

Calibración de sistemas dinámicos estocásticos a datos paleoclimáticos

Carlos Almeida

Université catholique of Louvain, Earth and Live Institute
ESPE, Departamento de Ciencias Exactas
Senescyt (Beca Prometeo)

22 de octubre de 2013,

Outline

- 1 Introducción
- 2 Modelo Físico
- 3 Modelo de Cronologías
- 4 Forcage Exterior (Astronomical forcing)
- 5 Un modelo usando ecuaciones diferenciales estocásticas

Introduction

El sistema climático es muy complejo, involucra:

- Circulación marina
- Masas continentales
- Cordilleras (sumergidas y emergidas)
- Circulación atmosférica
- Radiación solar
- Biosfera

Introduction

El sistema climático es muy complejo, involucra:

- Circulación marina
- Masas continentales
- Cordilleras (sumergidas y emergidas)
- Circulación atmosférica
- Radiación solar
- Biosfera

Cada uno de estos subsistemas es complejo y modelado separadamente, con resoluciones de **escala temporal diferente**.

La integración se lleva a cabo en **supercomputadores**, la parametrización es muy larga y costosa.

Introduction

El sistema climático es muy complejo, involucra:

- Circulación marina
- Masas continentales
- Cordilleras (sumergidas y emergidas)
- Circulación atmosférica
- Radiación solar
- Biosfera

Cada uno de estos subsistemas es complejo y modelado separadamente, con resoluciones de **escala temporal diferente**.

La integración se lleva a cabo en **supercomputadores**, la parametrización es muy larga y costosa.

Por otro lado se dispone de datos que pueden interpretarse como **registros climáticos** en diferentes épocas.

Introduction

El sistema climático es muy complejo, involucra:

- Circulación marina
- Masas continentales
- Cordilleras (sumergidas y emergidas)
- Circulación atmosférica
- Radiación solar
- Biosfera

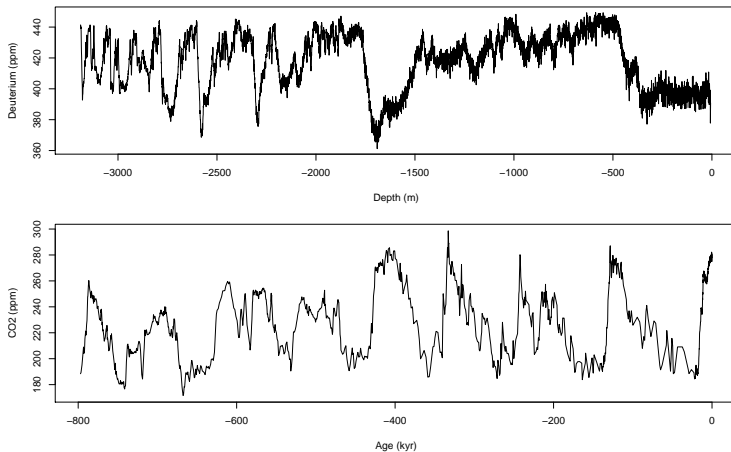
Cada uno de estos subsistemas es complejo y modelado separadamente, con resoluciones de **escala temporal diferente**.

La integración se lleva a cabo en **supercomputadores**, la parametrización es muy larga y costosa.

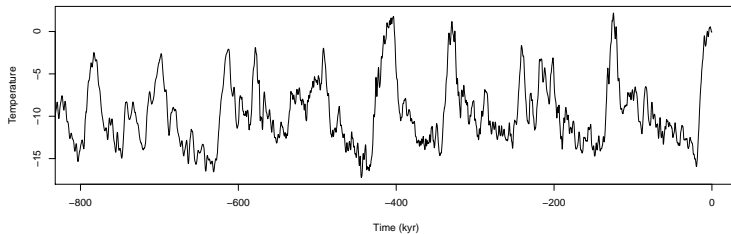
Por otro lado se dispone de datos que pueden interpretarse como **registros climáticos** en diferentes épocas.

Objetivo: **Integrar** la información de los registros en los modelos climáticos

Datos disponibles



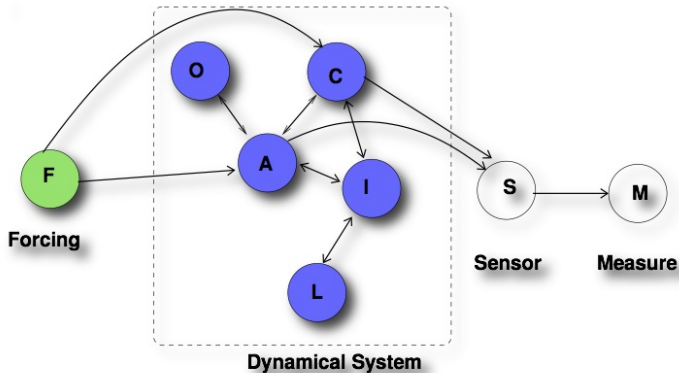
Datos disponibles



Observaciones

- Ciclos de congelación, descongelación, le último fue hace más o menos 12000 años
- Qué tan preciso es el registro del clima, relativo al tiempo
- Qué proceso físico justifica que este sea un registro del clima

Modelo físico



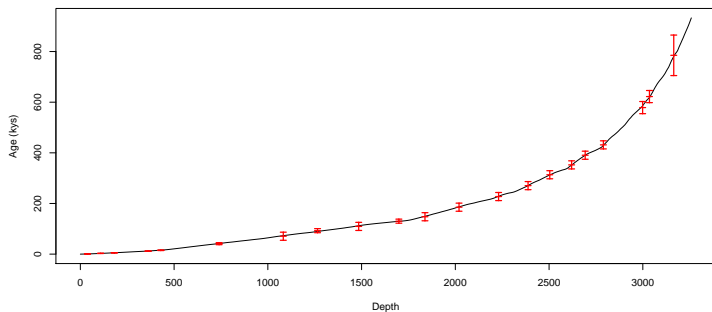
Sketch of a dynamical system, featuring interactions between Ocean circulation, the Atmosphere, CO2 concentration, ice volume and lithospheric depression. The system is forced (astronomical forcing) and measured.

Modelo de edades (cronologías)

Basado en Parrenin 2007, toma en cuenta la mecánica de fluidos en el hielo, y diferentes tasas de compactación en función de cantidades medibles.

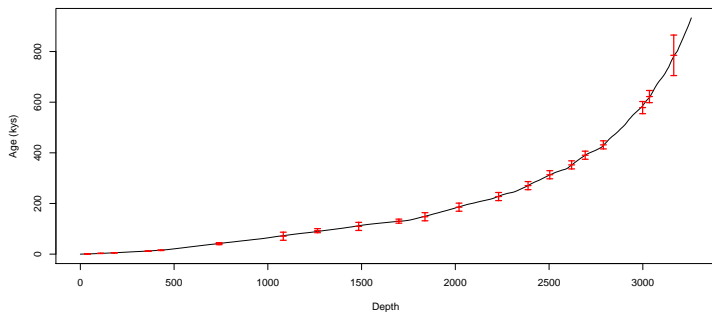
Modelo de edades (cronologías)

Basado en Parrenin 2007, toma en cuenta la mecánica de fluidos en el hielo, y diferentes tasas de compactación en función de cantidades medibles.



Modelo de edades (cronologías)

Basado en Parrenin 2007, toma en cuenta la mecánica de fluidos en el hielo, y diferentes tasas de compactación en función de cantidades medibles.



La incertidumbre generada por el modelo de edad se supondrá independiente del modelo de clima

Forage Exterior (Astronomical forcing)

El clima esta regido en alguna manera por la cantidad de energía solar que llega a la alta atmósfera.

- Oblicuidad: la desviación del eje de rotación de la tierra respecto al plano de traslación de la tierra
- Excentricidad: de la orbita terrestre (max. de 0.3 %)
- Precesión: la diferencia de duración entre las estaciones (de hasta 6 días)

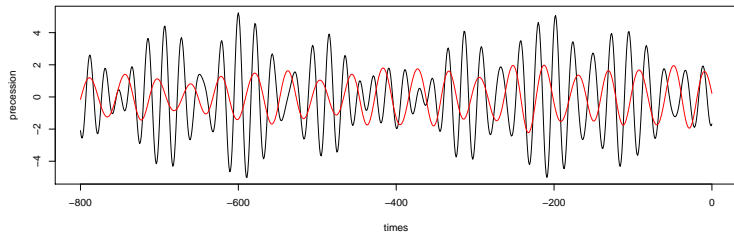
Forcage Exterior (Astronomical forcing)

El clima esta regido en alguna manera por la cantidad de energía solar que llega a la alta atmósfera.

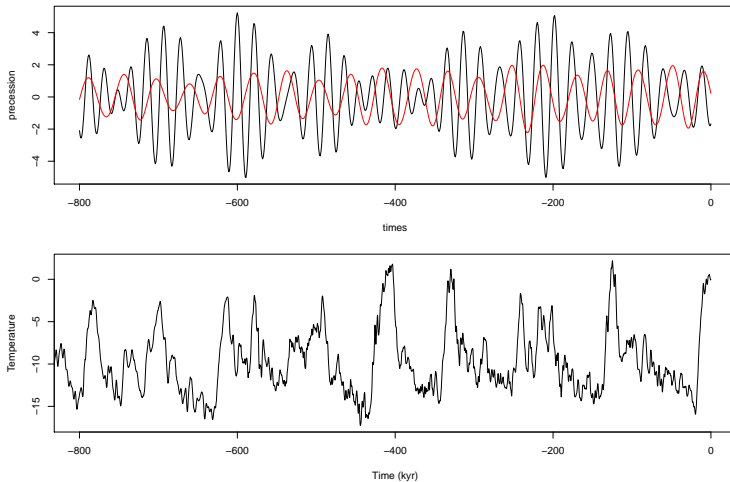
- Oblicuidad: la desviación del eje de rotación de la tierra respecto al plano de traslación de la tierra
- Excentricidad: de la orbita terrestre (max. de 0.3 %)
- Precesión: la diferencia de duración entre las estaciones (de hasta 6 días)

De la mecánica celeste, esto bien conocido y bien determinado en al tiempo, Berger 1978

Forcage Exterior (Astronomical forcing)



Forcage Exterior (Astronomical forcing)



Modelo en ecuaciones diferenciales estocásticas

x el estado del sistema, y la observación, y u el forzaje externo:

$$\begin{aligned} dx &= f(x; u | \theta) dt + \sqrt{\Sigma_{\omega}(x; u)} dW \\ y_t &= h(x_t | \theta) + \epsilon_t \end{aligned}$$

donde W es un proceso de Weiner, $\epsilon_t \sim N(0; \Sigma_{\nu} t)$, θ es el parámetro y f y g .

Modelo en ecuaciones diferenciales estocásticas

x el estado del sistema, y la observación, y u el forzaje externo:

$$\begin{aligned} dx &= f(x; u | \theta) dt + \sqrt{\Sigma_\omega(x; u)} dW \\ y_t &= h(x_t | \theta) + \epsilon_t \end{aligned}$$

donde W es un proceso de Weiner, $\epsilon_t \sim N(0; \Sigma_\nu t)$, θ es el parámetro y f y g .

Un modelo propuesto:

$$\begin{aligned} f(x; u | \theta) &= \theta_0 - x_2 + \pi \Pi + \epsilon'' \\ y_t &= x_{1,t} + \epsilon_t \end{aligned}$$

Fijando θ a algún valor, el parámetro está dado por: $\theta = (\theta_0; \pi; \epsilon)$

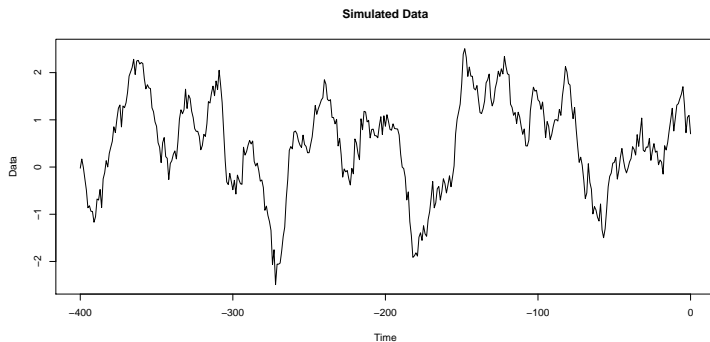
Datos Simulados

Escenario:

Initial values:	Parameter	Fixed parameters
$x_0 = (0.0; 1.75)'$	$\theta = 0.02$	$= 0.83$
$P_0 = \text{diag}(1; 0.1)$	$= 0.03$	$\Sigma_\omega = \text{diag}(0.05; 0.005)$
	$\pi = 0.04$	$\Sigma_\nu = 0.01$
	$\varepsilon = 0.04$	

Los otros parámetros se suponen constantes.

Datos Simulados



Estimación

- **Unscented Kalman Filter** (Julier and Uhlman, 1997)
- **Approximative maximum Likelihood**
- **Particle Filter** (Andrieu et al. 2010)

Parameter	True	UKF(sd)	A-MLE(sd)	PF(sd)
$10 \times \theta$	0.2	0.212(0.136)	0.235(0.124)	0.349(0.116)
$10 \times \pi$	0.4	0.348(0.056)	0.350(0.051)	0.358(0.067)
$10 \times \varepsilon$	0.4	0.357(0.103)	0.361(0.093)	0.368(0.093)
$10 \times$	0.3	0.266(0.072)	0.271(0.066)	0.312(0.110)
Time		< 1min	< 1 hour	< 1 day

Conclusiones

- Unscented Kalman Filter(UKF), the Approximate MLE (A-MLE) y Particle Filter (PF) dan buenos y similares resultados
- El método UKF puede dar rápidamente valores iniciales para un algoritmo de minimización
- Algunas veces el UKF no da buenos resultados porque es un problema mal condicionado
- En términos computacionales, el UKF sobrepasa tanto el A-MLE como el Particle Filter
- Queda aplicar a series de datos reales y extenderlo a varias dimensiones

Bibliografía

- Christophe Andrieu, Arnaud Doucet, and Roman Holenstein. Particle Markov chain Monte Carlo methods, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 72, 269–342 2010
- Michel Crucifix, Oscillators and relaxation phenomena in Pleistocene climate theory, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 370, 1140-1165 2012
- S. J. Julier and J. K. Uhlmann. A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems. In *Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997.