They could be included as a whole section, at the end of the document, in a single paragraph.

Editorial procedures

Once the paper has been received by the Editor, it undergoes two qualifying processes. The first is performed by an internal editorial board which will determine the pertinence and scientific content of the paper. The second one consists of a *blind review* made by local and foreign experts. If the draft is accepted for publishing, it shall go through the following stages:

1. The Editor will inform the author of any observation made by the evaluators, so all the necessary corrections and changes would be made. This must not exceed a month.
2. Once the corrected paper has been received, the Editor will perform the copying-editing process. After the document has been formatted, a page proof will be sent to the author to check edition or format mistakes; the author shall not make any change to the document. The author must return the proof page, along with any observation, to the Editor one week after having receiving it.
3. The final draft will be kept until the printing process starts. The author will receive a Journal in hard copy and digital format.

If the paper is not accepted for publication, it will be returned to the author explaining the reasons for such decision.

Final Comments

The publication of the journal depends on the cooperation of authors, evaluators, printing shop and Editor; collaboration and meeting deadlines is fundamental.

Analítica Journal is published twice a year.

Código de ética

Es fundamental contar con el aval del Committee on Publication Ethics (COPE) lo que nos ha permitido mejorar las prácticas de ética de las publicaciones que se ha promovido en diferentes ámbitos de la investigación [4, 2], tanto para editores [3], autores [5] y lectores [1].

Editores

Responsabilidades generales de los editores:

- Mejorar continuamente la revista.
- Garantizar la calidad de los artículos publicados.
- Cuidar la integridad de su experiencia académica.
- Publicar correcciones, aclaraciones, retractaciones y disculpas de ser necesarias.
- Proteger la propiedad intelectual y derechos de autor.
- Mantener independencia editorial.

Responsabilidades de los editores con los lectores:

- Ofrecer un producto que considere los estándares internacionales manejados por las revistas científicas de mayor prestigio.
- Asegurar que el material publicado fue sometido a revisión y aprobación.

Responsabilidades de los editores con los autores:

- Consensuar la calidad del material a publicarse.
- Aceptar o rechazar un artículo para su publicación, basándose en su importancia, originalidad, claridad, relevancia para la revista.
- Informar sobre el proceso de revisión de sus artículos por parte de sus pares.
- Estar preparado para justificar los procesos de revisión, en caso de requerir un informe por parte del autor.
- Mantener actualizada la norma de publicación de trabajos.
- Cumplir la decisión de aceptación o rechazo de un artículo para su publicación.

- Editores nuevos no deben revocar las decisiones de publicar documentos presentados por el editor anterior, salvo excepciones (cuando va en contra de la imagen institucional y/o de la revista).

Responsabilidades con los revisores:

- Publicar y mantener actualizada la norma de revisión de trabajos.
- Mantener comunicación constante con los revisores.

Proceso de revision por pares:

- Asegurar que el material remitido para su revisión es confidencial mientras lo examinan.

Autores

Responsabilidades generales de los autores:

- Estructurar el artículo cumpliendo el método científico, conforme reglas gramaticales y las normas de publicación de trabajo¹.
- Presentar suficientes referencias de fuentes públicas.

Responsabilidades de los autores con los lectores:

- Asumir la responsabilidad pública del contenido.
- Proporcionar a los lectores interesados copias de los datos, manual de procedimiento, material experimental.

Responsabilidades de los autores con los editores:

- Defender el contenido del artículo (datos, metodología, conclusiones).
- Mantener comunicación constante con el editor en jefe, para correcciones y revisiones.

Lectores

Responsabilidades generales de los lectores:

- Referenciar la bibliografía del artículo usado².
- Participar en el desarrollo y progreso de la revista, enviando sugerencias de los artículos publicados³.

Responsabilidades de los lectores con los editores⁴:

- Hacer pública discrepancias a través de cartas al editor.

¹Normas de presentación de trabajos, Analítica, Revista de Análisis Estadístico

²A1. AUTOR1 y A2. AUTOR2, *Título del artículo*. Analítica, Vol N°, ISSN: 1390-6208, (año). páginas.

³⁴ ⁵El lector debe estar debidamente identificado.

- Señalar errores especificando el artículo y el autor.

Responsabilidades de los lectores con los autores⁵:

- Tener una actitud crítica con el contenido publicado señalando los errores.
- Enviar su opinión, crítica o discusión directamente a la dirección del autor/autores.

*Puede encontrar más recursos en COPE (Committee on Publication Ethics - Comité de Ética de Publicación) [1].

Referencias

- [1] COMMITTEE ON PUBLICATION ETHICS, *Resources: Code of conduct*, COPE, <http://publicationethics.org/resources/code-conduct>, (2011).
- [2] INTERNATIONAL COMMITTEE OF MEDICAL JOURNAL EDITORS, *Uniform requirements for manuscripts submitted to biomedical journals: writing and editing for biomedical publication*, ICMJE, www.icmje.org/urm_full.pdf, (2010).
- [3] KLEINERT, S. Y WAGER, E., *Responsible research publication: international standards for editors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).
- [4] SCOTT-LICHTER, D. Y EDITORIAL POLICY COMMITTEE, *Cse's white paper on promoting integrity in scientific journal publications*, Wheat Ridge, www.councilscienceeditors.org/files/public/entire_whitepaper.pdf, (2012).
- [5] WAGER, E. Y KLEINERT, S., *Responsible research publication: international standards for authors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).

Code of Ethics

It is essential to have the endorsement of the Committee on Publication Ethics (COPE) which has allowed us to improve ethical practices of publications that has been conducted in different research fields [4, 3], such for editors [5], authors [2] and readers [1].

Editors

General responsibilities of Editors:

- Improve continuously the Journal.
- Ensure the quality of the articles published.
- Take care for the integrity of their academic experience.
- Publish corrections, clarifications, retractions and apologies if it is necessary.
- Protect the intellectual property and copyright.
- Maintain the editorial independence.

Responsibilities of Editors face to Readers:

- Provide a product that considers international standards used by the most prestigious scientific journals.
- Ensure that the published material was submitted for review and approval.

Responsibilities of Editors face to Authors:

- Be agree on the quality of material published.
- Accept or reject an article for publication, based on their importance, originality, clarity, and relevance for the Journal.
- Inform about the review process of their papers by their pairs.
- Be ready to justify the processes of review, a report should be provided by request for the author.
- Keep updated the publishing norms of papers.
- Accomplish the decision of acceptance or rejection of an article for publication.
- New editors should not overturn decisions about publishing documents submitted by the previous editor, with exceptions (when they are going against the institutional and/or the journal image).

Responsibilities of Editors face to Reviewers

- Publish and maintain the norms for reviewing the papers.
- Maintain constant communication with the reviewers.

Pair review process:

- Ensure that material submitted for reviewing is confidential during the period of revision.

Authors

General responsibilities of the Authors:

- Define the article structure which should fill: the scientific method, grammatical rules and norm for publishing the papers.
- Submit sufficient references from public sources.

Responsibilities of Authors face to Readers:

- Assume the public responsibility for the contents.
- Provide to interested readers copies of data, procedure manual or experimental material.

Responsibilities of Authors face to Editors:

- Support the content of the article (data, methodology, conclusions).
- Maintain constant communication with the editor in chief in order to improve corrections and revisions.

Readers

General responsibilities of Readers:

- Make references of the bibliography used in the article.
- Participate in the development and progress of the Journal, in this way, it is souhaitable that they send suggestions about the published articles.

Responsibilities of Readers face to Editors:

- Make public their discrepancies through letters to the editor.
- Point out errors specifying the article and the author.

Responsibilities of Readers face to Authors:

- Have a critical attitude to the published content, in this way they should point out errors.
- Send their opinion, critics or discussion directly to the address of the author / authors.

*It is possible to find more resources in COPE (Committee on Publication Ethics - Comité de Ética de Publicación) Committee on Publication Ethics (2011).

Referencias

- [1] COMMITTEE ON PUBLICATION ETHICS, *Resources: Code of conduct*, COPE, <http://publicationethics.org/resources/code-conduct>, (2011).
- [2] INTERNATIONAL COMMITTEE OF MEDICAL JOURNAL EDITORS, *Uniform requirements for manuscripts submitted to biomedical journals: writing and editing for biomedical publication*, ICMJE, www.icmje.org/urm_full.pdf, (2010).
- [3] KLEINERT, S. Y WAGER, E., *Responsible research publication: international standards for editors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).
- [4] SCOTT-LICHTER, D. Y EDITORIAL POLICY COMMITTEE, *Cse's white paper on promoting integrity in scientific journal publications*, Wheat Ridge, www.councilscienceeditors.org/files/public/entire_whitepaper.pdf, (2012).
- [5] WAGER, E. Y KLEINERT, S., *Responsible research publication: international standards for authors*, 2nd World Conference on Research Integrity, World Scientific Publishing, (2010).

Analítica

volumen

Revista de Análisis Estadístico
Journal of Statistical Analysis

ISSN 1390-6208
e-ISSN 1390-7867
Número 1 - 2014
enero - junio

Administración Central

Quito
Juan Larrea N15-36 y José Riofrío
Teléfonos: (593) 22544 326 - 22544 561
Fax: (593) 22509 836 Casilla postal: 135C
correo-e: inec@inec.gob.ec
analitika@analitika.ec

